

Содержание

Общие положения.....	3
Матрицы верификации.....	4
Пример 18. Моделирование тонкостенного тройникового соединения с учетом оболочечной податливости. Сопоставление с аналитическими формулами	9
Пример 19. Моделирование линзовых/сильфонных компенсаторов.....	16
Пример 20. Моделирование конических переходов	23
Пример 21. Моделирование днищ (крышек, донышек)	29
Пример 22. Моделирование арматуры с учетом штока (привода). Сопоставление с аналитическим решением.....	32
Пример 23. Моделирование односторонних опор с трением, жестких подвесок и амортизаторов	37
Пример 24. Расчетная проверка герметичности фланцевых соединений	49
Пример 25. Расчет НДС и оценка прочности высокотемпературных трубопроводов. Сопоставление с аналитическим решением	54
Пример 26. Расчет трубопроводной системы на сейсмическое воздействие по линейно-спектральной теории с учетом высших собственных форм колебаний (учета "потерянной массы").....	61
Пример 27. Трехмерный расчет температурного поля и термонапряженного состояния ортогонального тройникового соединения (АСТРА-СТАДИО).....	68
Пример 28. Уточненный расчет ортогонального сварного тройникового соединения на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО).....	83
Пример 29. Уточненный расчет криволинейной трубы с примыкающими прямыми участками (гиба) на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО).....	99
Пример 30. Уточненный расчет конического перехода на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО)	109
Пример 31. Уточненный расчет линзового компенсатора на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО).....	117
Пример 32. Суперэлементный динамический расчет трубопроводной системы. Алгоритм Крейга-Бемптона (формирование и учет редуцированных матриц).....	124
Пример 33. Применение матричных суперэлементов для моделирования деталей трубопроводов (на примере криволинейных труб)	130
Пример 34. Тесты на размерность задачи	135

Общие положения

1. Настоящее Приложение 2 (том 3) верификационного отчета содержит примеры, отражающие некоторые новые возможности программного комплекса АСТРА-АЭС, реализованные “по запросам практики” за последние 15 лет:

1) уточненное моделирование элементов и вновь введенные элементы трубопроводной системы (18 – 24);

2) расчет высокотемпературных трубопроводов на статическую и циклическую прочность (25);

3) расчет на сейсмические воздействия с учетом высших собственных форм колебаний (учет “потерянной массы” – 26);

4) уточненные расчеты температурного и напряженно-деформированного состояний, оценки прочности деталей трубопровода по пространственно-оболочечным и трехмерным схемам МКЭ (27 – 31);

5) формирование и учет редуцированных матриц (жесткости, масс, нагрузок) для динамического синтеза подконструкций (32 – 33);

6) задачи большой вычислительной размерности с “подлянками” (34 – с собственными частотами/формами большой кратности).

2. “Погрешности” (расхождения) полученных результатов по АСТРА-АЭС с “эталонными” решениями определяются как (δ ,%)

$$\delta = |(A - B) / B| \cdot 100,$$

где А – расчетный АСТРА-параметр, В – величина “эталонного” решения.

Матрицы верификации

ПК АСТРА-АЭС'2009. Матрица верификации №1, часть 2

№	Наименование теста	Сочетание нагрузок/воздействий	Тип проверки результатов	Элементы	Оцениваемые параметры	Максимальное расхождение, %
18	Моделирование тонкостенного тройникового соединения с учетом оболочечной податливости. Сопоставление с аналитическими формулами	Сосредоточенные статические нагрузки (торцевые моменты)	(1), (6)	Тройник, прямая труба, жесткий элемент-вставка, мертвая опора (заделка)	Перемещения	3.68
19	Моделирование линзовых/сильфонных компенсаторов	Сосредоточенная статическая нагрузка	(6)	Компенсатор линзовый/сильфонный, прямая труба, мертвая опора (заделка)	Перемещения	0.00
20	Моделирование конических переходов	Сосредоточенная статическая нагрузка	(6)	Переход, прямая труба, мертвая опора (заделка)	Перемещения	0.00
21	Моделирование днищ (крышек, доннышек)	Внутреннее давление	(1)	Прямая труба, доннышко (днище, крышка), мертвая опора	Внутренние усилия	0.00
22	Моделирование арматуры с учетом штока (привода). Сопоставление с аналитическим решением.	Весовая нагрузка	(1), (6)	Прямая труба, арматура, мертвая опора (заделка)	Опорные реакции	0.00
					Собственные частоты и формы	0.00
23	Моделирование односторонних опор с трением, жестких подвесок и амортизаторов	Внутреннее давление, температура, распределенная весовая нагрузка, расчет собственных частот и форм	(6)	Прямая труба, отвод (гиб, колено), опора трения односторонняя, жесткая подвеска, амортизатор, опора общего вида, мертвая опора (заделка)	Перемещения	0.00
					Напряжения	0.00
					Собственные частоты и формы	0.00
24	Расчетная проверка герметичности фланцевых соединений	Внутреннее давление, сосредоточенная статическая сила	(1)	Прямая труба, мертвая опора (заделка), фланец	Условное давление	0.00

№	Наименование теста	Сочетание нагрузок/воздействий	Тип проверки результатов	Элементы	Оцениваемые параметры	Максимальное расхождение, %
25	Расчет НДС и оценка прочности высокотемпературных трубопроводов. Сопоставление с аналитическим решением	Температура, внутреннее давление, распределенная статическая нагрузка (собственный вес), собственные линейные смещения концов трубопровода	(1), (2 - РАМПА), (3)	Прямая труба, отвод (гиб, колено), мертвая опора (заделка)	Реакции в опорах	3.35
					Изгибающий момент	0.84
26	Расчет трубопроводной системы на сейсмическое воздействие по линейно-спектральной теории с учетом высших собственных форм колебаний (учета «потерянной массы»)	Сейсмическое воздействие (спектр ответа)	(2 - ANSYS), (3)	прямая труба, отвод (гиб, колено), опора общего вида	Собственные частоты	4.49
					Реакции в опорах	5.76 (31.45)
27	Трехмерный расчет температурного поля и термонапряженного состояния ортогонального Т-образного тройникового соединения	Температура, конвективный теплообмен	(2 - ANSYS)	Объемный 20-узловой шестигранный КЭ изопараметрического семейства	Температура	0.01
					Напряжения	1.82
28	Уточненный расчет ортогонального сварного тройникового соединения на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО)	Внутреннее давление, изгибающие моменты	(4), (3)	Оболочечный 8-ми узловые СПКЭ; 16, 20-ти узловые объемные ИПКЭ	Коэффициенты интенсификации напряжений	5.00
29	Уточненный расчет криволинейной трубы с примыкающими прямыми участками (гиба) на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО)	Изгибающие моменты	(1), (3)	Оболочечный 8-ми узловой СПКЭ	Коэффициенты интенсификации напряжений	12.73
30	Уточненный расчет конического перехода на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО)	Внутреннее давление, изгибающий момент	(2 - ANSYS)	Оболочечный 8-ми узловые СПКЭ	Напряжения	11.00

№	Наименование теста	Сочетание нагрузок/воздействий	Тип проверки результатов	Элементы	Оцениваемые параметры	Максимальное расхождение, %
31	Уточненный расчет линзового компенсатора на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО)	Внутреннее давление, изгибающий момент	(2 - ANSYS)	Оболочечный 8-ми узловый СПКЭ	Напряжения	3.62
32	Суперэлементный динамический расчет трубопроводной системы. Алгоритм Крейга-Бемптона (формирование и учет редуцированных матриц)	Расчет собственных частот и форм	(6)	Прямая труба, стержень не кольцевого сечения, отвод (гиб, колено), тройник, арматура, пружинная подвеска, односторонняя опора трения, мертвая опора (заделка), матричный суперэлемент Крейга-Бемптона	Собственные частоты и формы	0.00
33	Применение матричных суперэлементов для моделирования деталей трубопроводов (на примере криволинейных труб)	Температура, сосредоточенная статическая нагрузка	(6)	Прямая труба, отвод (гиб, колено), мертвая опора, матричный суперэлемент Крейга-Бемптона	Перемещения	12.64
34	Тесты на размерность задачи	Расчет собственные частот и форм	(5)	Прямая труба, стержень не кольцевого сечения, отвод (гиб, колено), тройник, опора трения односторонняя, опора трения двусторонняя, мертвая опора, арматура, пружинная подвеска	Собственные частоты и формы	0.00

Примечание:

- (1) – сравнение с аналитическим решением (в т.ч., с нормативными формулами);
 (2) – сравнение с альтернативными аттестованными ПС;
 (3) – данные из литературных источников;
 (4) – эксперимент;
 (5) – анализируется сходимость решения в зависимости от качества (подробности) расчетной модели;
 (6) – анализируется инвариантность решения по отношению к конкурирующим вариантам моделирования.

ПК АСТРА-АЭС'2009. Матрица верификации №2, часть 2**Элементы трубопроводной системы**

Элемент ТС	Номера верификационных примеров
Прямая труба	18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 32, 33, 34
Отвод (гиб, колено)	23, 25, 26, 32, 33, 34
Тройник	18, 32, 34
Компенсатор (линзовый/сильфонный)	19
Переход	20
Фланец	24
Донышко (днище, крышка)	21
Арматура	22, 32, 34
Опора трения односторонняя	23, 32, 34
Опора трения двусторонняя	34
Опора трения направляющая	
Неподвижная опора (шарнир)	
Опора мертвая (заделка)	18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 32, 33, 34
Пружинная подвеска	32, 34
Жесткая подвеска	23
Опора общего вида	23, 26
Амортизатор	23
Стержневой общего вида (некольцевого сечения)	32, 34
Жесткий элемент (вставка)	18
Матричный суперэлемент (Крейга-Бемптона)	32, 33

Конечные элементы модели деталей трубопроводов (АСТРА-СТАДИО)

КЭ	Номера верификационных примеров
Оболочечный 8-ми узловый СПКЭ	28, 29, 30, 31
Трехмерный 16-ти узловый ИПКЭ	28
Трехмерный 20-ти узловый ИПКЭ	27, 28

ПК АСТРА-АЭС'2009. Матрица верификации №3, часть 2 (элемент ТС/ вид расчета / номер примера)

	Прямая труба	Гиб (отвод)	Тройник	Компенсатор	Переход	Фланец	Арматура	Доннышко (днище, крышка)	Опора трения одно-сторонняя	Опора трения двух-сторонняя	Опора трения направляющая	Неподвижная опора (шарнир)	Опора мертвая (заделка)	Пружинная подвеска	Жесткая подвеска	Опора общего вида	Амортизатор	Стержень общего вида	Жесткая вставка	Матричный супер-элемент	Оболочечный СПКЭ (8 узлов)	Трехмерный ИПКЭ (16 узлов)	Трехмерный ИПКЭ (20 узлов)
Статика и циклика (АСТРА-СТАЦ)	18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 33	25, 23, 33	18	19	20	24	22	21	23				18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 33		23		23		18	33			
Собственные частоты и формы колебаний (АСТРА-ФОРМ)	23, 26, 32, 34	23, 26, 32, 34	32, 34				32, 34		32, 34	34			23, 32, 34	32, 34		23, 26	23	32, 34		32			
Сейсмика (АСТРА-СЕЙСМ)	26	26																					
Вибрации (АСТРА-ВИБР)																							
Динамические воздействия (АСТРА-ДИН)																							
Уточненный расчет деталей трубопроводов (АСТРА-СТАДИО)																					28, 29, 30, 31	28	27, 28

Пример 18. Моделирование тонкостенного тройникового соединения с учетом оболочечной податливости. Сопоставление с аналитическими формулами

Источник(и)	1. Руководящий технический материал РТМ 38.001-94. Указания по расчету на прочность и вибрацию технологических стальных трубопроводов. М., 1994 г. 2. Хажинский Г.М., Вомпе Г.А. Провести исследования и разработать РТМ по расчету на прочность трубопроводов технических блоков. Отчет о научно-исследовательской работе, ВНИИМонтажспецстрой, М., 1989 г. 3. ASME Boiler & Pressure Vessel Code. Section III. NB-3630, 1980.
Тип задачи	Статический расчет НДС, формирование матричных суперэлементов
Тип(ы) верифицируемых элементов	Тройник, прямая труба, жесткая вставка, мертвая опора (заделка)
Входной файл	TEST18.dat

18.1 Постановка задачи

Рассматривается ортогональный тонкостенный неравнопроходный тройник.

Требуется определить угловые перемещения в точке В (рис. 18.1) на штуцере тройника с учетом его оболочечной податливости для следующих нагрузок на штуцер:

- изгибающий момент в плоскости тройника;
- изгибающий момент из плоскости тройника;
- крутящий момент.

Провести сравнение с результатами ручного расчета по формулам, приведенным в нормативном документе [1]. Дополнительно сопоставить стержневую модель тройникового соединения с моделью, включающей матричный суперэлемент, сформированный в АСТРА-АЭС'2009 (модуль АСТРА-СТАДИО) по пространственно-оболочечной КЭ-модели тройника.

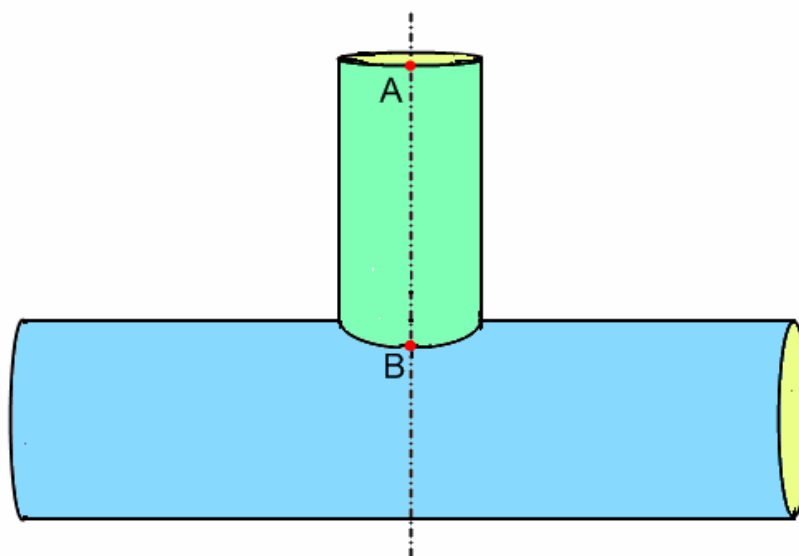


Рис. 18.1 Точки (сечения), в которых определяются угловые перемещения

18.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- наружный диаметр магистрали $D = 325$ мм;
- толщина стенки магистрали $t = 7$ мм;
- наружный диаметр штуцера $d = 219$ мм;
- толщина стенки штуцера $t_b = 4$ мм.

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$;
- модуль сдвига:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{2 \cdot 10^5}{2(1+0.3)} = 7.69 \cdot 10^4 \text{ МПа.}$$

Граничные условия (опоры)

- жесткое защемление по концам магистрали.

Параметры нагрузки

- изгибающий момент на штуцере в плоскости соединения $M_{ib} = 1$ кН·м;
- изгибающий момент на штуцере из плоскости соединения $M_{ob} = 1$ кН·м;
- крутящий момент на штуцере $M_{zb} = 1$ кН·м.

18.3 Расчетная модель

Построены и рассмотрены две модели тройникового соединения:

- суперэлементная стержневая модель с учетом “формульной” оболочечной податливости тройника. Представлена на рис. 18.2, включает в себя три участка (суперэлемента). Нагрузка задается как сосредоточенный момент, приложенный к консольному концу отрезка прямой трубы, отходящей от штуцера тройника. Угловые перемещения определяются в точке В (рис. 18.1);
- модель, включающая матричный суперэлемент, построенный в ПК АСТРА-АЭС'2009 (модуль АСТРА-СТАДИО) по пространственно-оболочечной КЭ-модели (рис. 18.3, 18.4). Для включения оболочечной модели в стержневую на торцах тройника вводятся вспомогательные стержневые элементы. Угловые перемещения определяются в точке А (рис. 18.1).

Заметим, что в ПК АСТРА-АЭС'2009 предусмотрено два варианта моделирования тройникового соединения (рис. 18.5):

- “традиционный” вариант: штуцер на всем протяжении (от точки пересечения осей магистрали и штуцера) рассматривается как однородная прямая труба;
- используется “жесткий элемент”, для исключения из упругой работы радиального отрезка от тройникового узла до поверхности магистрали.

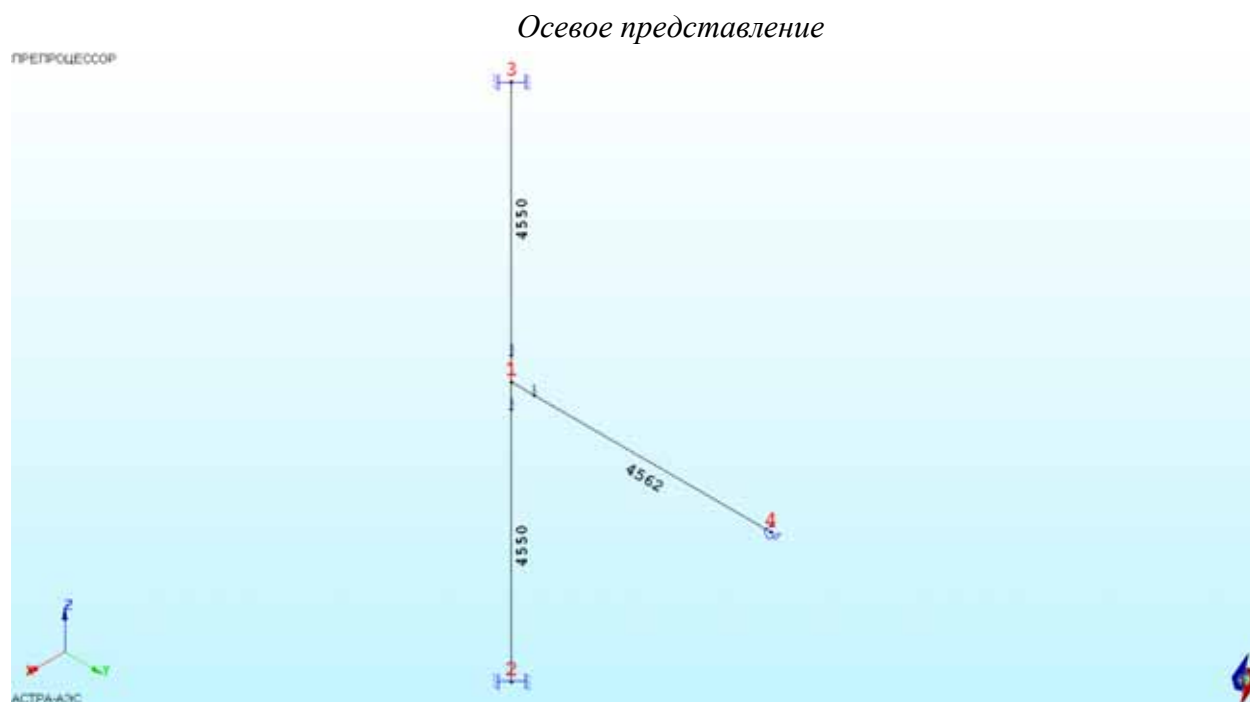


Рис. 18.2 Расчетная «стержневая» АСТРА-модель

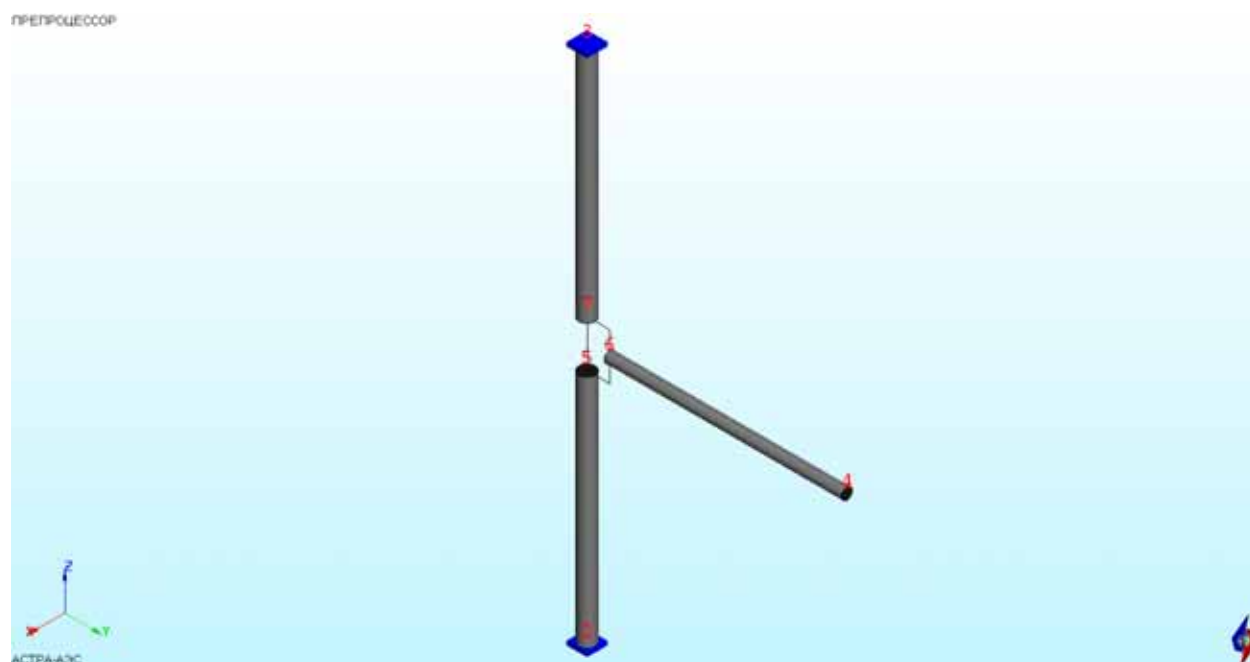


Рис. 18.3 Матричный суперэлемент (тройник) в составе стержневой модели

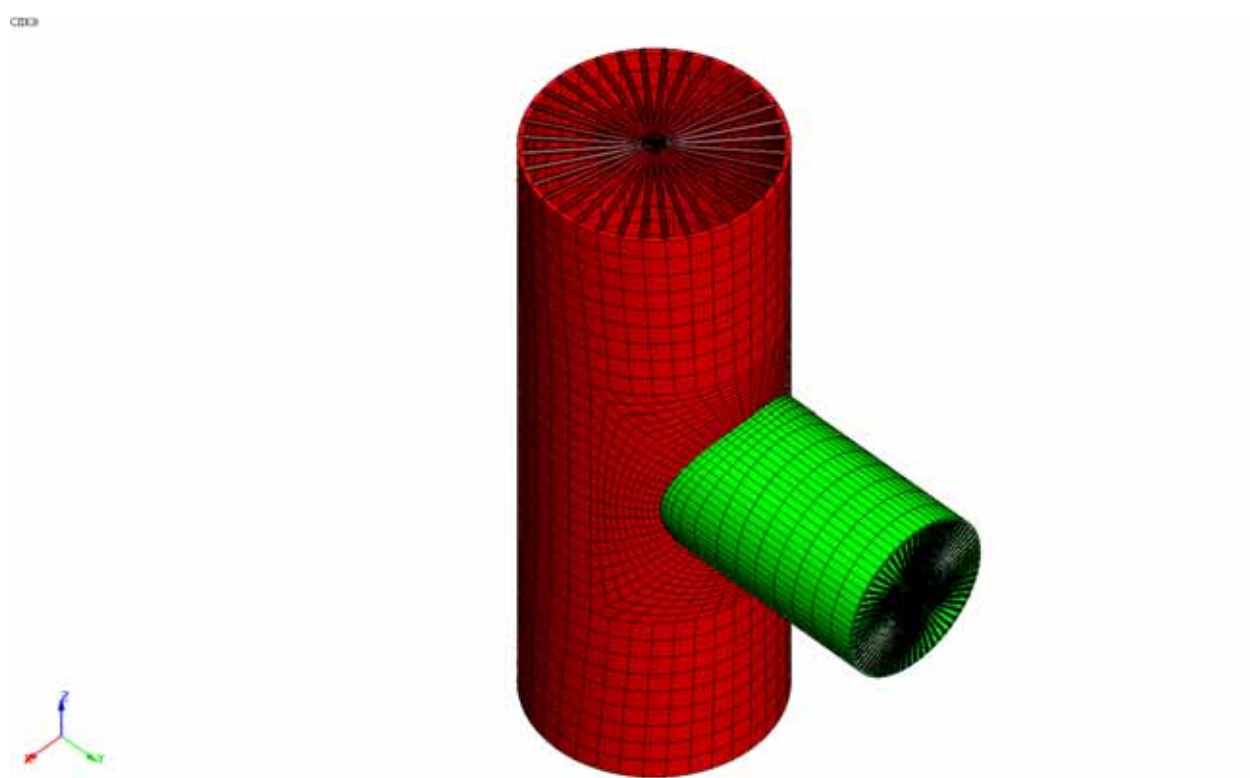
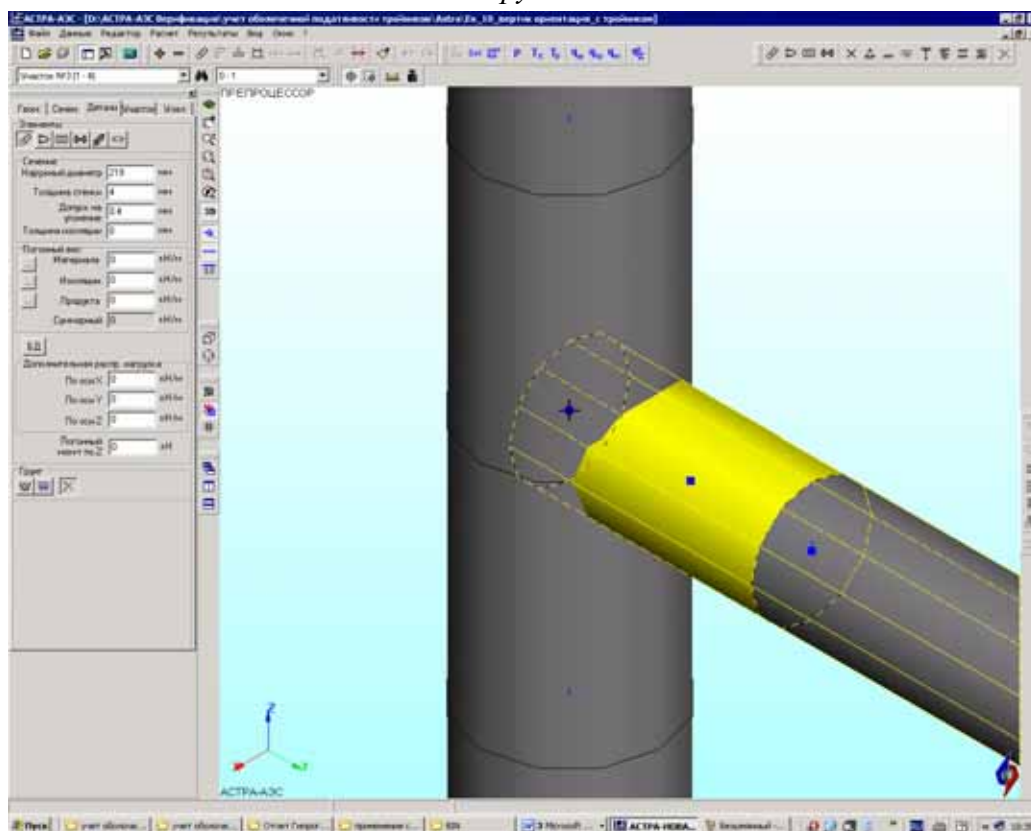


Рис. 18.4 Оболочечная КЭ-модель тройника (АСТРА-СТАДИО).
Формирование матричного суперэлемента

Труба



Жесткий элемент

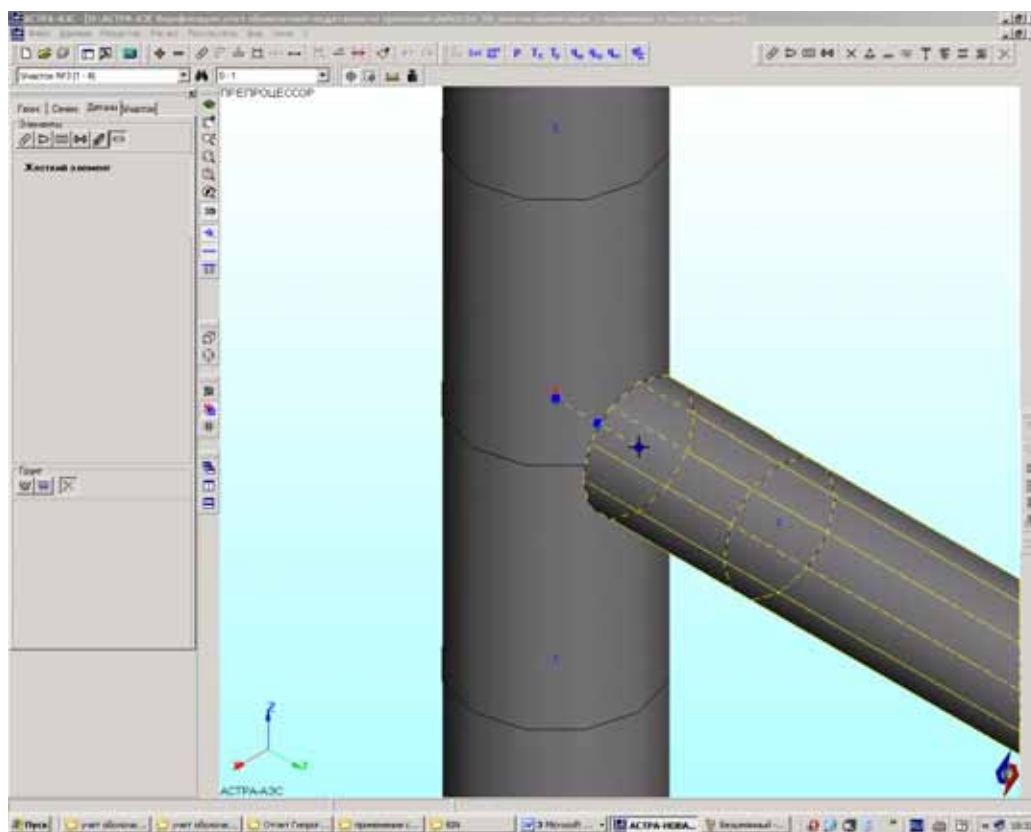


Рис. 18.5 Различные варианты стержневой модели тройникового соединения

18.4 Результаты

18.4.1 “Ручной” расчет

Расчет проводим по формулам, приведенным в нормативных документах [1,3].

$$F = \frac{d \cdot t_b}{D \cdot t} = \frac{219 \cdot 4}{325 \cdot 7} = 0.3850;$$

момент инерции штуцера при изгибе:

$$I_b = \frac{\pi}{64} [d^4 - (d - 2t_b)^4] = \frac{3.1416}{64} [0.219^4 - (0.219 - 2 \cdot 0.004)^4] = 1.562 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4;$$

момент инерции штуцера при кручении:

$$I_{pb} = \frac{\pi}{32} [d^4 - (d - 2t_b)^4] = \frac{3.1416}{32} [0.219^4 - (0.219 - 2 \cdot 0.004)^4] = 3.123 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4.$$

Угловое перемещение в точке В (см. рис. 1.1) при изгибе в плоскости:

$$\theta_{ib} = \left[0.2 F^{0.5} \frac{D}{t} \right] \frac{M_{ib} d}{EI_b} = \left[0.2 \cdot 0.3850^{0.5} \frac{0.325}{0.007} \right] \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 0.219}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1.562 \cdot 10^{-5}} = 0.000403904$$

при изгибе из плоскости:

$$\theta_{ob} = \left[0.1 F^{0.5} \left(\frac{D}{t} \right)^{1.5} \right] \frac{M_{ob} d}{EI_b} = \left[0.1 \cdot 0.3850^{0.5} \left(\frac{0.325}{0.007} \right)^{1.5} \right] \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 0.219}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1.562 \cdot 10^{-5}} =$$

$$= 0.001376072$$

при кручении:

$$\theta_{zb} = \left[0.06 F^4 \left(\frac{D}{t} \right)^{1.5} \right] \frac{M_{zb} d}{GI_{pb}} = \left[0.06 \cdot 0.3850^4 \left(\frac{0.325}{0.007} \right)^{1.5} \right] \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 0.219}{7.69 \cdot 10^{10} \cdot 3.123 \cdot 10^{-5}} =$$

$$= 0.000038029$$

18.4.2 Сравнение результатов

В таблицах 18.1 и 18.2 приведены следующие результаты (углы поворота сечения штуцера):

1) “ручные” расчеты по формулам, приведенным в нормативном документе [1]. Перемещения соответствуют точке В (рис. 18.1);

2) численный расчет с “формульным” учетом оболочечной податливости тройникового соединения в ПК АСТРА-АЭС'2009. Перемещения определялись в точке (сечении) В (рис. 18.1);

3) результаты, полученные с использованием “матричного” суперэлемента, сформированного в ПК АСТРА-АЭС'2009 (модуль АСТРА-СТАДИО) по пространственно-оболочечной КЭ-модели рассматриваемого тройника. Перемещения определялись в точке (сечении) А (см. рис. 18.1).

Таблица 18.1

Угловые перемещения в точке (сечении) В

	θ_{ib} , рад (в плоскости)	θ_{ob} , рад (из плоскости)	θ_{zb} , рад (кручение)
Расчет по формулам [1]	0.000404	0.00138	0.0000380
АСТРА-АЭС'2009	<i>0.000405</i>	<i>0.00138</i>	<i>0.0000394</i>
δ , %	0.25	0.00	3.68

Таблица 18.2

Угловые перемещения в точке (сечении) А

	θ_{ib} , рад (в плоскости)	θ_{ob} , рад (из плоскости)	θ_{zb} , рад (кручение)
АСТРА-АЭС'2009	<i>0.00049</i>	<i>0.00147</i>	<i>0.00015</i>
АСТРА-СТАДИО	0.00041	0.00108	0.00025
δ , %	19.51	36.11	40.00

Подтверждена практическая идентичность результатов 1) и 2) (для варианта с «жестким элементом») – правильность реализации в АСТРА-АЭС формул учета податливости тройников [1,3].

В то же время, данные табл. 18.2 свидетельствуют, что достаточно простые формульные зависимости не позволяют точно моделировать угловые податливости тройника во всем диапазоне изменения его геометрических параметров.

18.5 Литература

1. Руководящий технический материал РТМ 38.001-94. Указания по расчету на прочность и вибрацию технологических стальных трубопроводов. М., 1994 г.
2. Хажинский Г.М., Вомпе Г.А. Провести исследования и разработать РТМ по расчету на прочность трубопроводов технических блоков. Отчет о научно-исследовательской работе, ВНИИМонтажспецстрой, М., 1989 г.
3. ASME Boiler & Pressure Vessel Code. Section III. NB-3630, 1980 г.

Пример 19. Моделирование линзовых/сильфонных компенсаторов

Источник(и)	1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА'2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.
Тип задачи	Статический расчет НДС
Тип(ы) верифицируемых элементов	компенсатор (линзовый/сильфонный), прямая труба, мертвая опора (заделка)
Входной файл	TEST19V1.dat TEST19V2.dat

19.1 Постановка задачи

Требуется проверить правильность моделирования в ПК АСТРА-АЭС'2009 различных типов линзовых/сильфонных компенсаторов: осевых, угловых, сдвиговых -, посредством сопоставления с прямыми трубами эквивалентной жесткости.

19.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- наружный диаметр трубы $D = 108$ мм;
- толщина стенки трубы $t = 5$ мм;
- площадь сечения трубы

$$F = \frac{\pi}{4} [D^2 - (D - 2t)^2] = \frac{\pi}{4} [0.108^2 - (0.108 - 2 \cdot 0.005)^2] = 1.618 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

- осевой момент инерции сечения

$$J = \frac{\pi}{64} [D^4 - (D - 2t)^4] = \frac{\pi}{64} [0.108^4 - (0.108 - 2 \cdot 0.005)^4] = 2.151 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4.$$

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$;
- модуль сдвига:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = \frac{2 \cdot 10^5}{2(1 + 0.3)} = 7.69 \cdot 10^4 \text{ МПа.}$$

Параметры нагрузки

- продольная сила $F = 1000$ кН·м;
- изгибающий момент $M = 1$ кН·м;
- поперечная сила $Q = 1$ кН·м.

19.3 Расчетная модель

Рассматривались одноэлементные модели, состоящие из консольно-зашемленных прямых труб заданного сортамента и эквивалентные им по жесткости модели, включающие компенсатор. Анализ проводился для трех типов компенсаторов с соответствующими вариантами нагружения:

- осевых (продольная сила);
- угловых (изгибающий момент);
- сдвиговых (поперечная сила).

Жесткости задавались следующим образом:

- жесткость на растяжение-сжатие

$$\frac{EF}{l} = \frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 1.618 \cdot 10^{-3}}{l} = 3.236 \cdot 10^8 \text{ Н/м};$$

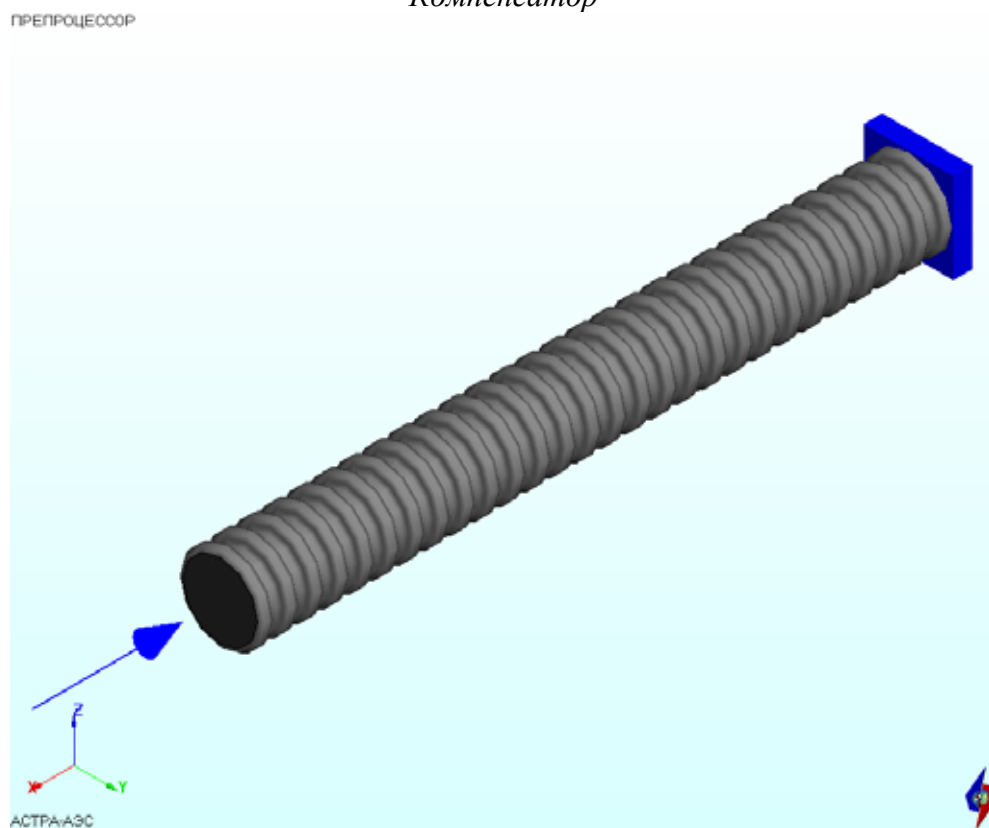
- изгибная жесткость

$$\frac{EJ}{l} = \frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 2.151 \cdot 10^{-6}}{l} = 4.302 \cdot 10^5 \text{ Н·м};$$

- жесткость на сдвиг

$$\frac{GF}{l} = \frac{7.69 \cdot 10^{10} \cdot 1.618 \cdot 10^{-3}}{l} = 1.244 \cdot 10^8 \text{ Н·м}.$$

Компенсатор



Труба эквивалентной жесткости

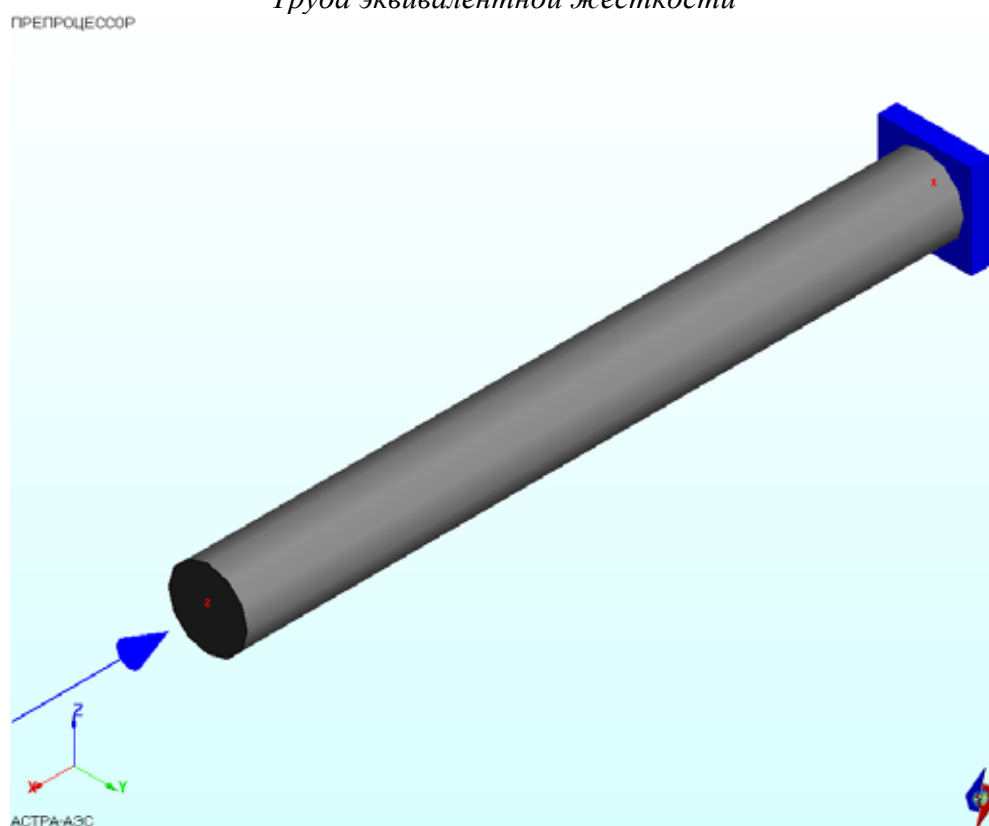
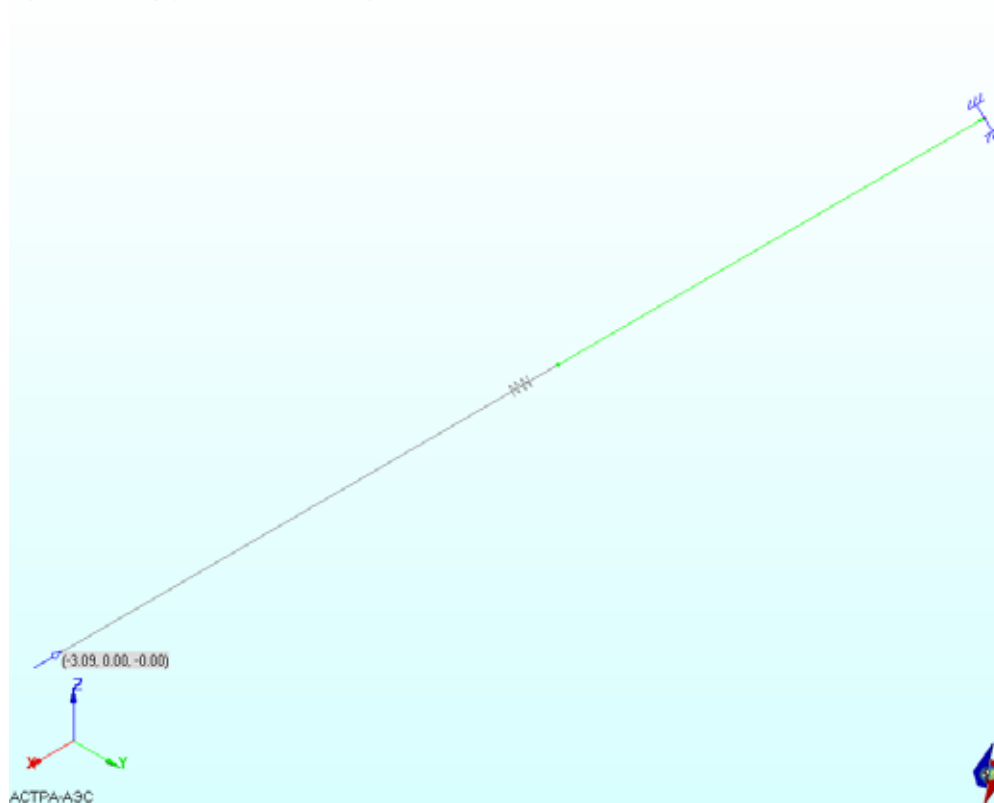


Рис. 19.1 Расчетные модели задачи

19.4 Результаты

Компенсатор

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.



Прямая труба

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.

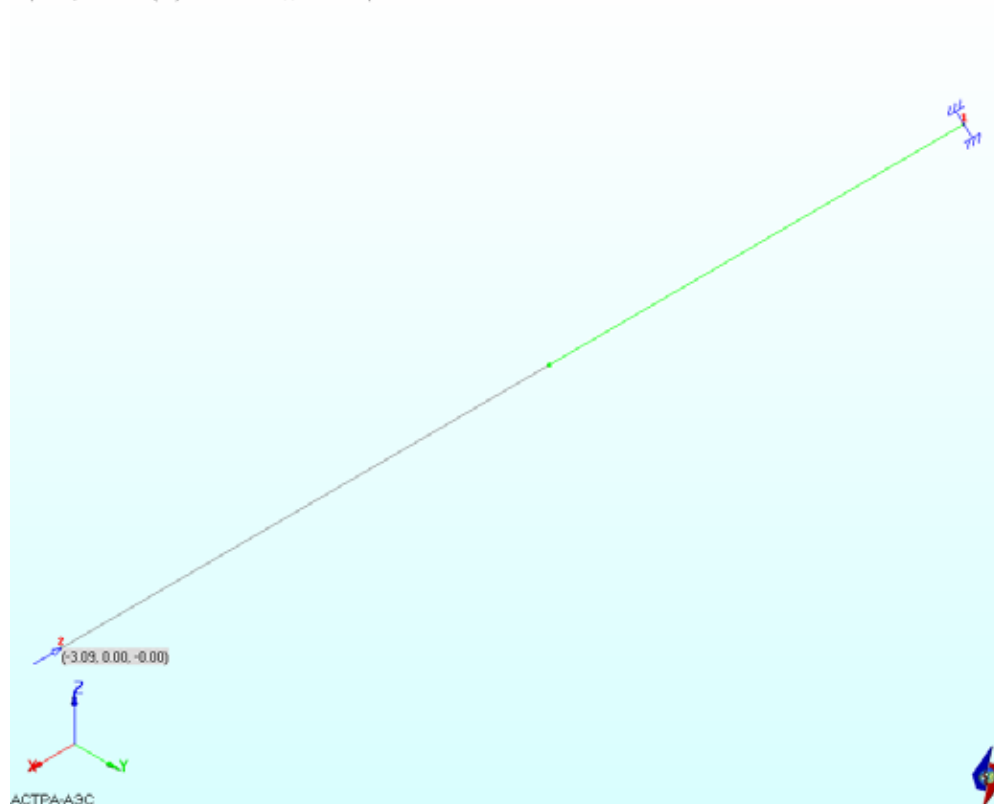
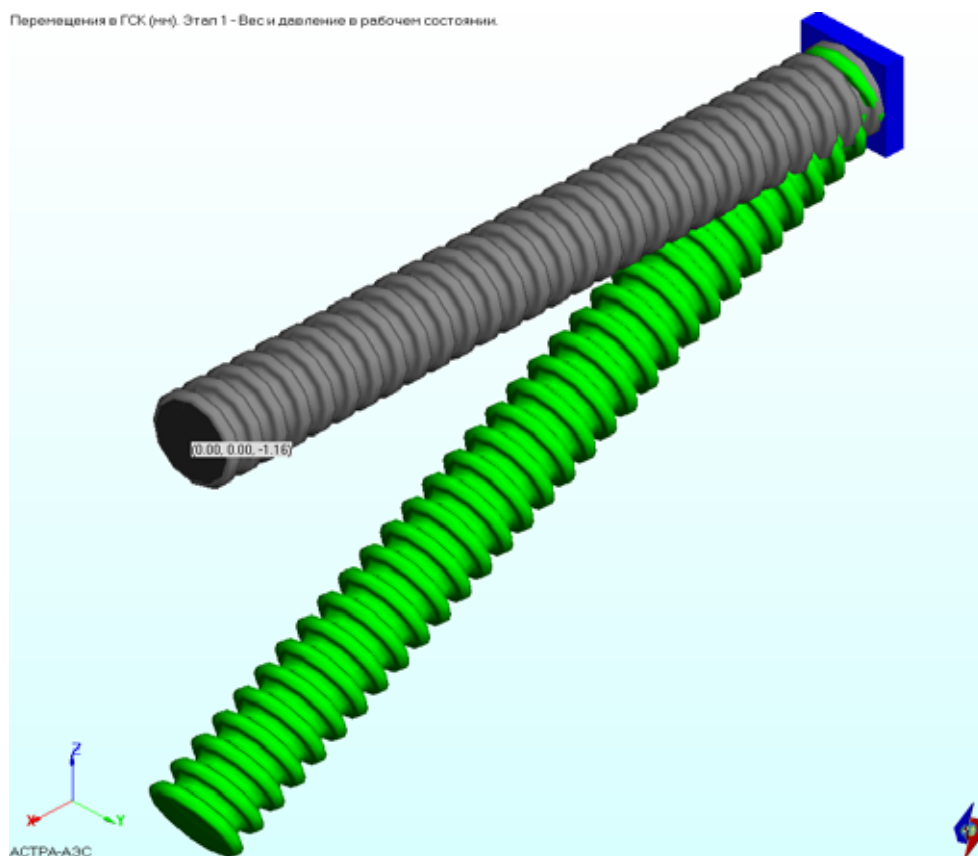


Рис. 19.2 Расчетные перемещения от действия продольной силы, мм

Компенсатор

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.



Прямая труба

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.

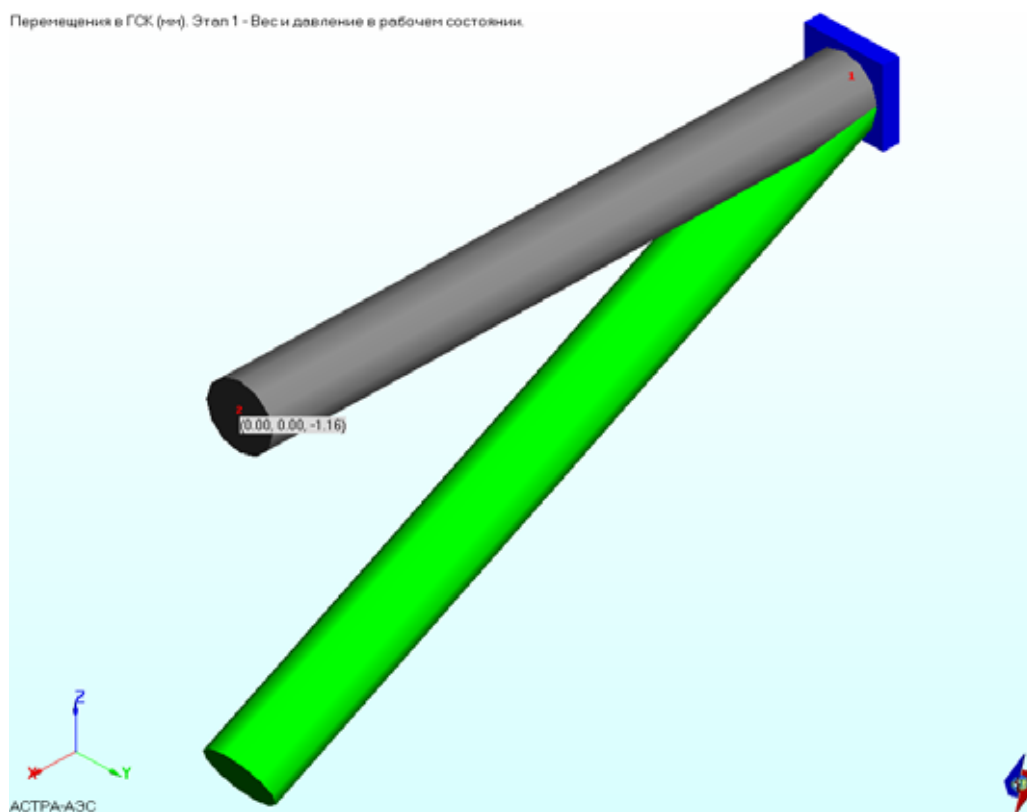
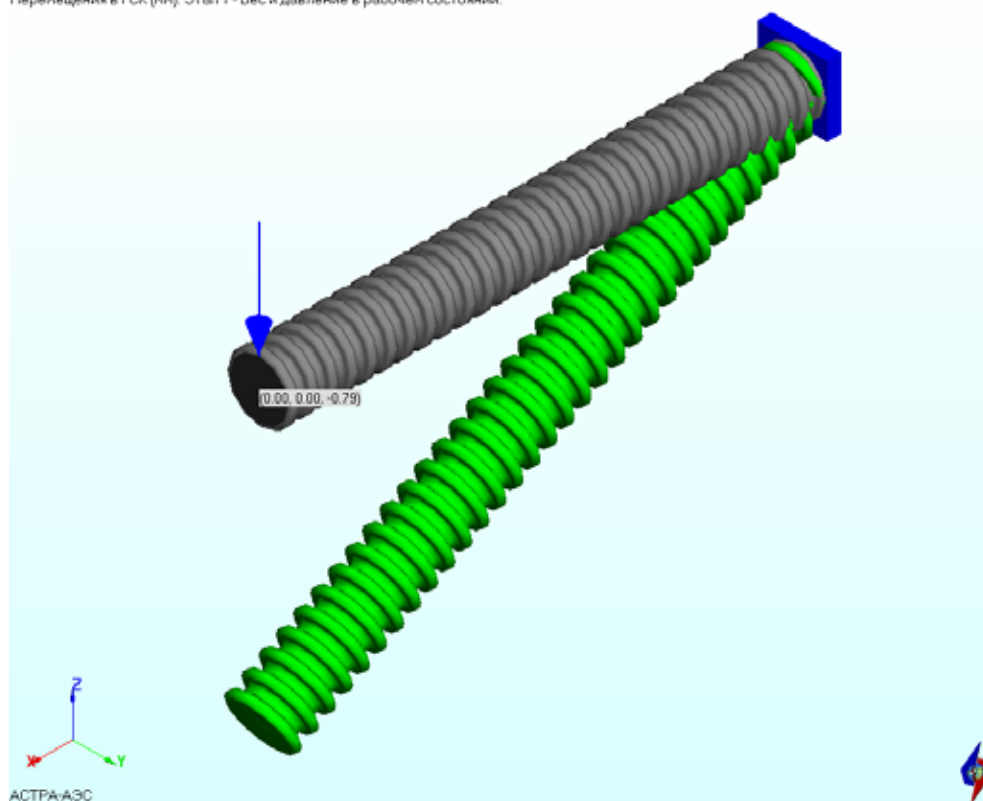


Рис. 19.3 Расчетные перемещения от действия изгибающего момента, мм

Компенсатор

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.



Прямая труба

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.

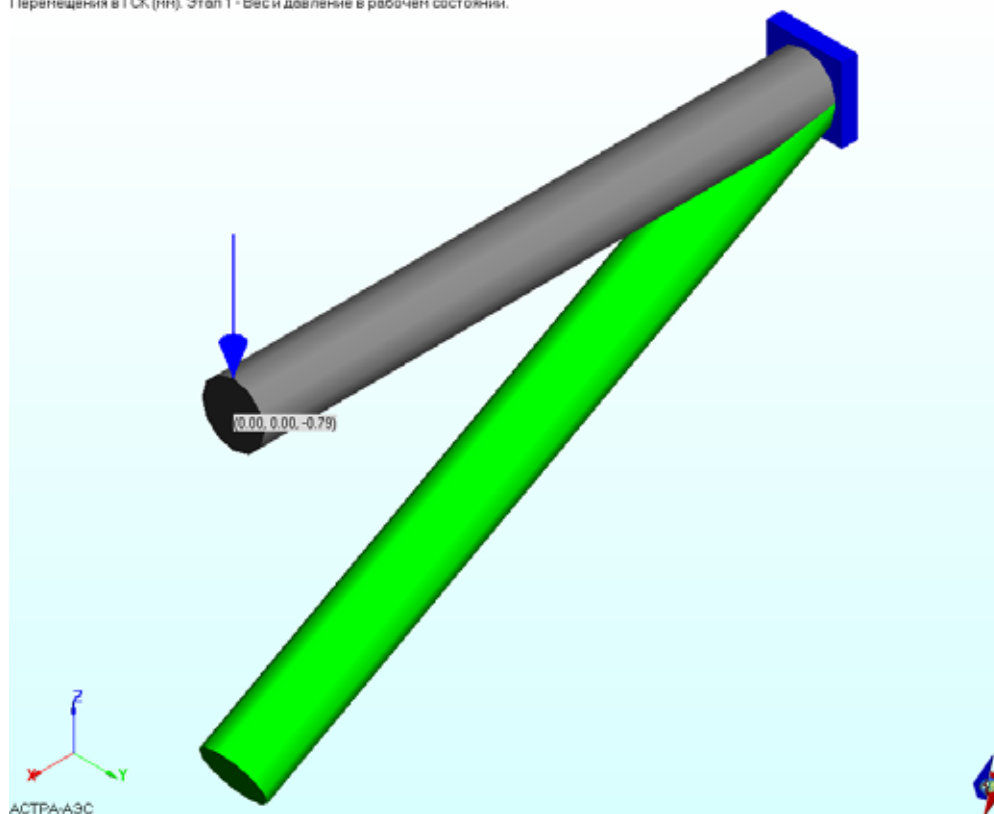


Рис. 19.4 Расчетные перемещения от действия изгибающего момента, мм

В рис. 19.2 – 19.4 и в таблице 19.1 приведены расчетные перемещения конца консоли для различных вариантов нагружения и различных типов элементов (прямая труба/компенсатор).

Таблица 19.1

Расчетные перемещения, мм			
	Осевая сила	Изгибающий момент	Поперечная сила
Прямая труба	3.09	1.16	0.79
Компенсатор	3.09	1.16	0.79
δ , %	0.00	0.00	0.00

Эквивалентность полученных результатов позволяет судить о правильности работы алгоритмов моделирования сильфонных/линзовых компенсаторов, реализованных в ПК АСТРА-АЭС'2009.

19.5 Литература

1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА'2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.

Пример 20. Моделирование конических переходов

Источник(и)	1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА'2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.
Тип задачи	Статический расчет НДС
Тип(ы) верифицируемых элементов	<i>переход, прямая труба, мертвая опора (заделка)</i>
Входной файл	TEST20V1.dat TEST20V2.dat

20.1 Постановка задачи

Конический переход в ПК *АСТРА-АЭС'2009* при расчете заменяется отрезком прямой трубы постоянного сечения с диаметром, равным среднему диаметру перехода.

Требуется проверить правильность работы алгоритмов моделирования указанного элемента с помощью простой модели консольной балки, нагружаемой последовательно

- продольной силой;
- изгибающим моментом;
- поперечной силой.

20.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- диаметры перехода $D_1 = 1000$ мм, $D_2 = 400$ мм
- диаметр прямолинейной трубы $D = (D_1 + D_2)/2 = 700$ мм;
- толщина стенки перехода (трубы) $t = 5$ мм;

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$.

Граничные условия (опоры)

- защемление (заделка) одного из концов балки.

Параметры нагрузки

- продольная сила $F = 1000$ кН·м;
- изгибающий момент $M = 1000$ кН·м;
- поперечная сила $Q = 1000$ кН·м.

20.3 Расчетная модель

Рассматриваемые суперэлементные модели показаны на рис. 20.1 – 20.2.

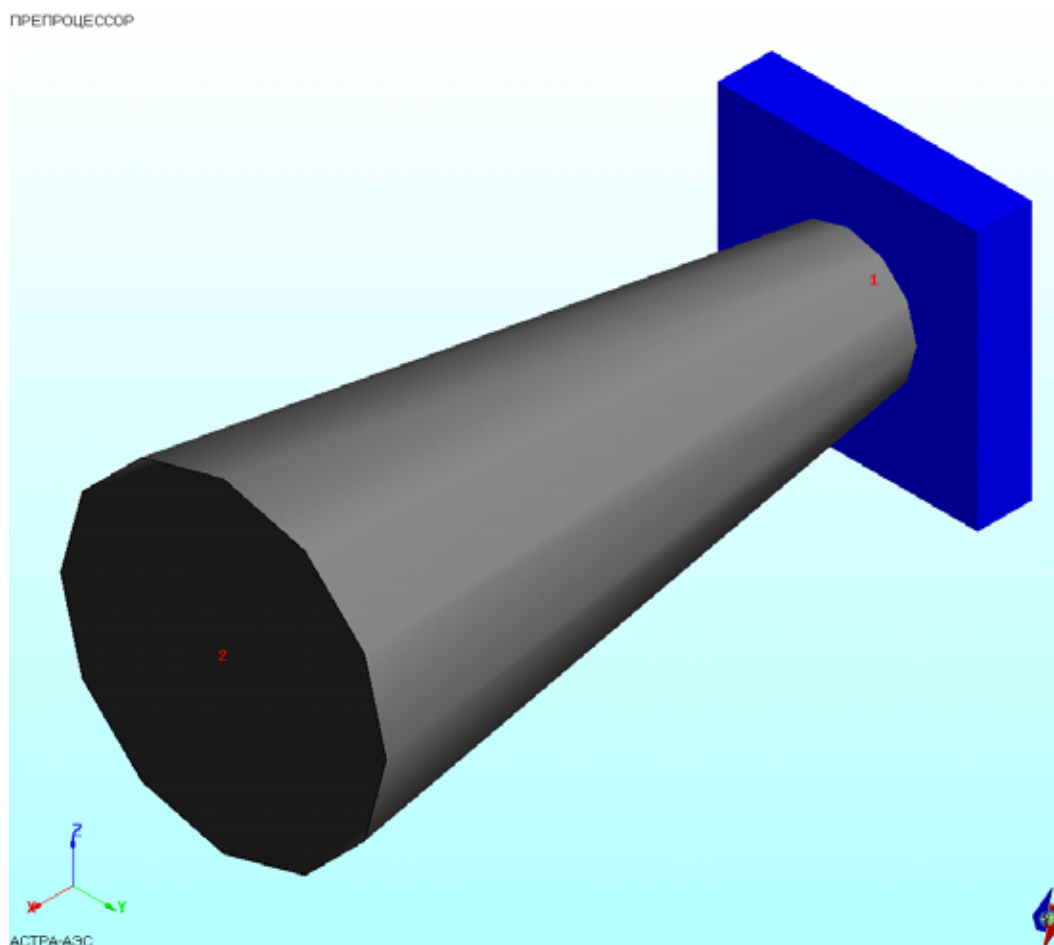


Рис. 20.1 Расчетная модель. Конический переход

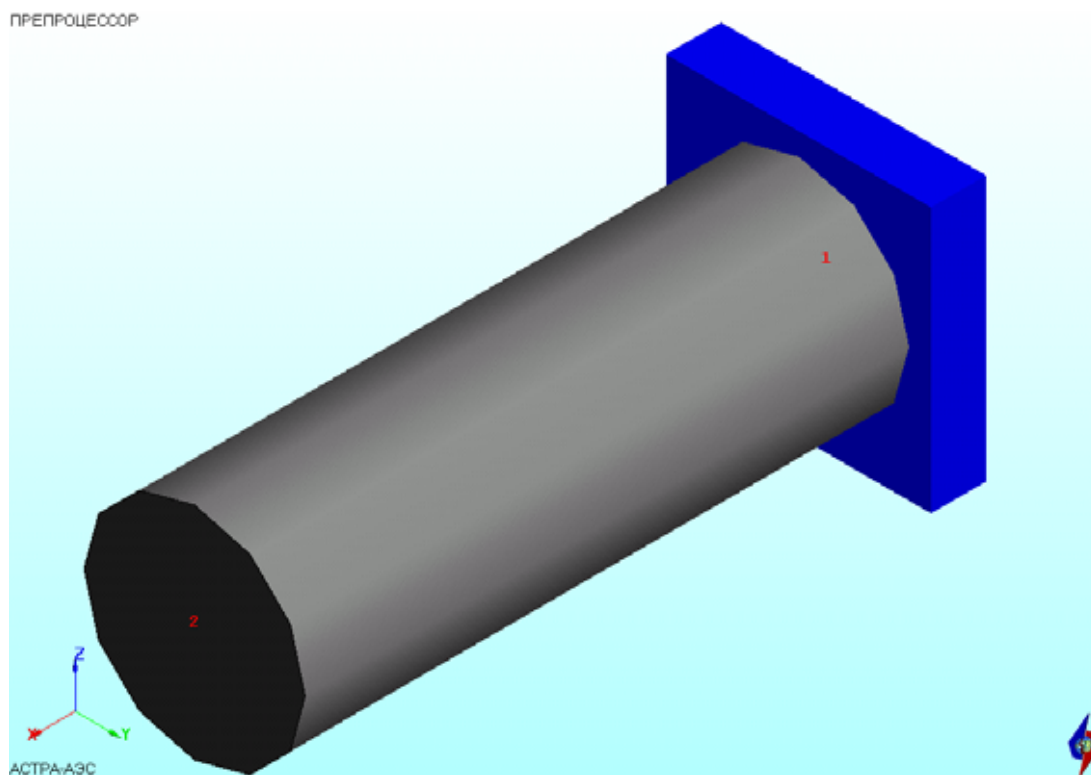
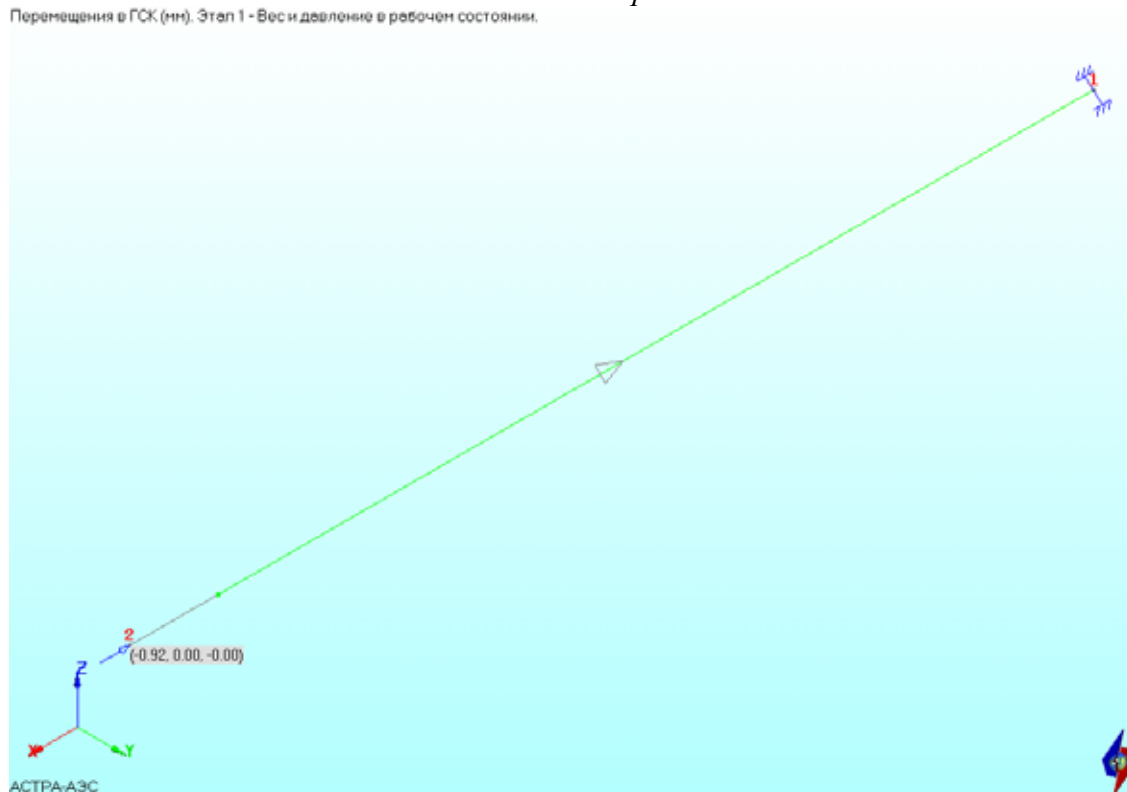


Рис. 20.2 Расчетная модель. Прямая труба

20.4 Результаты

Конический переход

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.



Прямая труба

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.

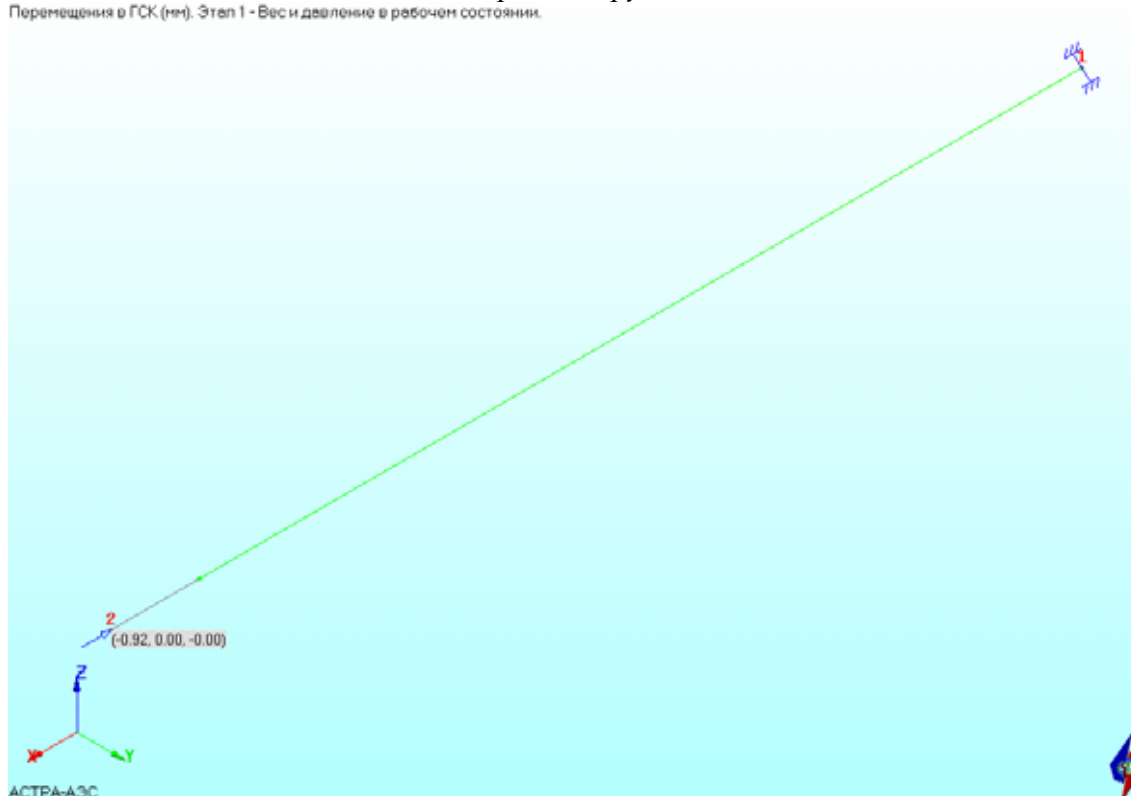
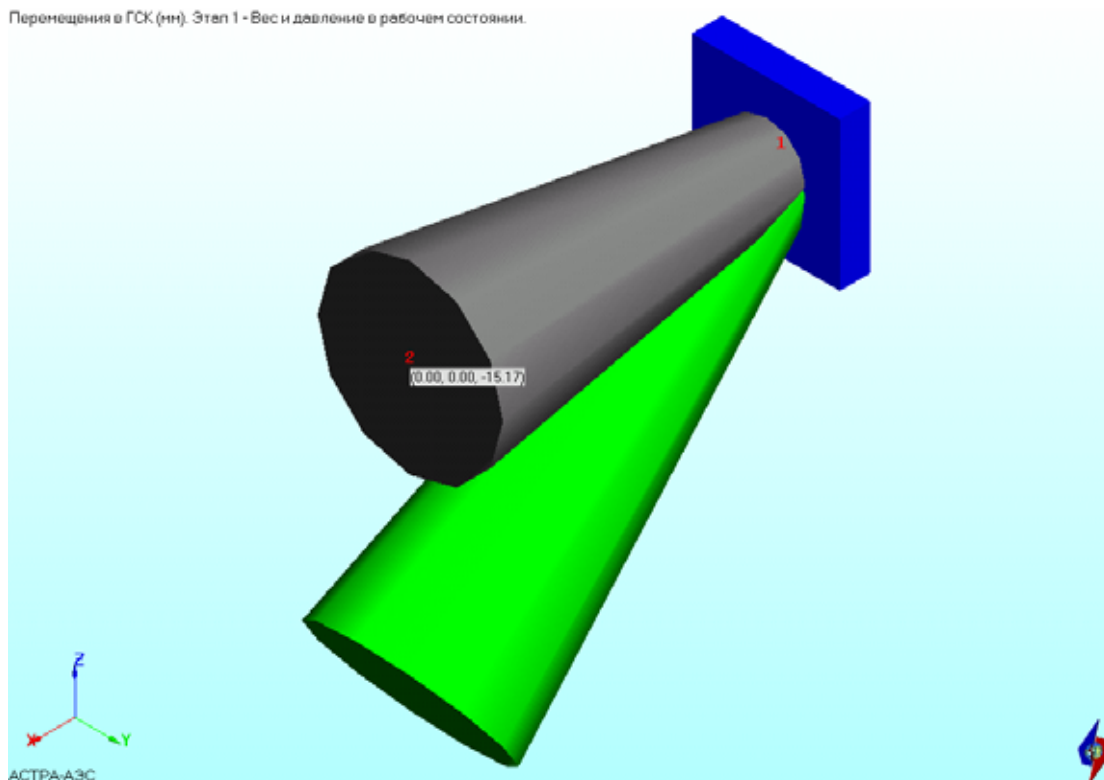


Рис. 20.3 Расчетные перемещения от действия продольной силы, мм

Конический переход

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.



Прямая труба

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.

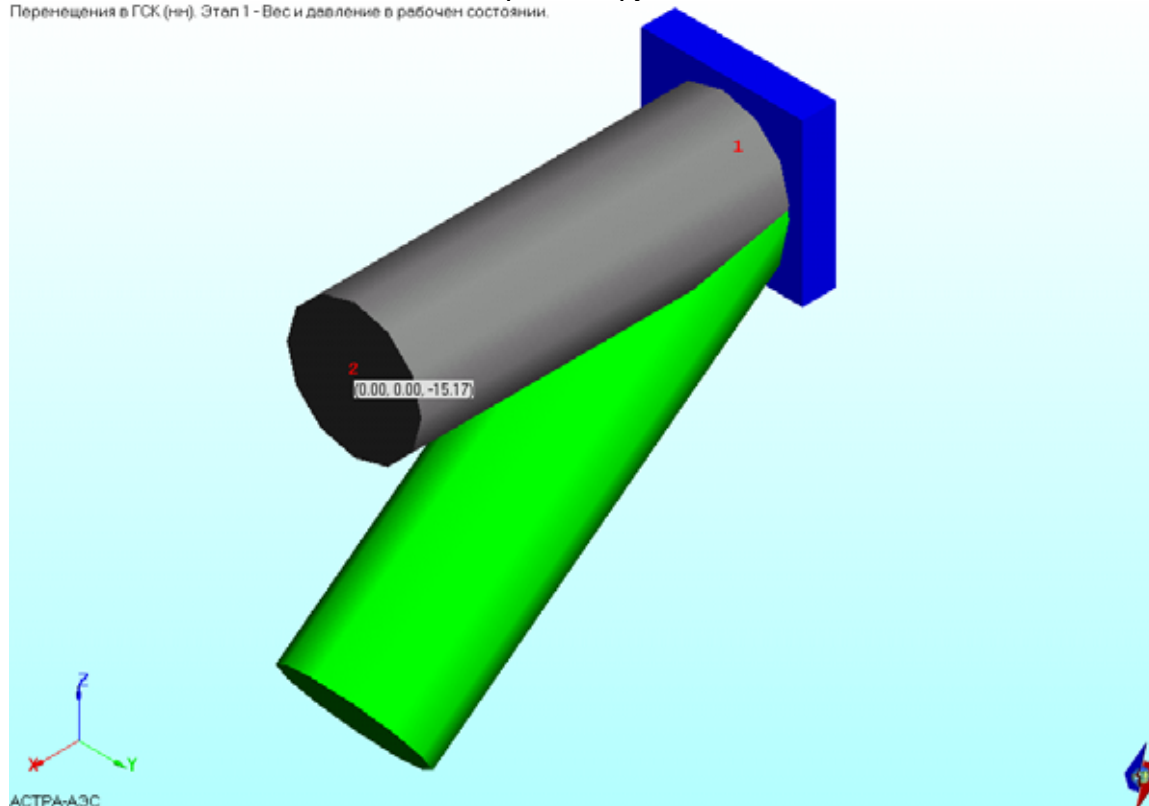
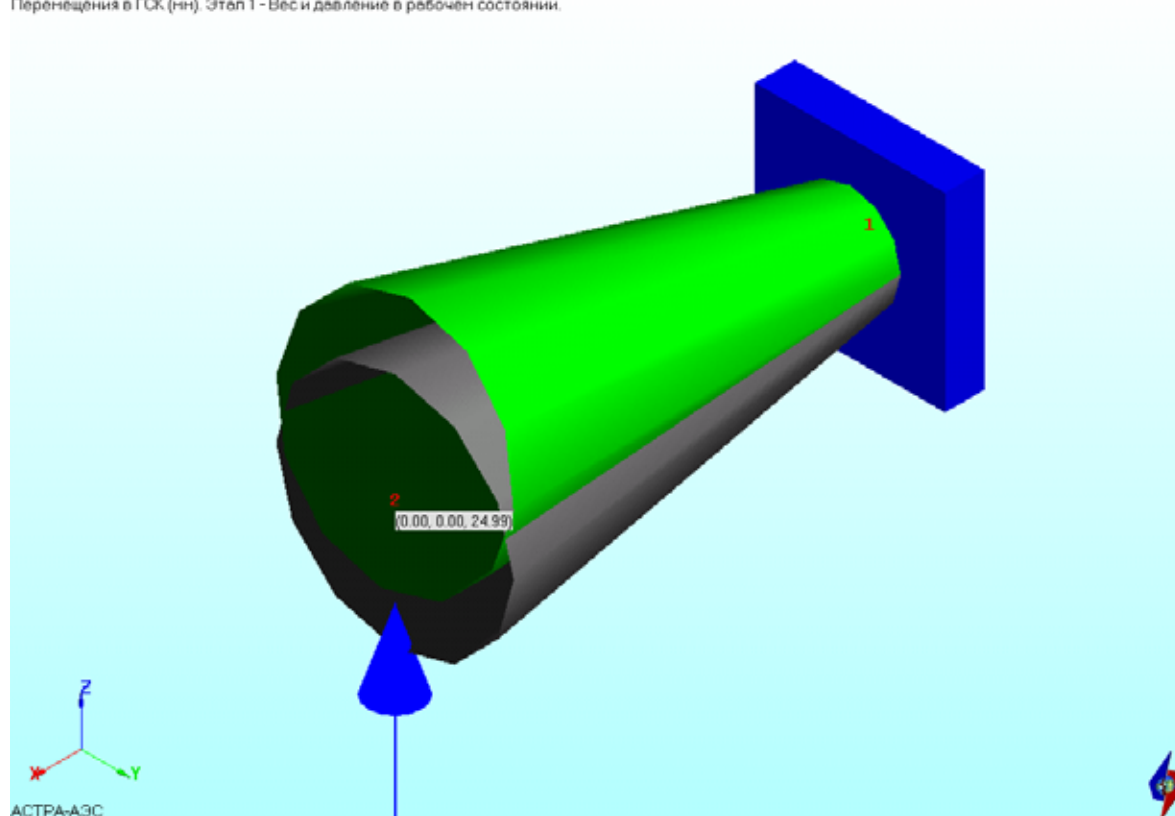


Рис. 20.4 Расчетные перемещения от действия изгибающего момента, мм

Конический переход

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.



Прямая труба

Перемещения в ГСК (мм). Этап 1 - Вес и давление в рабочем состоянии.

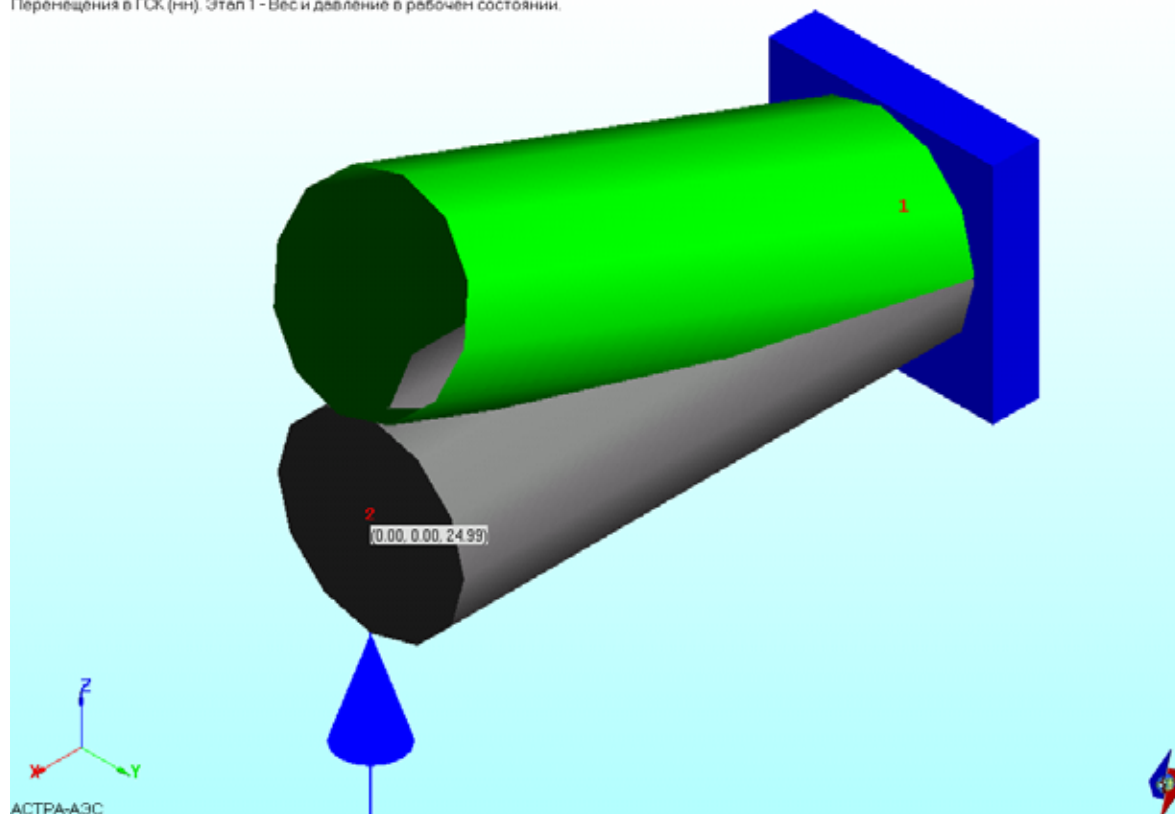


Рис. 20.5 Расчетные перемещения от действия поперечной силы, мм

Расчетные значения линейных перемещений конца консоли для трех рассмотренных типов нагрузок и различных элементов (конический переход/прямая труба) представлены на рис. 20.3 – 20.5 и в таблице 20.1.

Таблица 20.1

Расчетные перемещения, мм

	Продольная сила	Изгибающий момент	Поперечная сила
Переход	0.92	15.7	24.99
Прямая труба	0.92	15.7	24.99
δ, %	0.00	0.00	0.00

Идентичность полученных результатов свидетельствует о соответствии алгоритмов моделирования конических переходов в ПК *АСТРА-АЭС'2009* заявленной точности.

20.5 Литература

1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА'2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.

Пример 21. Моделирование днищ (крышек, донышек)

Источник(и)	1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА'2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.
Тип задачи	Статический расчет НДС
Тип(ы) верифицируемых элементов	прямая труба, донышко (днище, крышка), мертвая опора (заделка)
Входной файл	TEST21.dat

21.1 Постановка задачи

Рассматривается консольная труба с крышкой на конце. Требуется проверить правильность учета осевых сил от давления.

21.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- наружный диаметр трубы $D = 108$ мм;
- толщина стенки трубы $t = 7$ мм;
- площадь трубы в свету

$$F = \frac{\pi}{4} [D^2 - (D - 2t)^2] = \frac{3.14}{4} (0.108 - 2 \cdot 0.007)^2 = 6.94 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$.

Граничные условия (опоры)

- защемление (заделка) одного из концов трубы.

Параметры нагрузки

- внутреннее давление $p = 1$ МПа.

21.3 Расчетная модель

Расчетная модель показана на рис. 21.1.

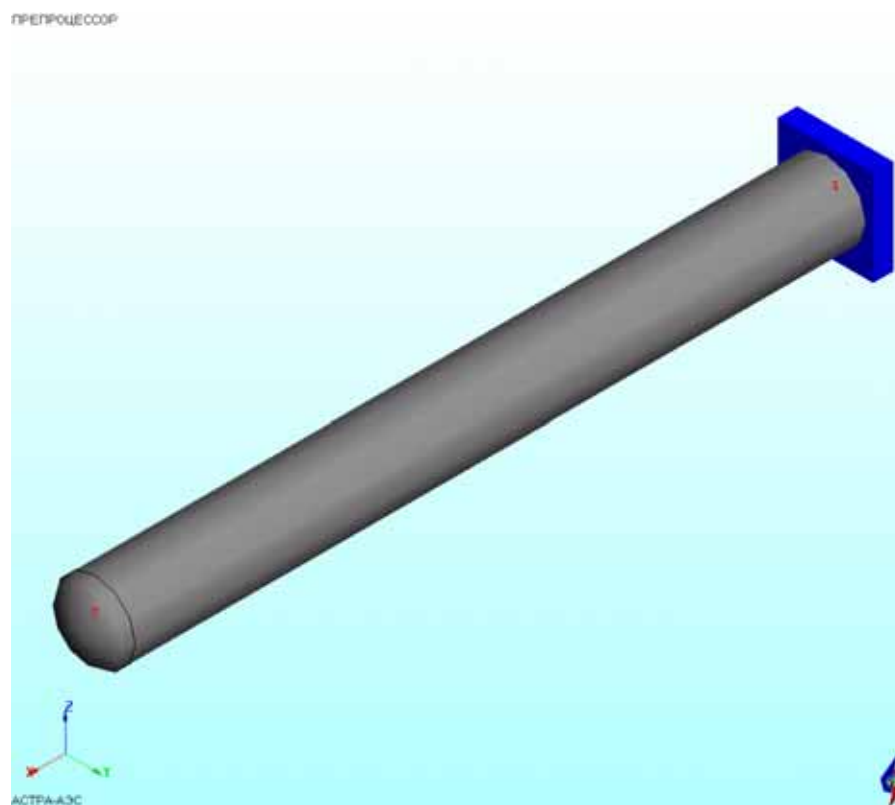


Рис. 21.1 Расчетная АСТРА-модель

21.4. Решение

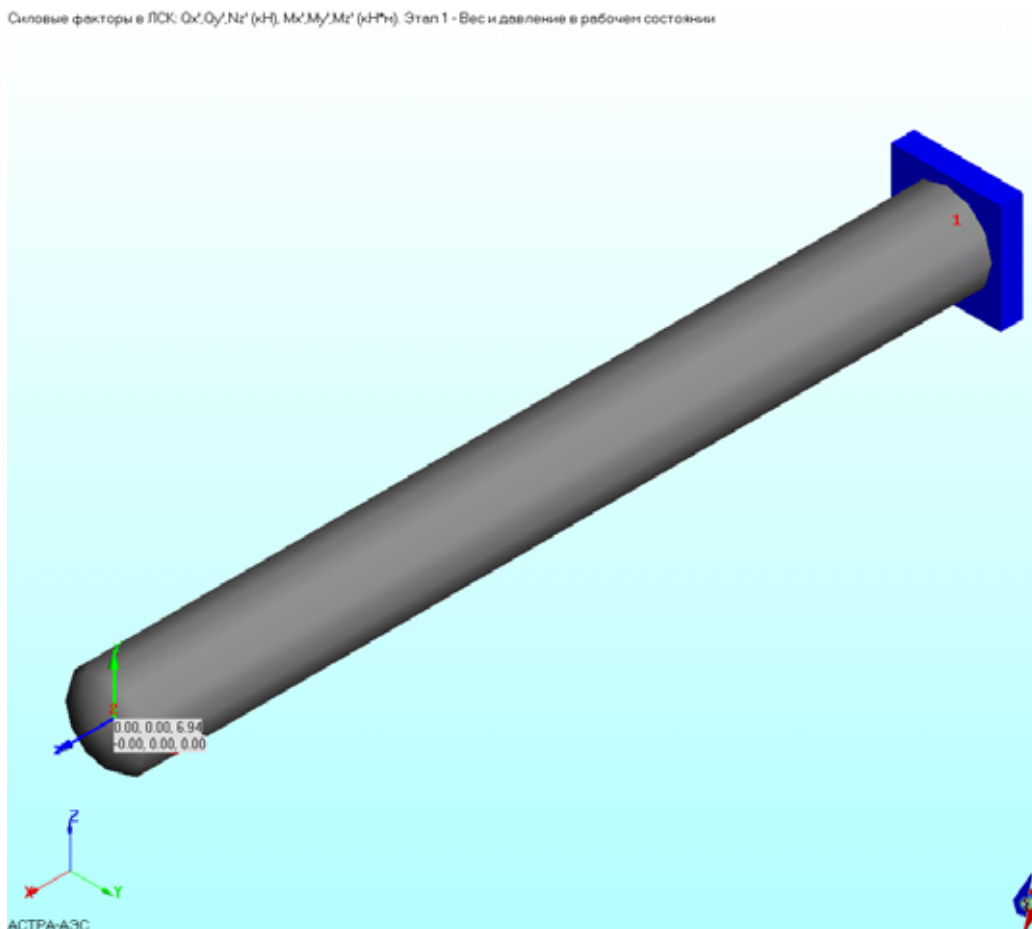


Рис. 21.2 Расчетные внутренние усилия от действия давления, кН

Полученные в результате численного решения в ПК *АСТРА-АЭС'2009* значения продольных внутренних усилий показаны на рис. 21.2 и составили $N = 6.94$ кН, что полностью соответствует аналитическому решению:

$$N = pF = 1 \cdot 10^3 \cdot 6.94 \cdot 10^{-3} = 6.94 \text{ кН.}$$

21.5 Литература

1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА'2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.

Пример 22. Моделирование арматуры с учетом штока (привода). Сопоставление с аналитическим решением

Источник(и)	1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА'2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.
Тип задачи	Статический расчет НДС
Тип(ы) верифицируемых элементов	<i>прямая труба, арматура, мертвая опора (заделка)</i>
Входной файл	TEST22.dat

22.1 Постановка задачи

Требуется проверить правильность работы алгоритмов учета “штока” (привода) арматуры, реализованных в ПК *АСТРА-АЭС'2009* на простой балочной модели (рис. 22.1).

22.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- координаты центра масс сечения штока относительно центрального сечения арматуры:
 - $x = 100$ мм;
 - $y = 100$ мм.
- наружный диаметр примыкающих труб $D = 108$ мм;
- толщина стенки примыкающих труб $t = 7$ мм.

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$.

Граничные условия (опоры)

- заземления (заделки) по концам участка.

Параметры нагрузки

- вес арматуры $G^{арм} = 5$ кН;
- вес штока $G^{шток} = 10$ кН.

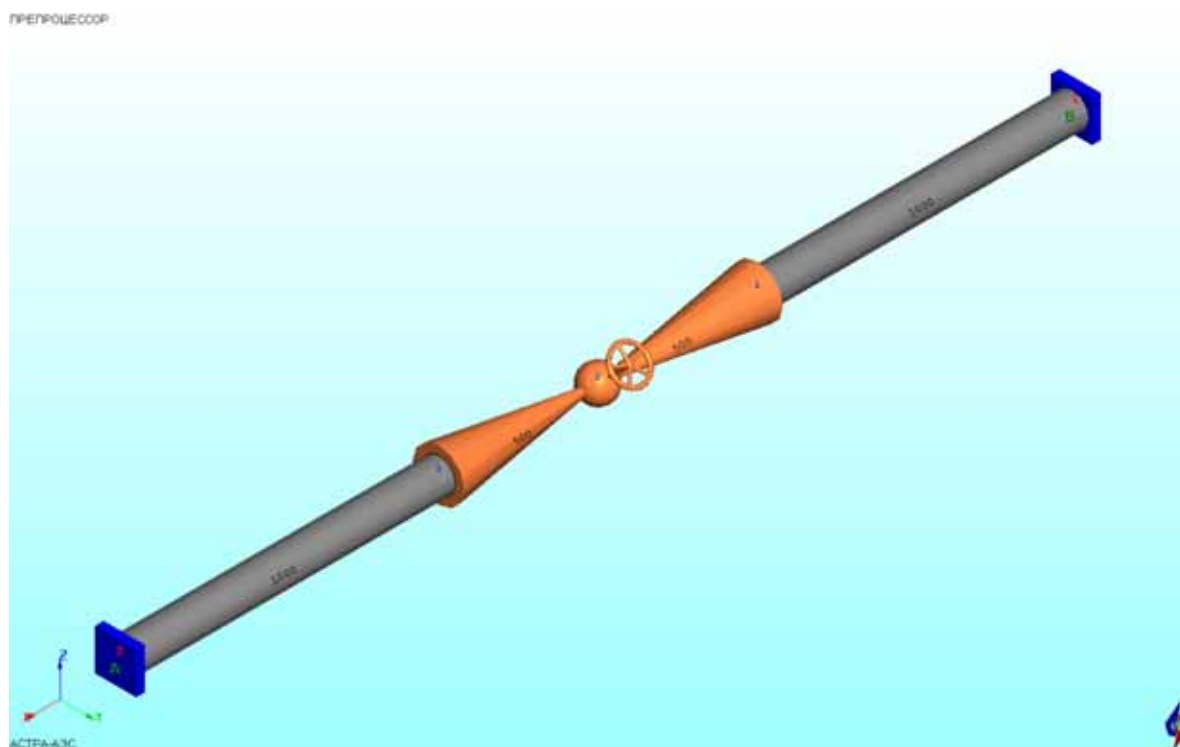


Рис. 22.1 Расчетная АСТРА-модель. Арматура

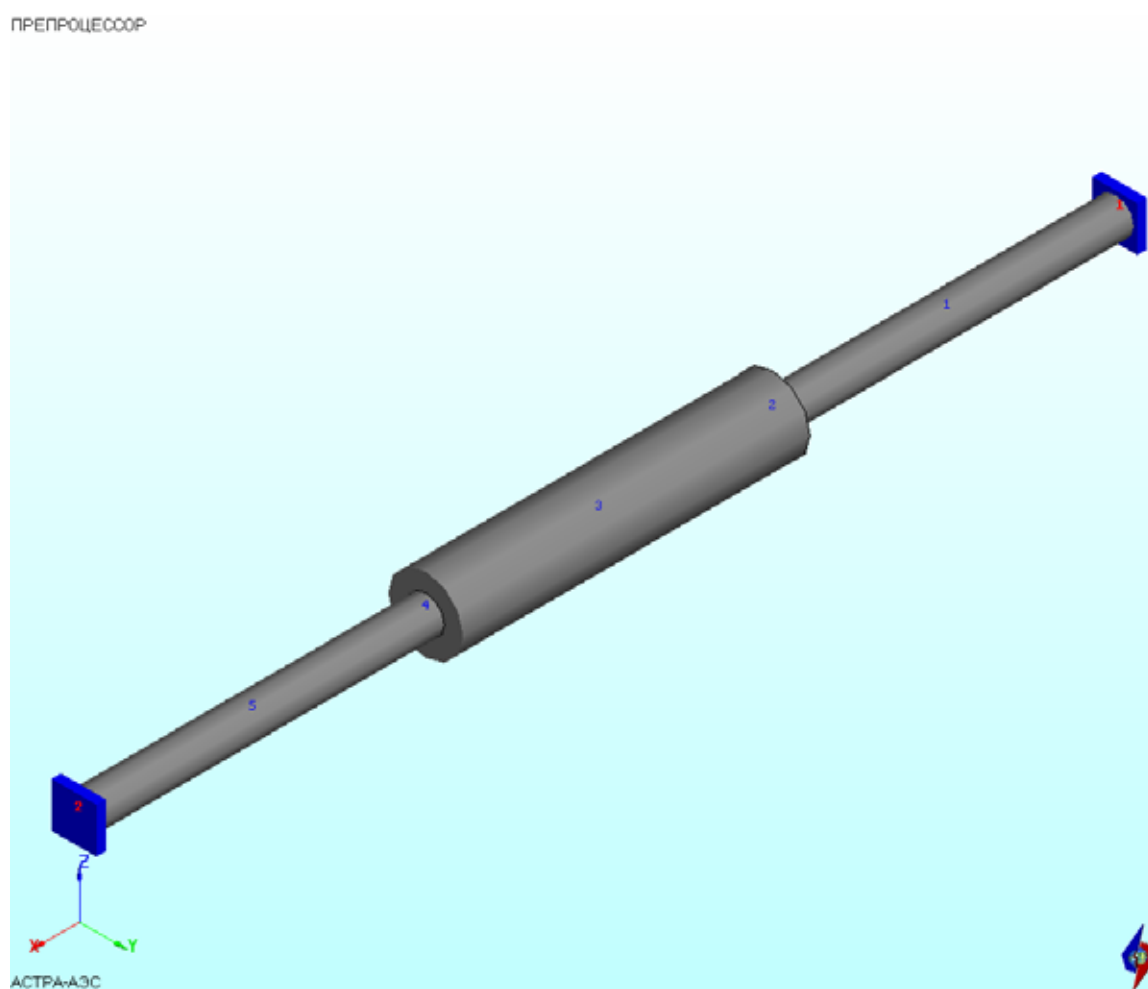


Рис. 22.2 Расчетная эквивалентная АСТРА-модель. Труба

Расположение масс

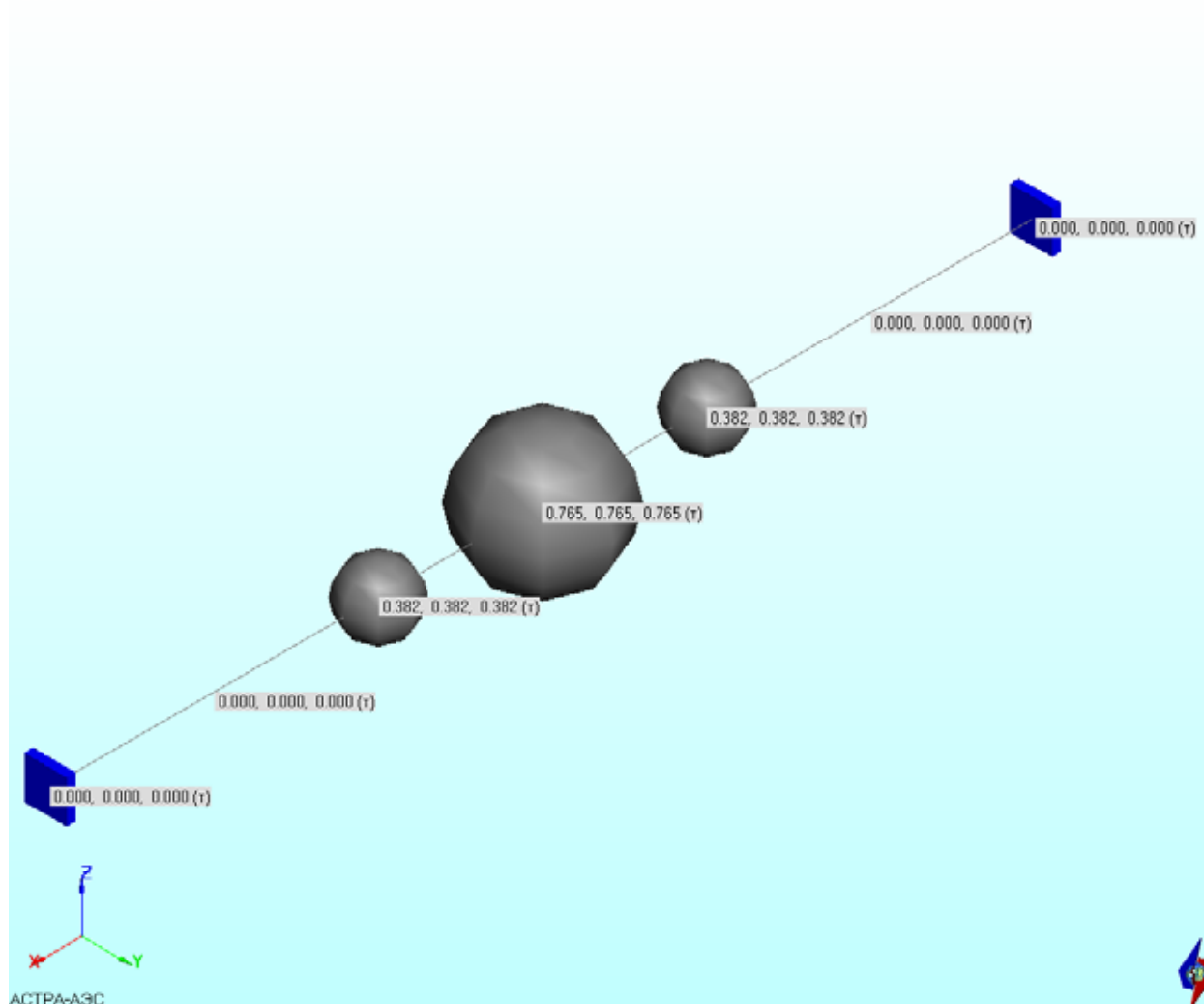


Рис. 22.3 Расчетная динамическая модель (массы – в т)

22.2 Расчетная модель

Расчетная суперэлементная модель, построенная в ПК *АСТРА-АЭС'2009* (рис. 22.1) включает арматуру со штоком и два примыкающих отрезка прямых труб (с заданным нулевым погонным весом). Т.о. в модели 1 участок-суперэлемент, 2 суперэлементных узла, 3 элемента. Концы участка жестко закреплены.

На рис. 22.2 показана эквивалентная модель, построенная исходя из особенностей моделирования арматуры в ПК *АСТРА-АЭС'2009*. Здесь арматура заменяется прямой трубой с диаметром $D_1 = 2 \cdot D$ и толщиной $t_1 = D/2.1$. Суммарный вес $G = G^{\text{арм}} + G^{\text{шток}}$ равномерно распределяется по длине трубы, массовые моменты инерции штока приводятся в центральное сечение.

22.3 Результаты

22.3.1 Аналитическое решение

В соответствии с известными соотношениями теоретической механики приведенный крутящий момент от «штока» относительно глобальной оси X:

$$M_x = -G^{\text{шток}} \cdot y = -10 \cdot 0.1 = -1 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

суммарный вес арматуры со штоком:

$$G = G^{\text{арм}} + G^{\text{шток}} = 5 + 10 = 15 \text{ кН.}$$

Тогда из условия равновесия реакции в опорах крутящие моменты $M_x^A = M_x^B = 0.5 \text{ кН}\cdot\text{м}$, перерезывающие силы $R_z^A = R_z^B = 7.5 \text{ кН}$.

Массовые моменты инерции штока, приведенные к центральному сечению арматуры:

$$I_x = M^{\text{шток}} \cdot (y^2 + z^2) = 1.01936 \cdot (0.1^2 + 0.1^2) = 0.0203873 \text{ т}\cdot\text{м}^2,$$

$$I_y = M^{\text{шток}} \cdot (x^2 + z^2) = 1.01936 \cdot 0.1^2 = 0.0101936 \text{ т}\cdot\text{м}^2,$$

$$I_z = M^{\text{шток}} \cdot (x^2 + y^2) = 1.01936 \cdot 0.1^2 = 0.0101936 \text{ т}\cdot\text{м}^2,$$

где $M^{\text{шток}} = 1.01936 \text{ т}$ – масса штока.

22.3.2 Численное решение

Расчетные нагрузки в опорах показаны на рис. 22.4. Полученные в ПК АСТРА-АЭС'2009 значения реактивных крутящих моментов (0.5 кН·м) и вертикальных сил (7.5 кН) в опорах полностью совпадают с результатами аналитического решения.

Нагрузки на опоры: P1,P2,P3 (кН); M1,M2,M3 (кН·м). Рабочее состояние.

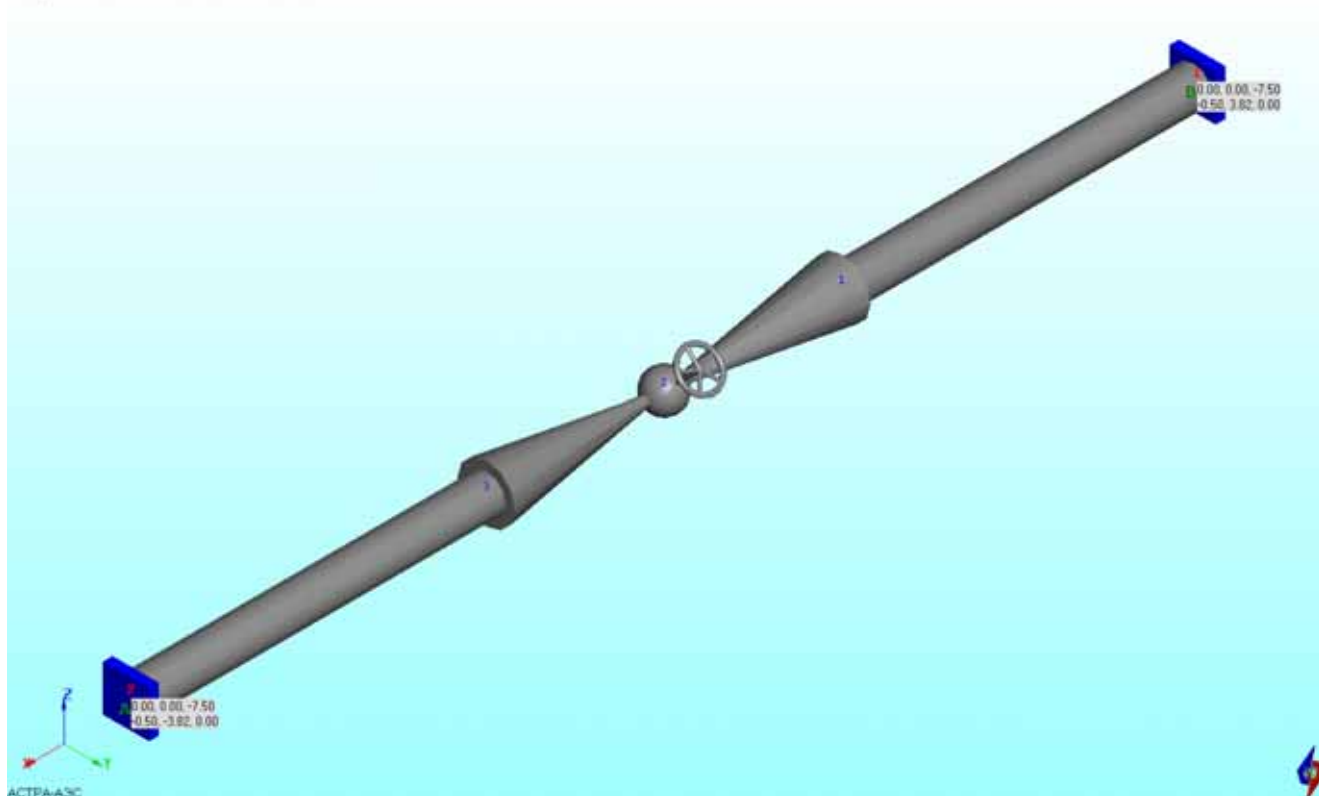


Рис. 22.4 Расчетные нагрузки на опоры, кН (кН·м)

Расчетные низшие собственные частоты для моделей с арматурой (рис. 22.1) и эквивалентной (рис. 22.2) в соответствии с таблицей 22.1 полностью идентичны.

Таблица 22.1

Расчетные низшие собственные частоты, Гц

Модель	1	2	3
Арматура со штоком	14.068	14.068	32.766
Эквивалентная модель (рис. 22.2)	14.068	14.068	32.766
δ, %	0.00	0.00	0.00

На основании проведенных сопоставлений можно сделать вывод о правильности моделирования статического и динамического поведения арматуры с приводом (штоком) в ПК АСТРА-АЭС'2009.

22.4 Литература

1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА'2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.

Пример 23. Моделирование односторонних опор с трением, жестких подвесок и амортизаторов

Источник(и)	1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА'2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.
Тип задачи	Статический расчет НДС, расчет собственных частот и форм колебаний
Тип(ы) верифицируемых элементов	<i>прямая труба, отвод (гиб, колено), опора трения односторонняя, жесткая подвеска, амортизатор, опора общего вида, мертвая опора (заделка)</i>
Входной файл	TEST23V1.dat TEST23V2.dat TEST23V3.dat TEST23V4.dat TEST23V5.dat

23.1 Постановка задачи

Проверяется правильность работы реализованных в ПК АСТРА-АЭС'2009 алгоритмов итерационного учета отрыва трубопровода от односторонних опор с трением и жестких подвесок.

Также осуществляется проверка правильности моделирования амортизаторов, посредством сопоставления их работы в статическом и динамическом режимах с работой пружинных опор эквивалентной жесткости и трубопровода, не содержащего в данном сечении опорных конструкций.

23.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- наружный диаметр трубы $D = 245$ мм;
- толщина стенки трубы $t = 19$ мм.

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$.

Граничные условия (опоры)

- мертвые опоры (заделки) по концам трубы;
- верифицируемая опора в промежуточном сечении.

Параметры нагрузки

- внутреннее давление $p = 2$ МПа;
- плотность материала трубы $\rho = 7.85$ т/м³;
- температурный перепад $\Delta T = 380^\circ\text{C}$.

23.3 Расчетные модели

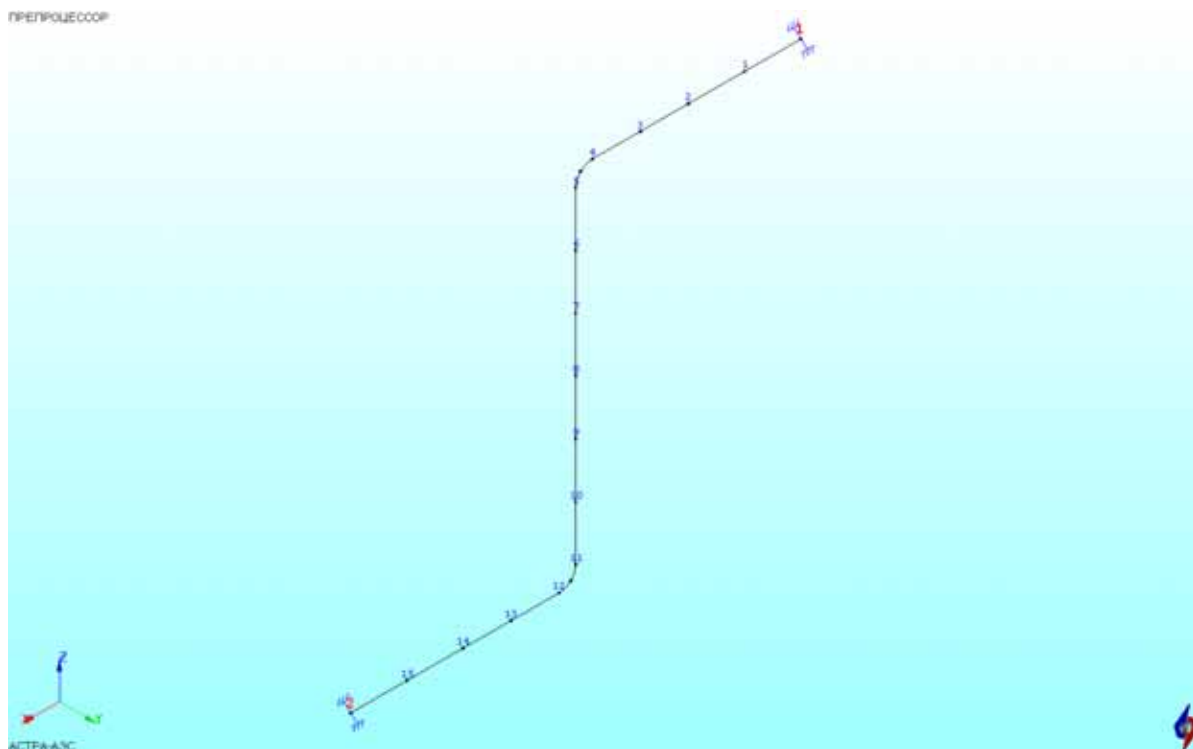
Базовая суперэлементная модель трубопровода, представленная на рис. 23.1, состоит из одного участка-суперэлемента, 16-ти элементов.

В рассматриваемую модель включались последовательно верифицируемые элементы (односторонняя опора, жесткая подвеска, амортизатор). Соответствующие расчетные

модели показаны на рис. 23.2 – 23.4. На рис. 23.5 приведена модель, содержащая пружинную опору эквивалентной жесткости (применяется для верификации амортизатора).

На рис. 23.6 показана расчетная динамическая модель трубопровода. Суммарная масса системы 1.872 т, число динамических степеней свободы – 39.

Осевое (нитоное) представление



Объемное (твердотельное) представление

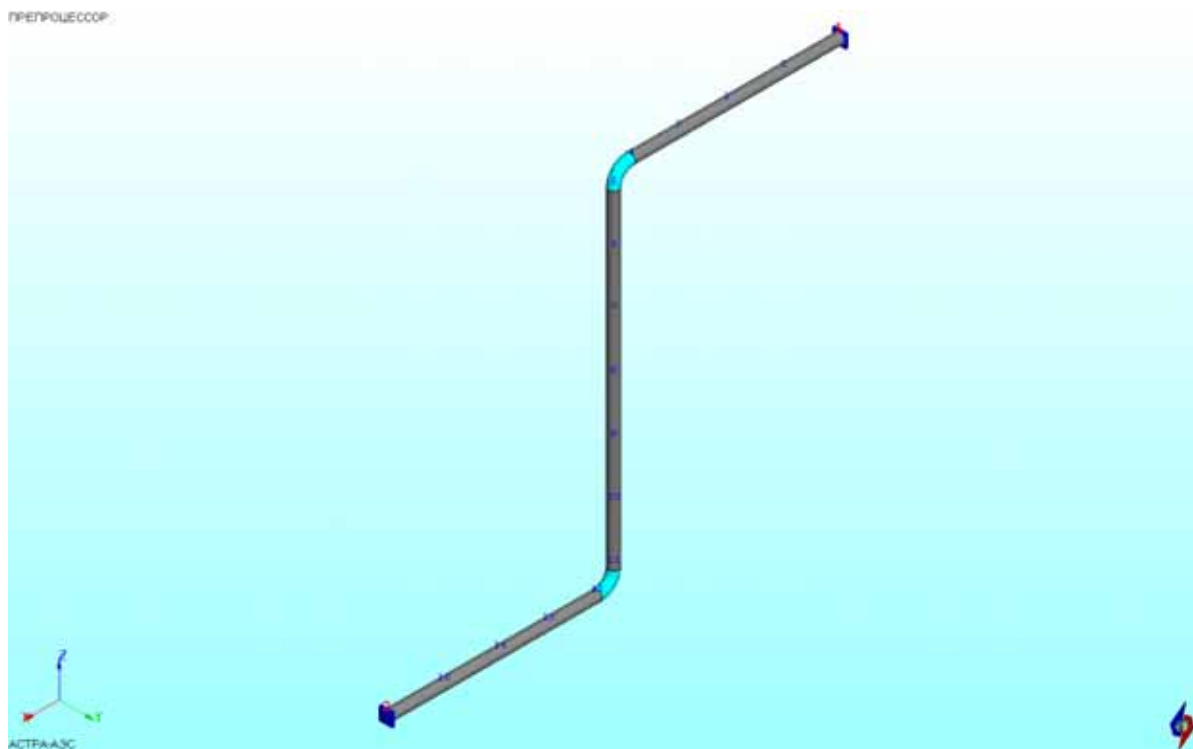


Рис. 23.1 Расчетная АСТРА-модель. Трубопровод без промежуточных опорных конструкций

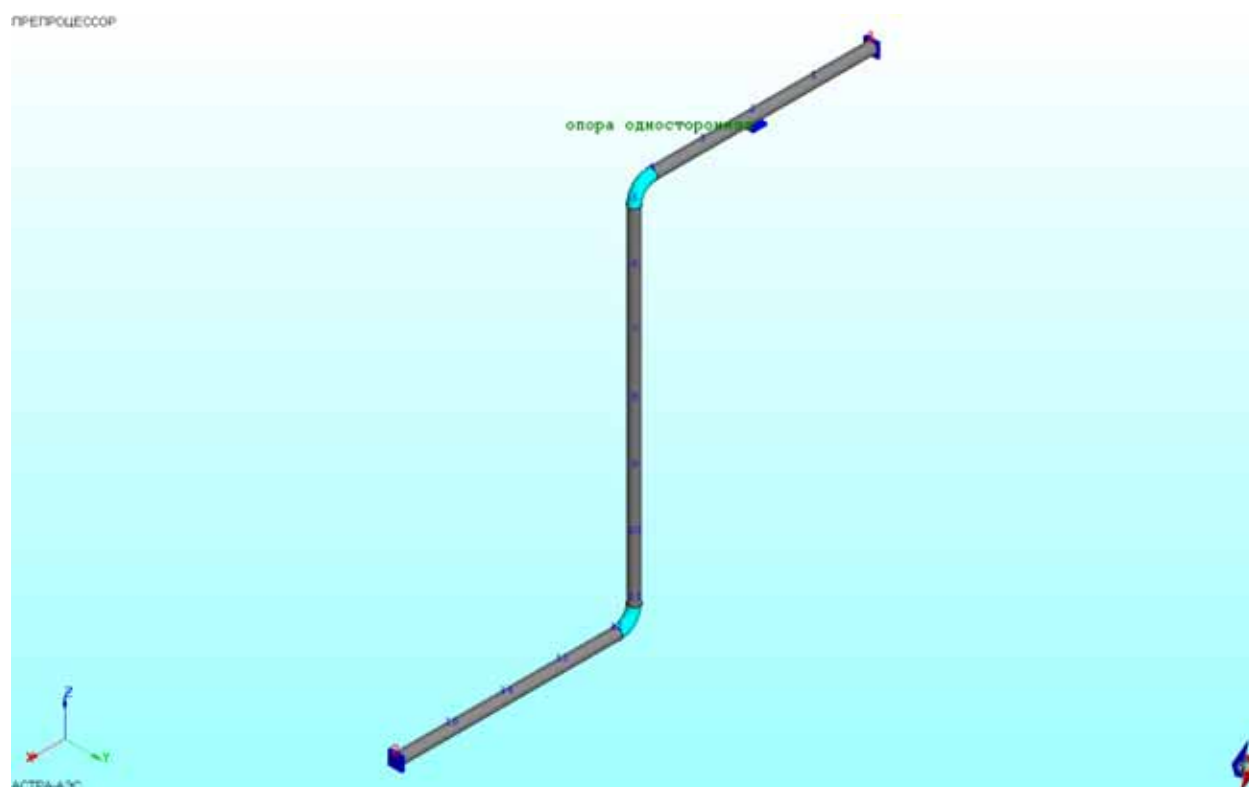


Рис. 23.2 Расчетная АСТРА-модель. Трубопровод с односторонней опорой

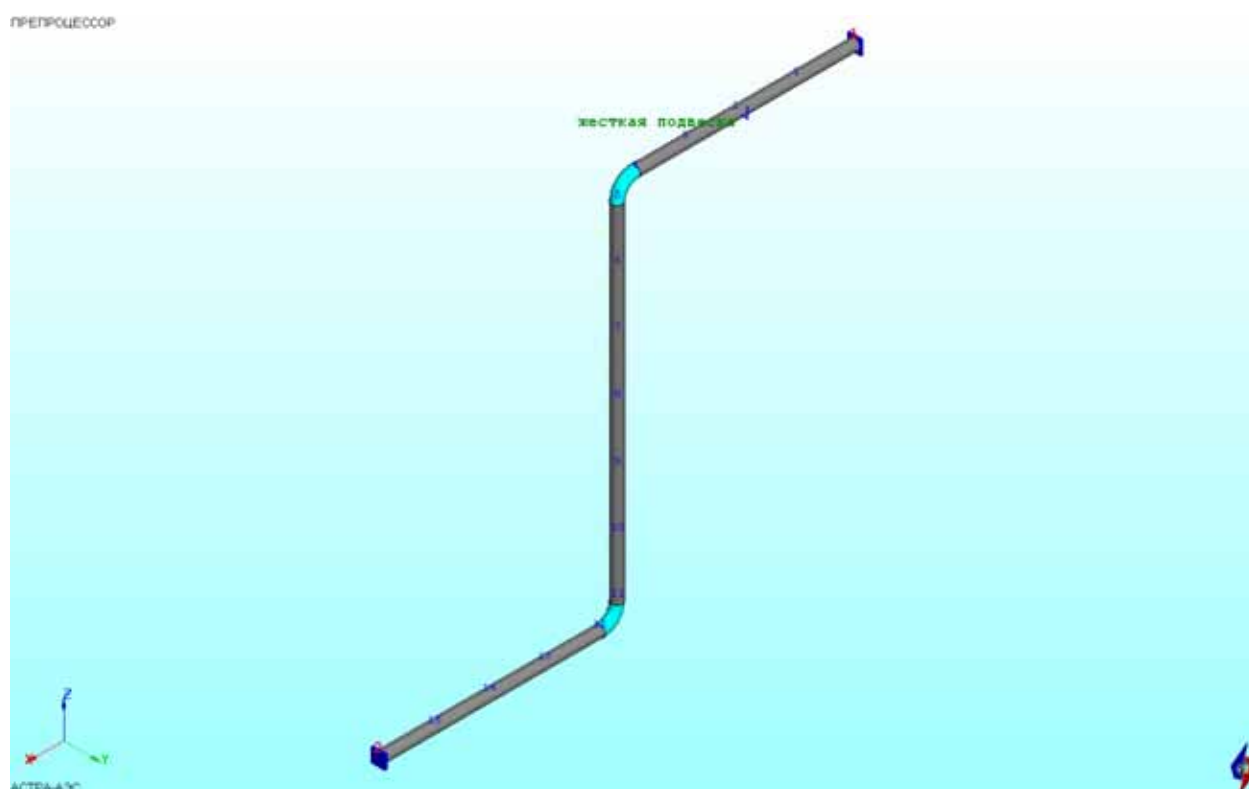


Рис. 23.3 Расчетная АСТРА-модель. Трубопровод с жесткой подвеской

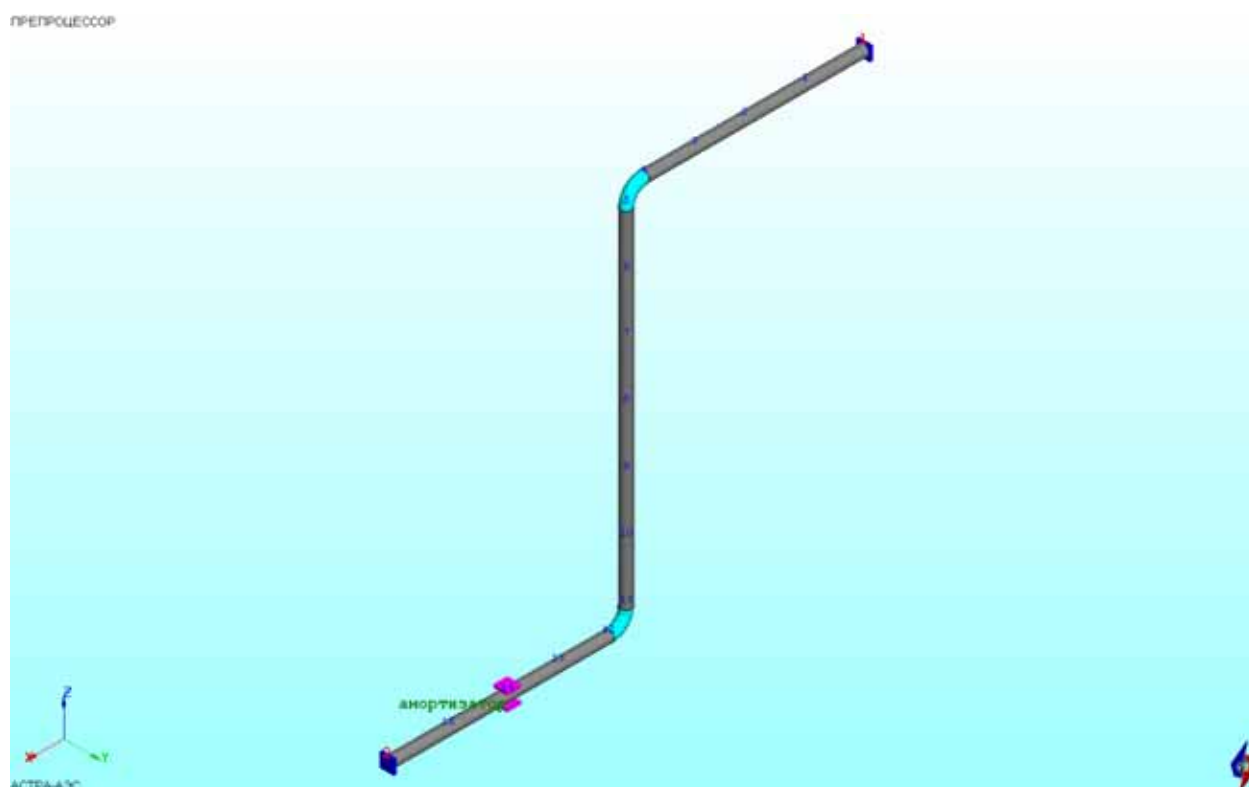


Рис. 23.4 Расчетная АСТРА-модель. Трубопровод с амортизатором

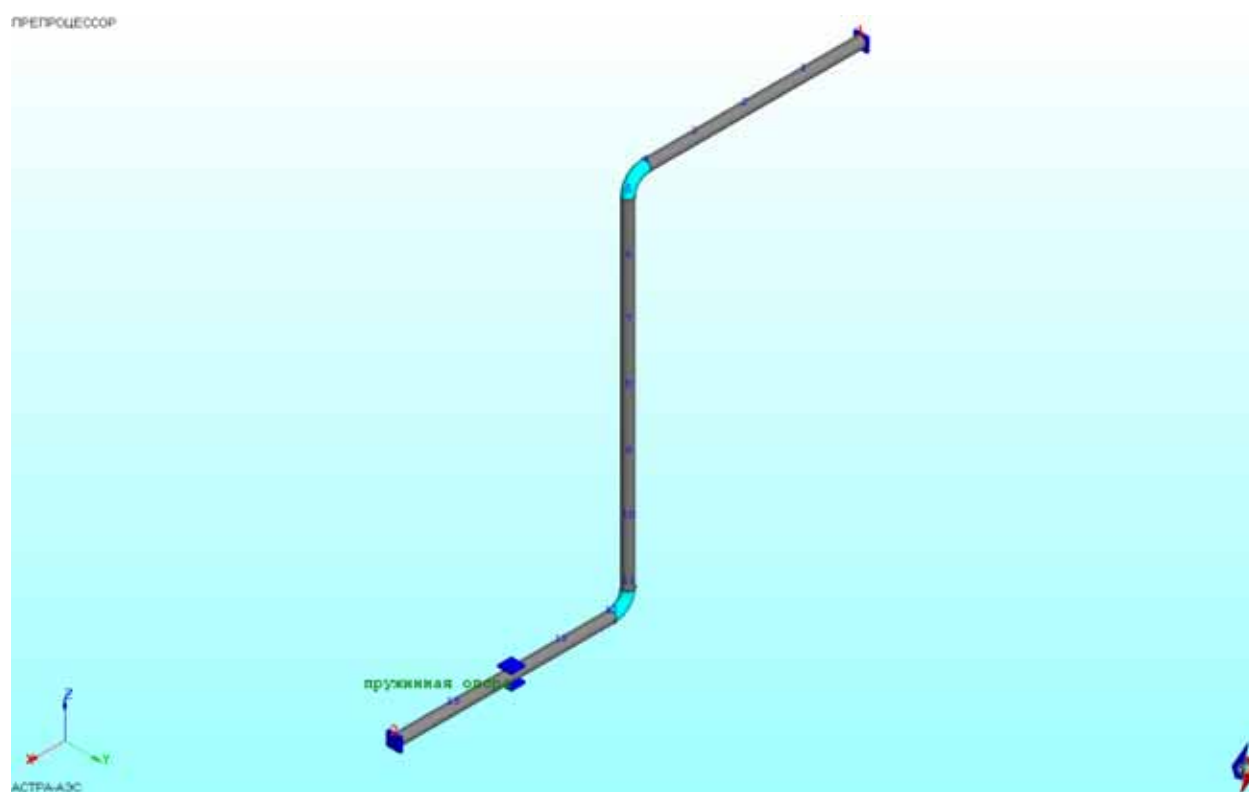
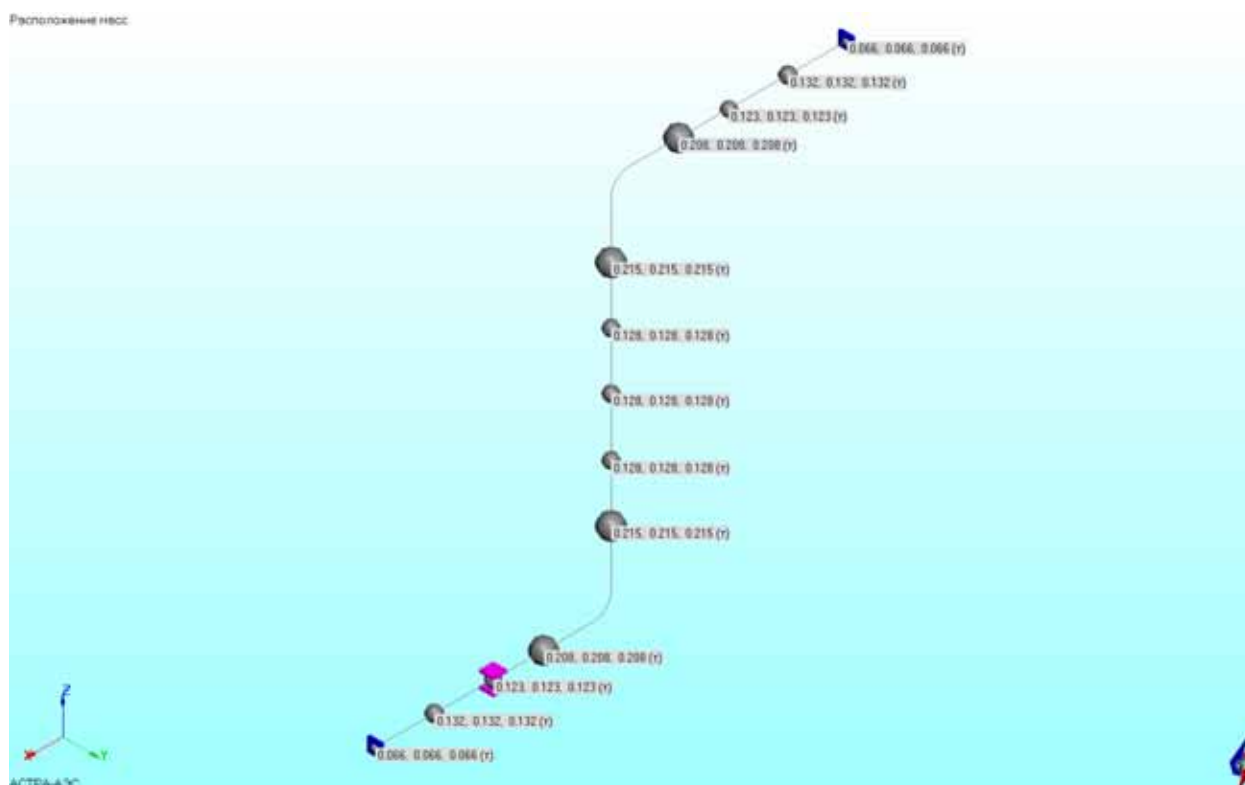


Рис. 23.5 Расчетная АСТРА-модель. Трубопровод с опорой эквивалентной жесткости



23.4 Результаты

23.4.1 На рис. 23.7 – 23.8 продемонстрирован отрыв трубопровода при нагреве от односторонней опоры с трением и в жесткой подвеске. Обращение в нуль реактивных усилий в опорах является достаточным критерием правильности работы алгоритмов моделирования указанных элементов.

23.4.2 Для трубопровода, содержащего амортизатор, на рис. 23.9 представлены расчетные перемещения, а на рис. 23.10 – 23.11 – расчетные напряжения групп $(\sigma)_2$, $(\sigma)_{\text{РК}}$; продемонстрировано полное совпадение с результатами аналогичного расчета для трубопровода без амортизатора.

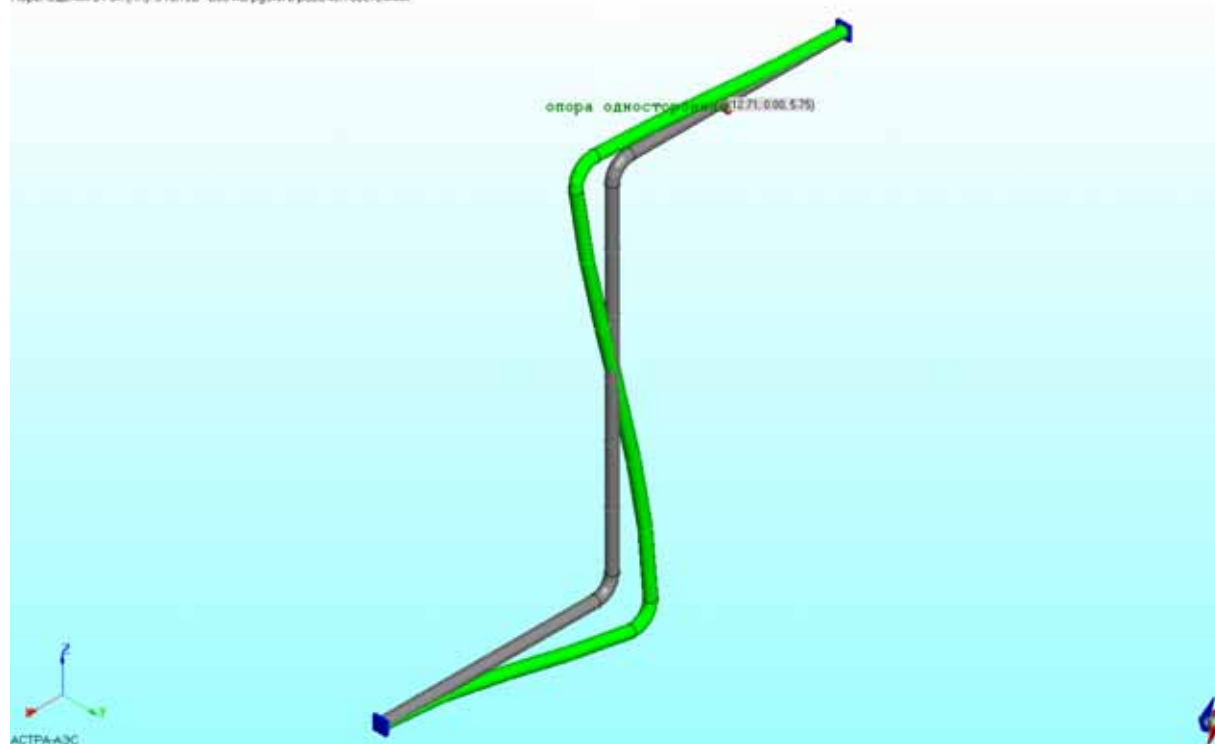
В таблице 23.1 приведены значения 10-ти низших собственных частот, (а на рис. 23.12 – 4 первые формы собственных колебаний) для двух вариантов моделирования рассматриваемого трубопровода:

- с амортизатором
- с эквивалентной по жесткости пружинной опорой.

Результаты идентичны. Таким образом, на тестовом примере показано искомое отсутствие влияния амортизатора на жесткость системы при квазистатическом нагружении и включение его жесткостных характеристик в глобальную матрицу жесткости трубопроводной системы при динамическом расчете.

Деформированная схема (перемещения – в мм)

Перемещения в ГСК (мм). Этап 25 - Все нагрузки в рабочем состоянии



Нагрузки на опору (кН)

Нагрузки на опоры: P1,P2,P3 (кН), M1,M2,M3 (кНм). Рабочее состояние

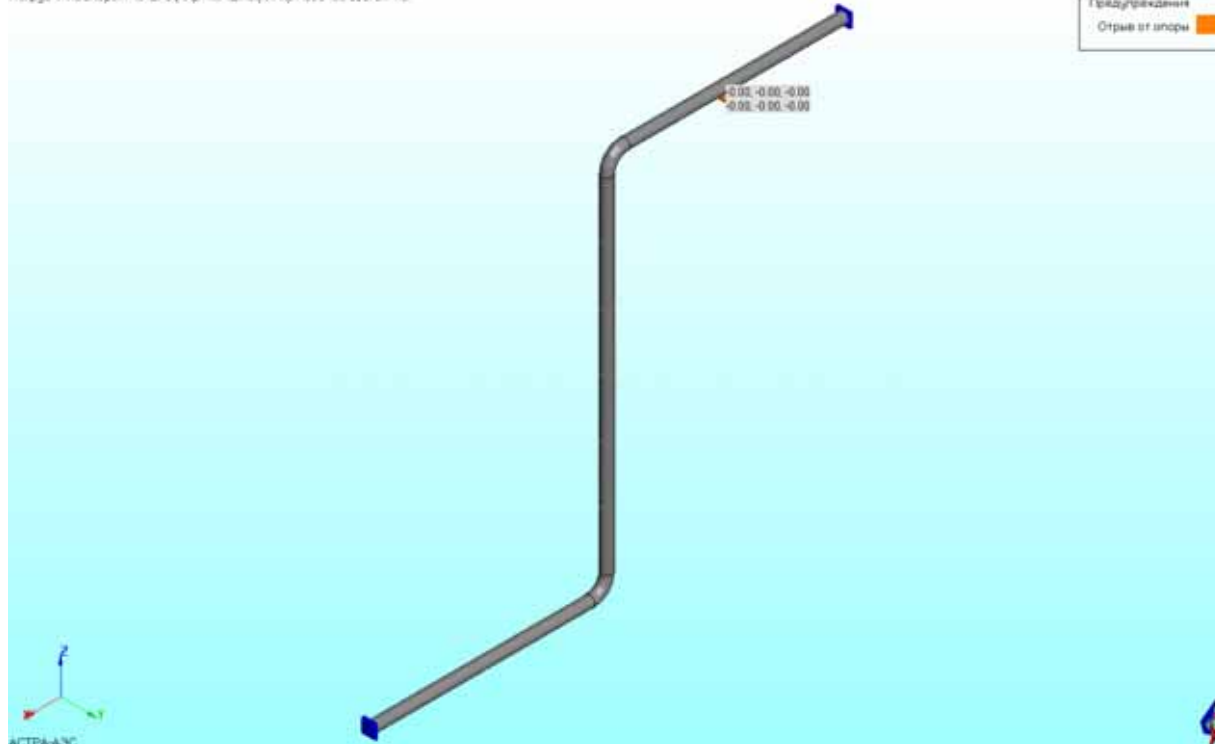
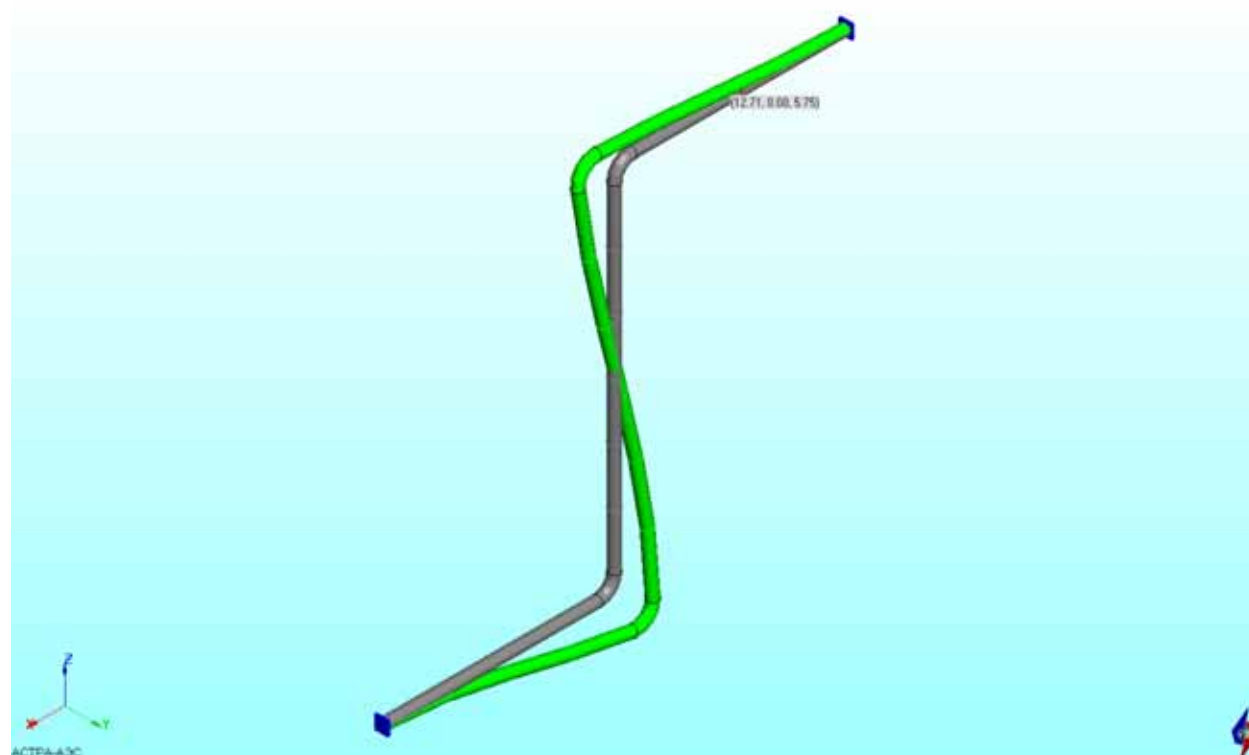


Рис. 23.7 Отрыв трубопровода от односторонней опоры

Деформированная схема (перемещения – в мм)

Перемещения в ГСК (мм). Этап 25 - Все нагрузки в рабочем состоянии



Нагрузки на опору (кН)

Нагрузки на опоры: P1,P2,P3 (кН), M1,M2,M3 (кН*м). Рабочее состояние

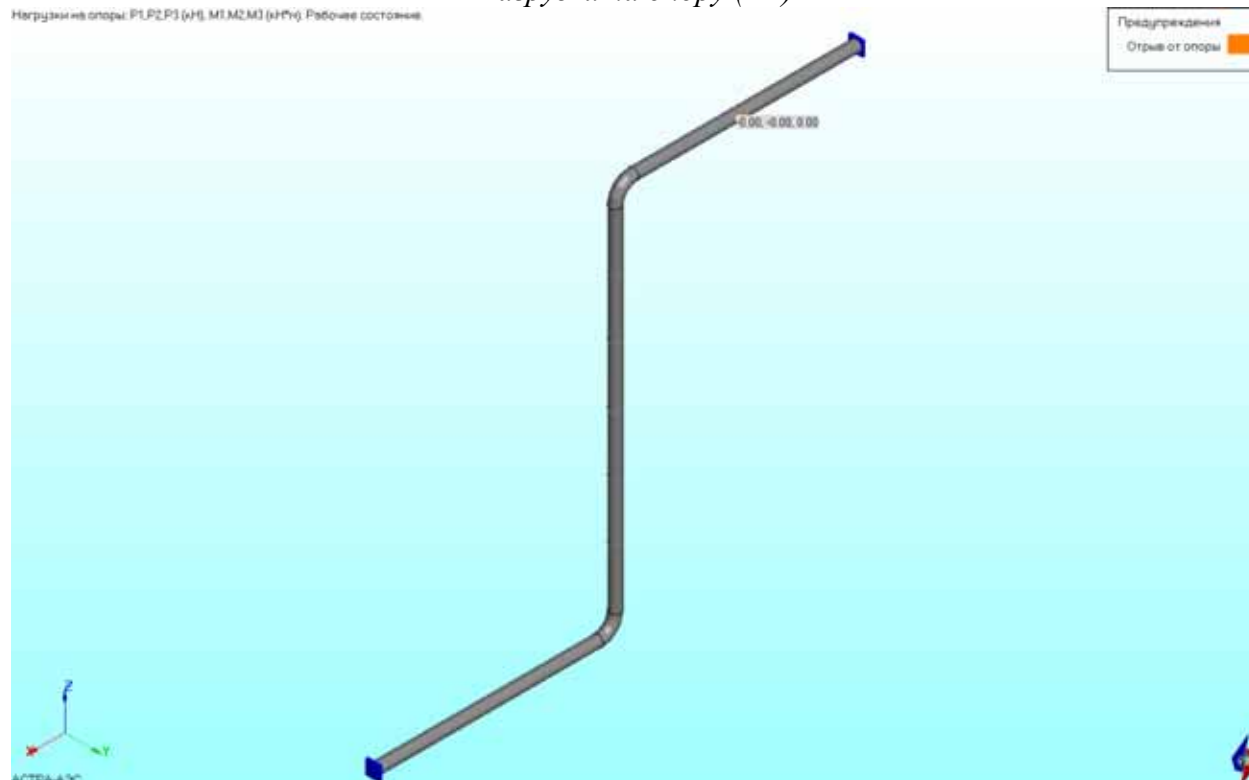
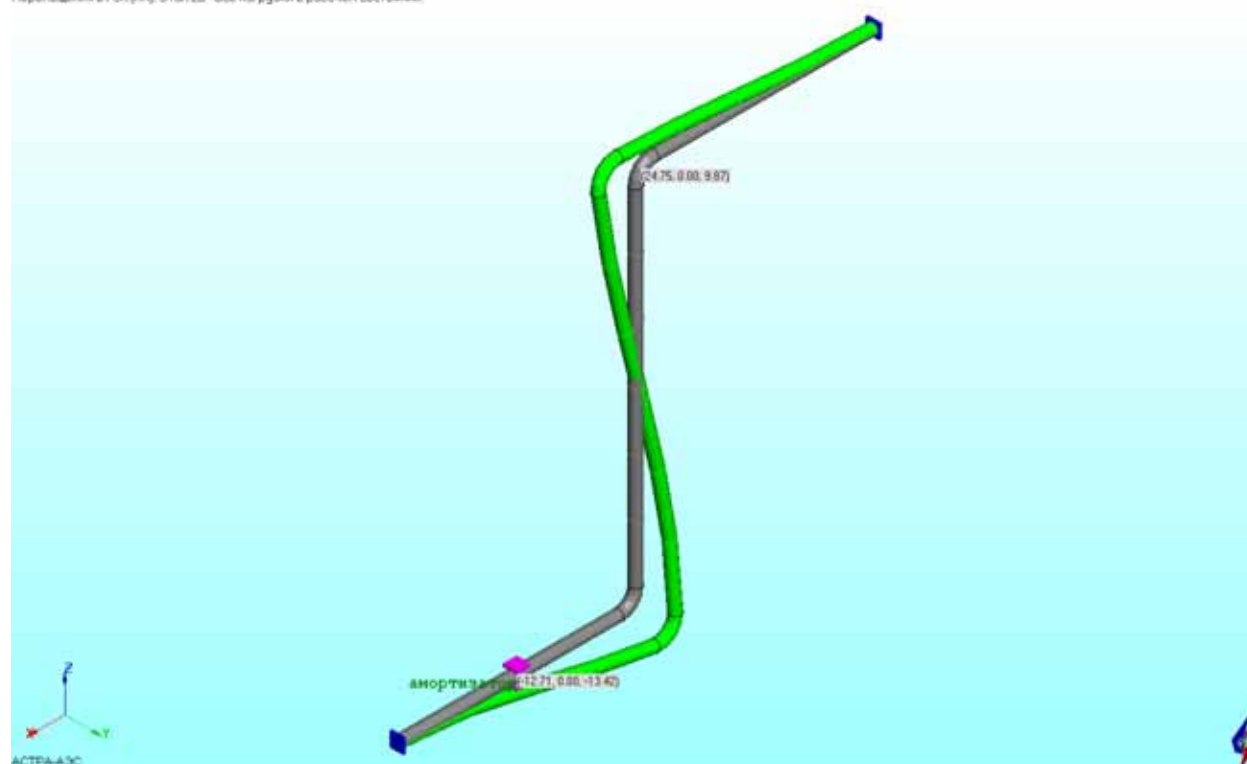


Рис. 23.8 Отрыв трубопровода в жесткой подвеске

Трубопровод с амортизатором

Перемещения в ГСК (мм). Этап 25 - Все нагрузки в рабочем состоянии



Трубопровод без опоры

Перемещения в ГСК (мм). Этап 25 - Все нагрузки в рабочем состоянии

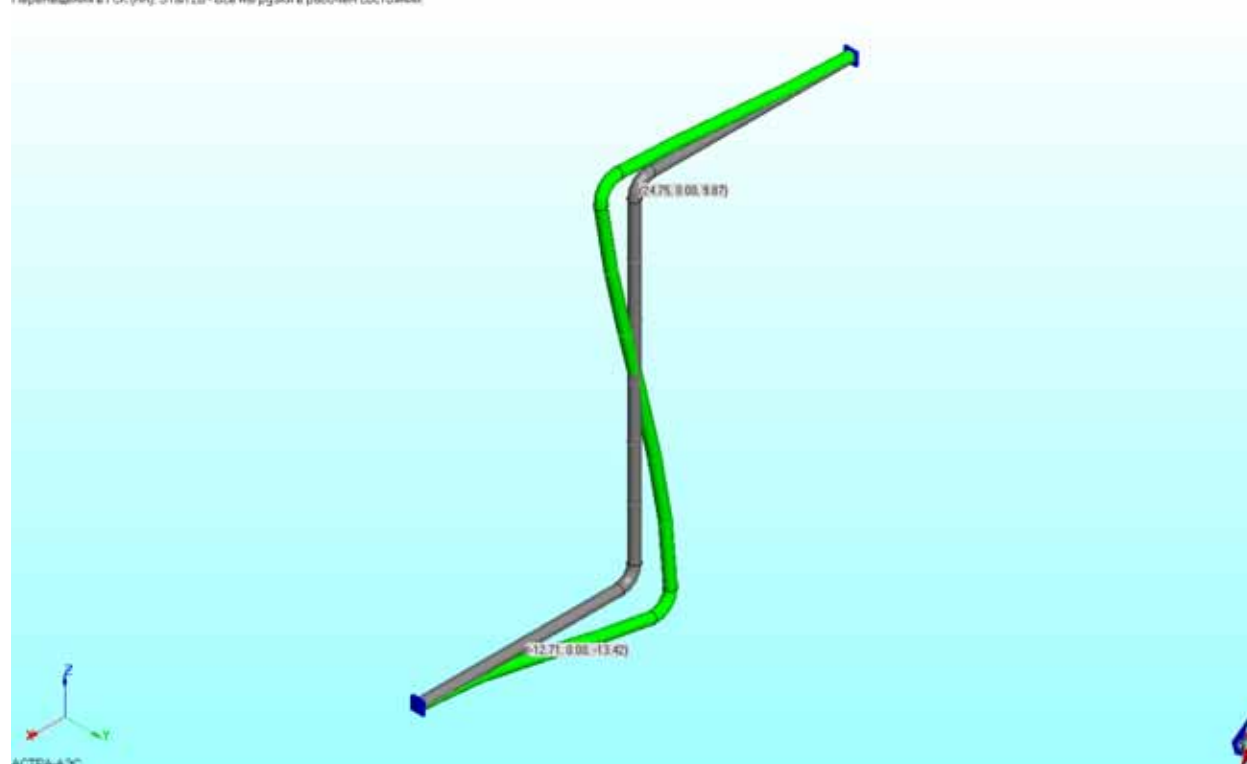


Рис. 23.9 Расчетные деформированные схемы (перемещения – в мм)

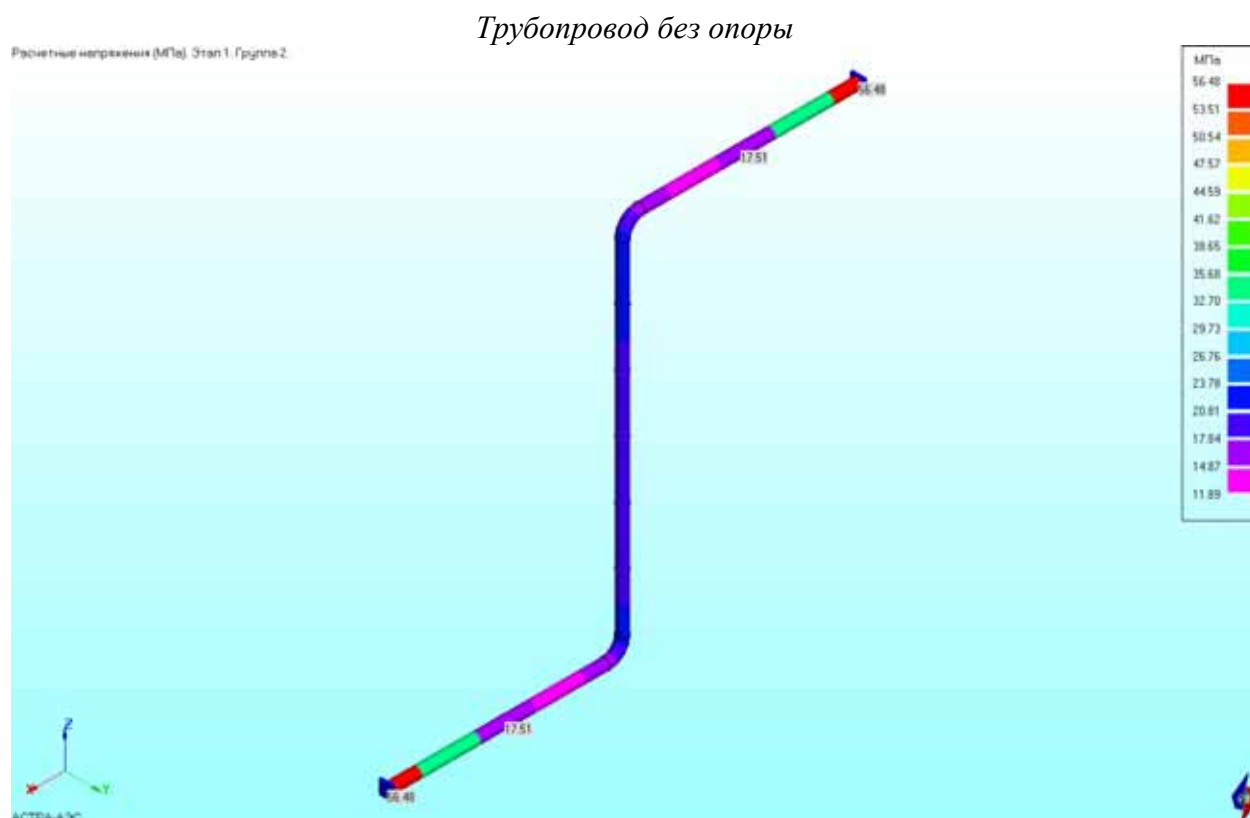
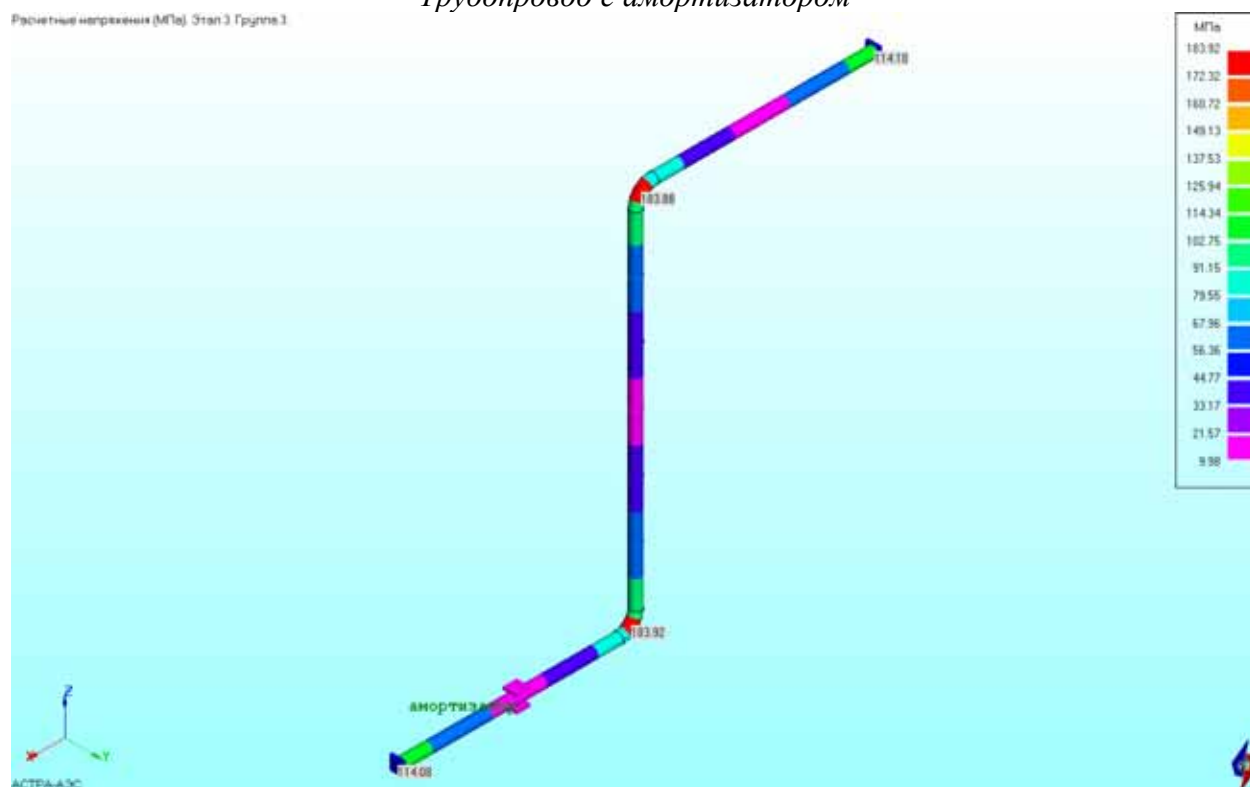


Рис. 23.10 Расчетные напряжения группы $(\sigma)_2$, МПа

Трубопровод с амортизатором



Трубопровод без опоры

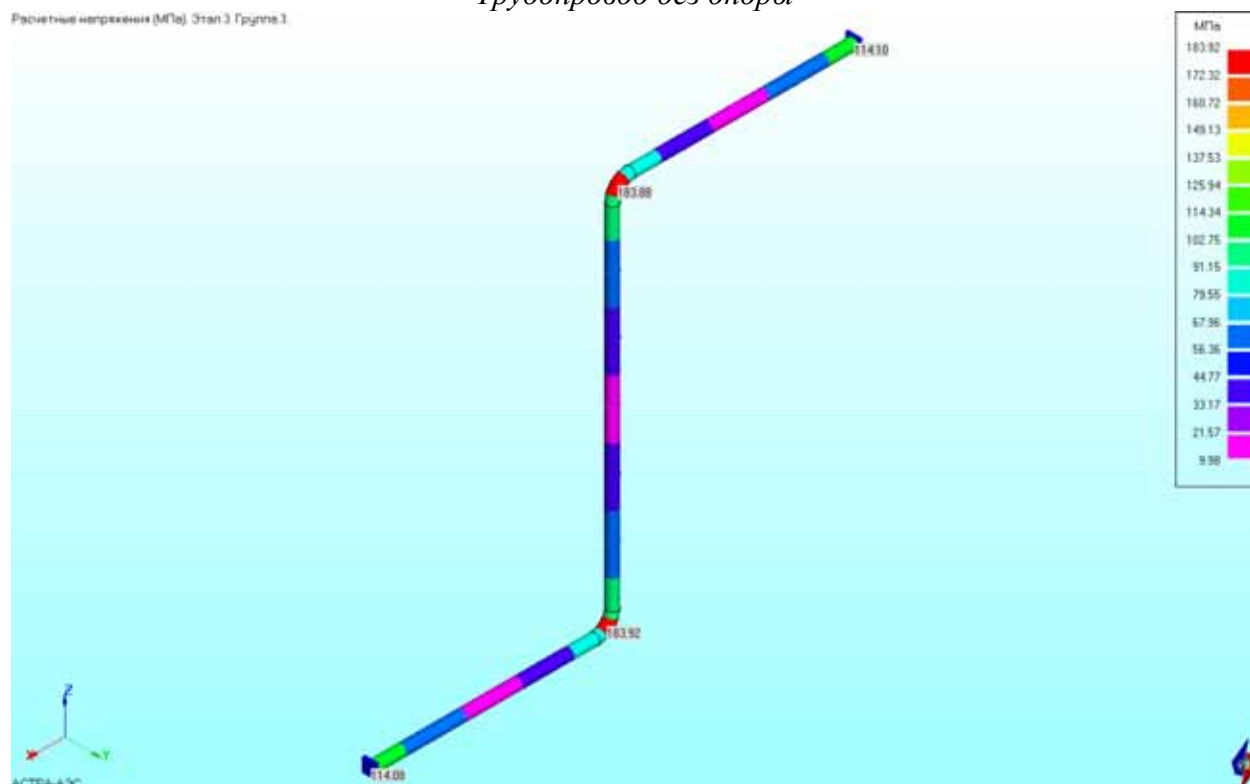


Рис. 23.11 Расчетные напряжения группы $(\sigma)_{RK}$, МПа

Трубопровод с амортизатором



Трубопровод без опоры



Рис. 23.12 Расчетные низшие формы собственных колебаний

Таблица 23.1

Расчетные низшие собственные частоты, Гц

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Трубопровод с амортиза- тором	4.87 5	5.454	7.897	13.415	20.391	32.207	32.760	43.400	45.681	56.006
Трубопровод без опоры	4.87 5	5.454	7.897	13.415	20.391	32.207	32.760	43.400	45.681	56.006

23.5 Литература

1. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА'2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.

Пример 24. Расчетная проверка герметичности фланцевых соединений

Источник(и)	1. Указания по расчету на прочность и вибрацию технологических стальных трубопроводов. РТМ 38.001–94. М., 1995 г. 2. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА'2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.
Тип задачи	Статический расчет НДС
Тип(ы) верифицируемых элементов	<i>прямая труба, мертвая опора (заделка), фланец</i>
Входной файл	TEST24.dat

24.1 Постановка задачи

Проверка фланцевых соединений на герметичность в ПК АСТРА-АЭС'2009 выполняется по формуле (1) Приложения 3 РТМ 38.001-94 [1] по заданному рабочему давлению и вычисленным силовым факторам.

На фланцевые соединения трубопроводов, кроме внутреннего или наружного давления, действуют также осевая и перерезывающие силы, изгибающие и крутящий моменты, величины которых определяются из расчета напряженно-деформированного состояния трубопровода в целом. При выборе нормализованного фланцевого соединения указанные силовые факторы следует учитывать при определении условного давления, по которому выбираются нормализованные фланцы:

$$[P_y] \geq \frac{P + \frac{4}{3.14 \cdot G^2} \text{Max} \left\{ \left(N + \frac{4|M|}{G} \right); 0 \right\}}{A_T}, \text{ МПа} \quad (24.1)$$

где:

$$M = (M_x^2 + M_y^2)^{0.5},$$

M_x, M_y – изгибающие моменты, действующие в двух взаимно перпендикулярных плоскостях,

N – осевая сила, действующая на фланцевое соединение:

- при растяжении принимается со знаком плюс;
- при сжатии – минус.

G – эффективный диаметр прокладки:

1) для плоских прокладок шириной $b < 15$ мм, а также для прокладок овального или восьмигранного сечения – средний диаметр прокладки;

2) для плоских прокладок с наружным диаметром D_n и шириной $b > 15$ мм:

$$G = D_n - 3.87\sqrt{b}, \text{ мм}$$

A_T – коэффициент, для трубопроводов АЭУ и ТЭУ принимаемый равным 1,

D_n – наружный диаметр прокладки, мм

Требуется проверить правильность, реализованных в ПК *АСТРА-АЭС'2009* алгоритмов диагностики нарушения герметичности фланцевых соединений трубопроводов.

24.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- наружный диаметр труб $D = 159$ мм;
- толщина стенки труб $t = 17$ мм.

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$.

Граничные условия (опоры)

- заземление (заделка) на конце участка.

Параметры нагрузки

- внутреннее давление $p = 5$ МПа;
- сосредоточенная вертикальная сила $F = 0.5$ кН, приложенная на консольном конце.

Характеристики фланцевого соединения

- внутренний диаметр прокладки $D_v = 165$ мм;
- наружный диаметр прокладки $D_n = 190$ мм;
- допускаемое условное давление $[p_y] = 6$ МПа.

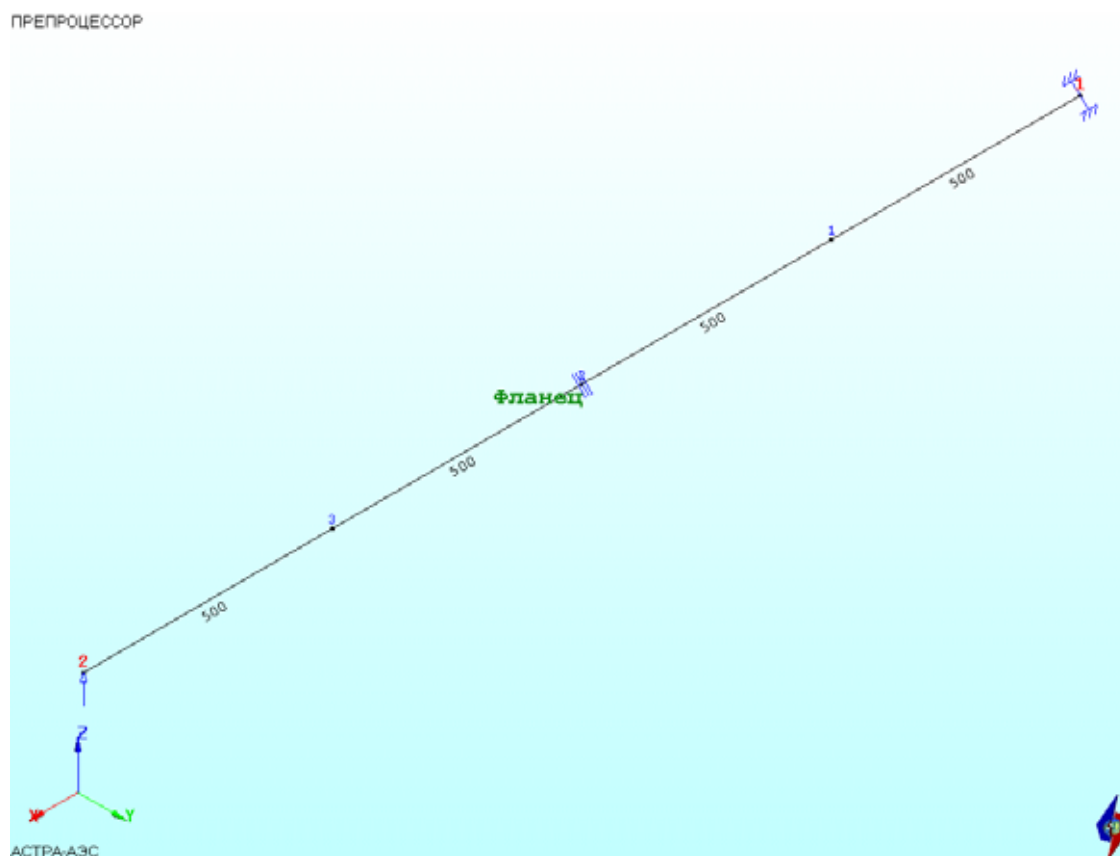
24.3 Расчетная модель

Расчетная суперэлементная модель, построенная в ПК *АСТРА-АЭС'2009*, представлена на рис. 24.1. Модель состоит из двух отрезков прямолинейных труб, соединенных при помощи фланцевого соединения.

Рассматривалось два варианта нагружения:

- внутреннее давление;
- внутреннее давление + сосредоточенная перерезывающая сила на конце консоли.

Осевое (нечетное) представление



Объемное (твердотельное) представление

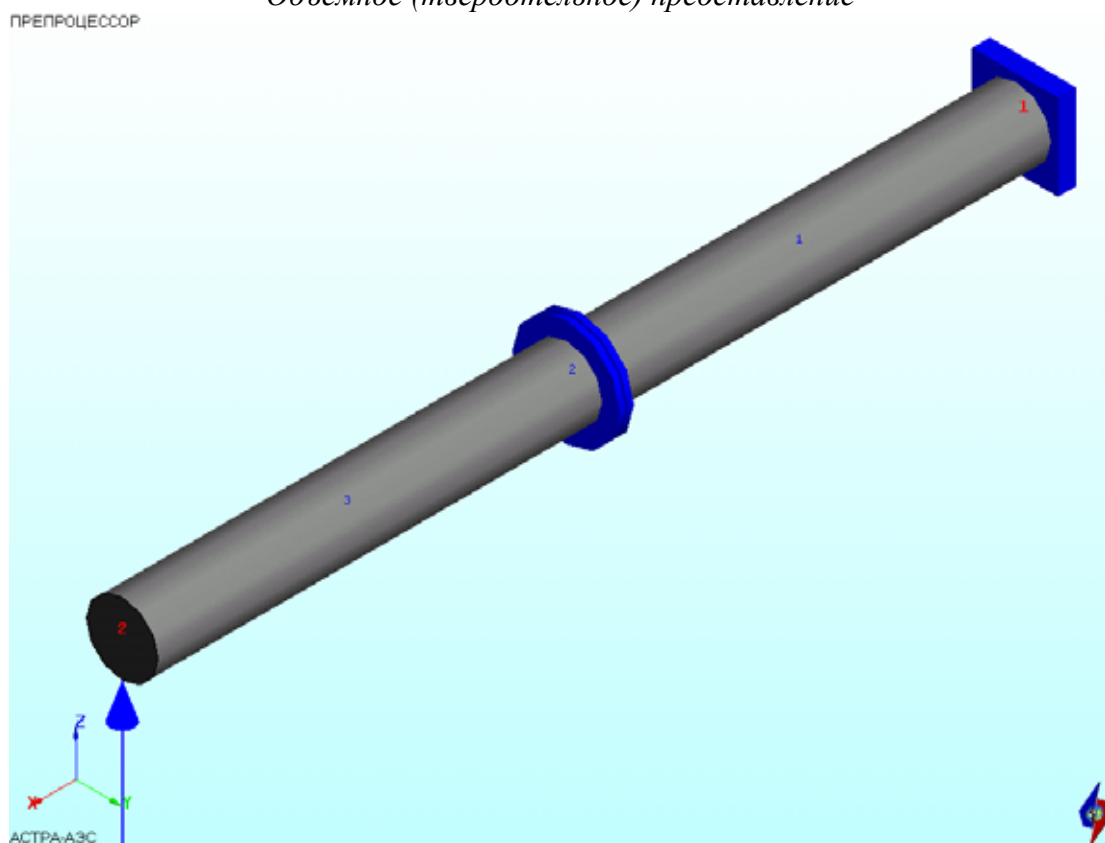


Рис. 24.1 Расчетная АСТРА-модель (размеры – в мм)

24.4 Результаты

В таблицах 24.1 – 24.2 приведены расчетные значения условных давлений во фланцевом соединении для первого и второго вариантов нагружений. Результаты полностью согласуются с нормативной формулой (24.1):

$$p_{y1} = \frac{P}{A_r} = \frac{5}{1} = 5 \text{ МПа};$$

$$p_{y2} = \frac{P + \frac{4}{3.14 \cdot G^2} \max \left\{ \left(\frac{4|M|}{G} \right); 0 \right\}}{A_r} = \frac{5 + \frac{4}{3.14 \cdot 177.5^2} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{177.5}}{1} = 7.73 \text{ МПа},$$

$G = (190 + 165)/2 = 177.5$ мм, поскольку ширина фланца меньше 15 мм.

Таблица 24.1


Расчетные и допускаемые давления (МПа) во фланцевых соединениях
для первого варианта нагружения

Участок	Номер сечения	Маркер	Этап 1	Этап 2	Этап 3	Этап 4	допускаемое
			расчетное	расчетное	расчетное	расчетное	
1- 2	2	Фланец	5.00	5.00	5.00	5.00	6.00

Таблица 24.2

Расчетные и допускаемые давления (МПа) во фланцевых соединениях
для второго варианта нагружения

Участок	Номер сечения	Маркер	Этап 1	Этап 2	Этап 3	Этап 4	допускаемое
			расчетное	расчетное	расчетное	расчетное	
1- 2	2	Фланец	7.73	7.73	5.00	7.73	6.00

 - Превышение давления над допускаемым

Для второго варианта нагружения (давление + поперечная сила) выявлена разгерметизация фланцевого соединения (выделение цветом в сводной таблице 24.2), вызванная превышением расчетного условного давления над допускаемым.

Тем самым, показана адекватность алгоритмов оценки герметичности фланцевых соединений, реализованных в ПК АСТРА-АЭС'2009, формулам (1) Приложения 3 РТМ 38.001-94 [1].

24.5 Литература

1. Указания по расчету на прочность и вибрацию технологических стальных трубопроводов. РТМ 38.001–94. М., 1995 г.
2. “Семейство” программных комплексов АСТРА-НОВА'2009. Общее описание. М., НИЦ СтаДиО, 2009 г.

Пример 25. Расчет НДС и оценка прочности высокотемпературных трубопроводов. Сопоставление с аналитическим решением

Источник(и)	1. РТМ 108.038.101-77. “Трубопроводы стационарных паровых и водогрейных котлов. Расчет на самокомпенсацию”, Л., НПО ЦКТИ, 1979 2. Дополнение к верификационному отчету программного средства “РАМПА-93”: оценка прочности высокотемпературных трубопроводов АЭС по программе "РАМПА-93", С.-Петербург, 2003.
Тип задачи	Статический расчет НДС, формирование матричных супер-элементов
Тип(ы) верифицируемых элементов	Прямая труба, отвод (гиб, колено), мертвая опора (заделка)
Входной файл	TEST25.dat

25.1 Постановка задачи

Рассматривается высокотемпературный трубопровод (рис. 25.1), взятый из РТМ 108.038.101-77 [1, стр. 54].

Требуется провести расчет НДС указанных трубопроводов. Полученные результаты сопоставить с приведенными в нормативном документе [1], а также с результатами по верифицированному ПК “РАМПА-93” [2].

25.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- наружный диаметр труб $D_n = 27.3$ см;
- толщина труб $S = 2.0$ см;
- радиус гибов $R = 130$ см;
- возможная овальность сечений гибов не более 8%.

Физико-механические характеристики (сталь марки 12Х1МФ)

- модуль упругости $E = 178481$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$;
- коэффициент линейного расширения $\alpha = 1.32 \cdot 10^{-5}$ град⁻¹.

Граничные условия (опоры)

- жесткое защемление по концам.

Параметры нагрузки

- внутреннее давление $p = 14.612$ МПа;
- рабочая температура $t_p = 500^\circ\text{C}$, температура монтажа 10°C , температура нагрева $t_n = 500 - 10 = 490^\circ\text{C}$;
- распределенная весовая нагрузка $q = 2.35$ кН/м;
- собственные смещения защемленных концов (показаны на рис. 25.1 в см).

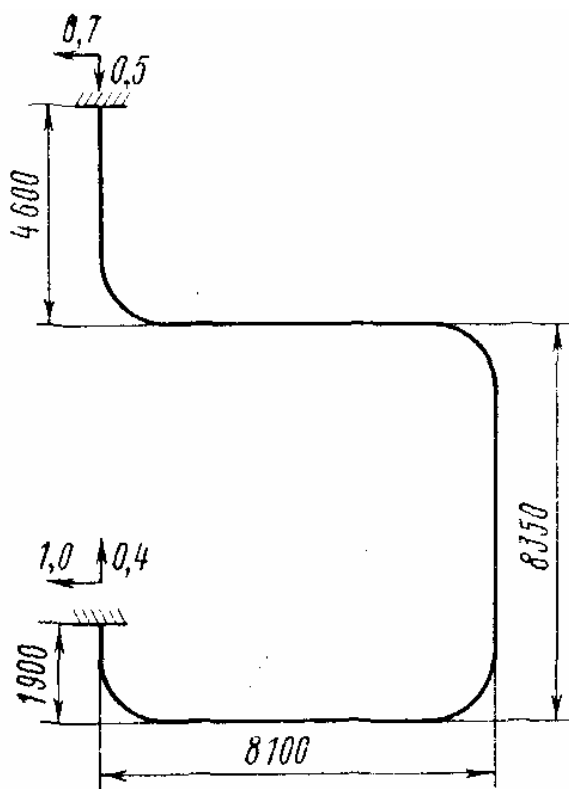
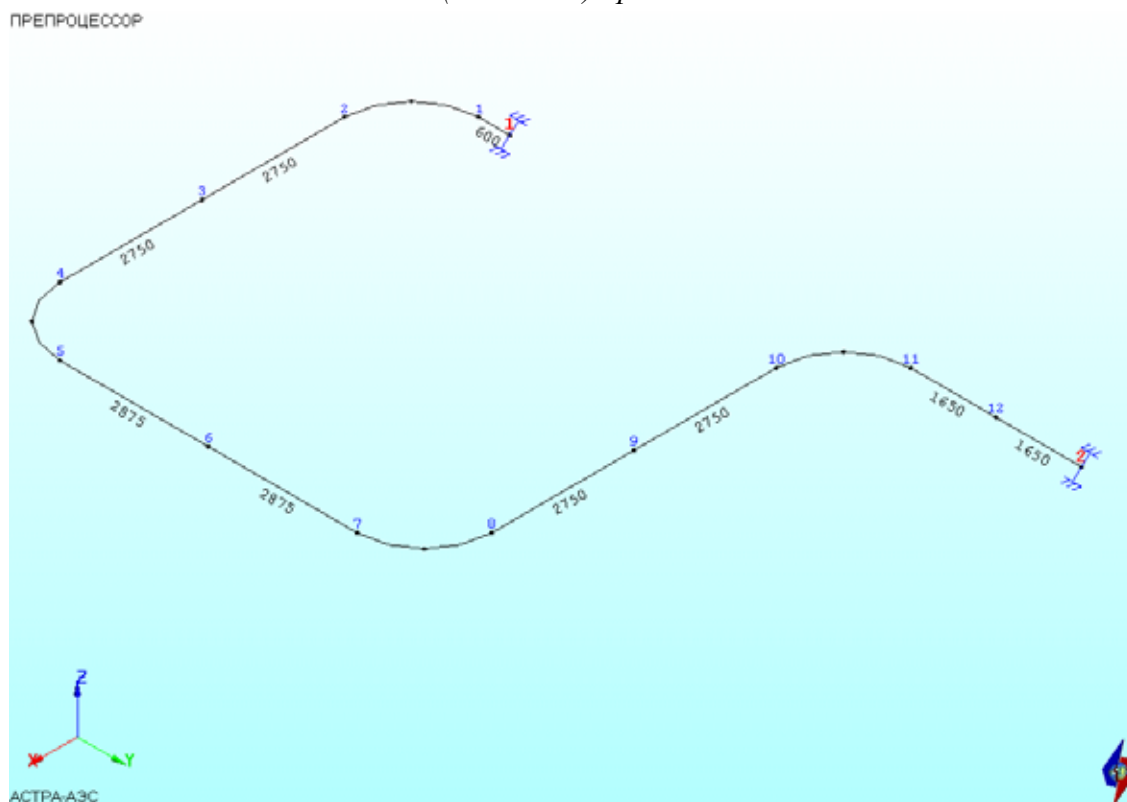


Рис. 25.1 Рассматриваемый высокотемпературный трубопровод

25.3 Расчетная модель

Расчетная модель рассматриваемого трубопровода, созданная в ПК АСТРА-АЭС '2009, показана на рис. 25.2. Размерность модели составила: 2 суперэлементных узла, 1 участок-суперэлемент, 13 элементов.

Осевое (нечетное) представление



Объемное (твердотельное) представление

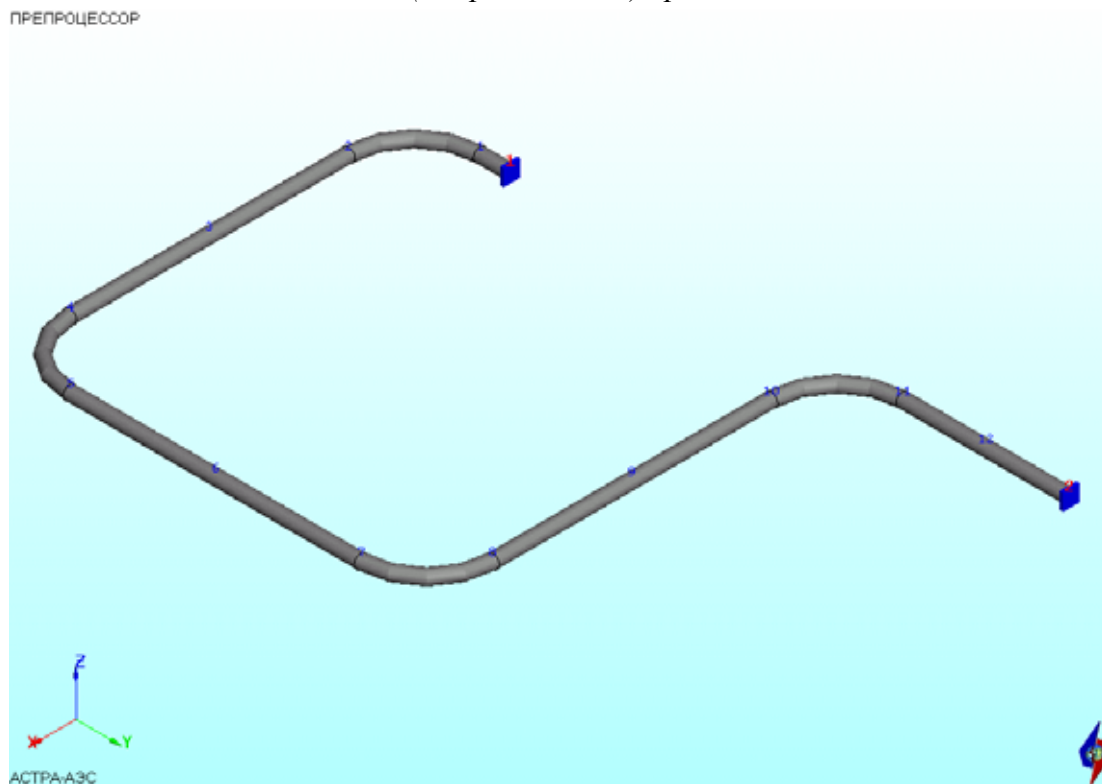


Рис. 25.2 Расчетная АСТРА-модель трубопровода (размеры – в мм)

25.4 Результаты

На рис. 25.3 показаны собственные линейные перемещения в опорах. На рис. 25.4 – 25.6 и в таблице 25.1 представлены реакции в опорах для различных состояний высоко-температурного трубопровода, а на рис. 25.7 и в таблице 25.2 – значения расчетного изгибающего момента в сечении отвода трубопровода.

Перемещения в ГСК (мм). Этап 2А - Все нагрузки в рабочем состоянии (полная температура).



Рис. 25.3 Собственные линейные перемещения в опорах

Нагрузки на опоры: P1,P2,P3 (кН); M1,M2,M3 (кН·м). Рабочее состояние (начальная температура).

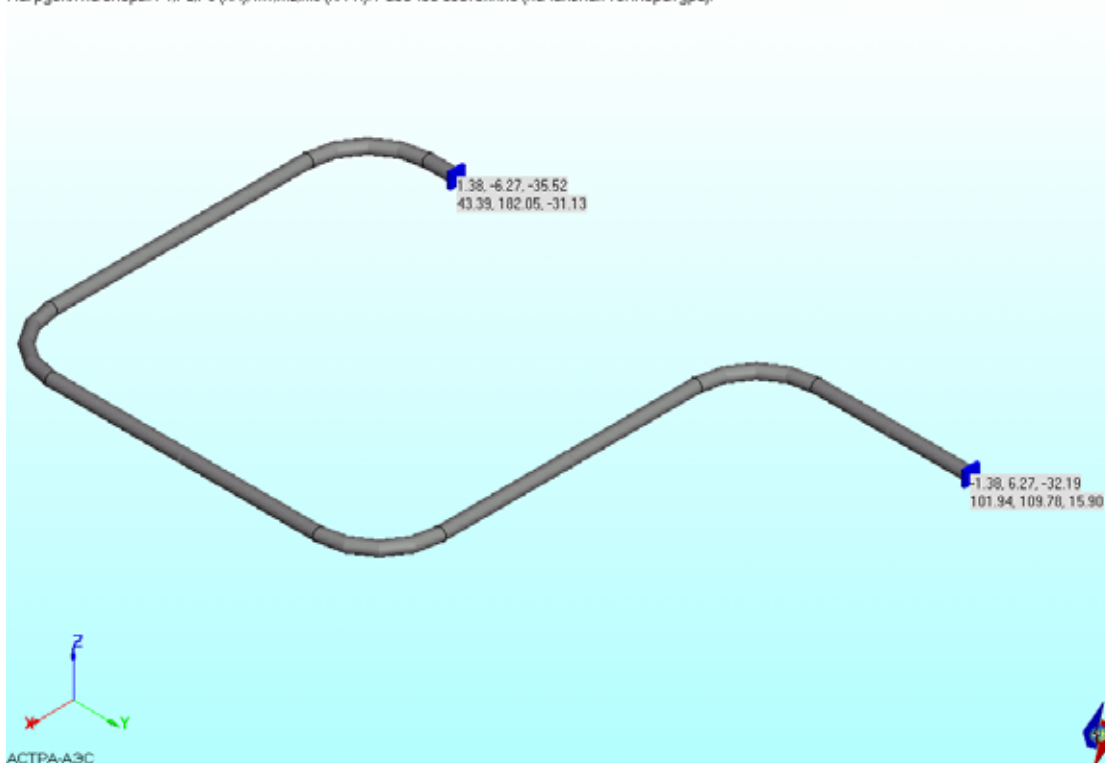


Рис. 25.4 Расчетные реакции опор в рабочем состоянии до саморастяжки, кН (кН·м)

Нагрузки на опоры: P1,P2,P3 (кН), M1,M2,M3 (кН·м). Рабочее состояние (фиктивная температура).

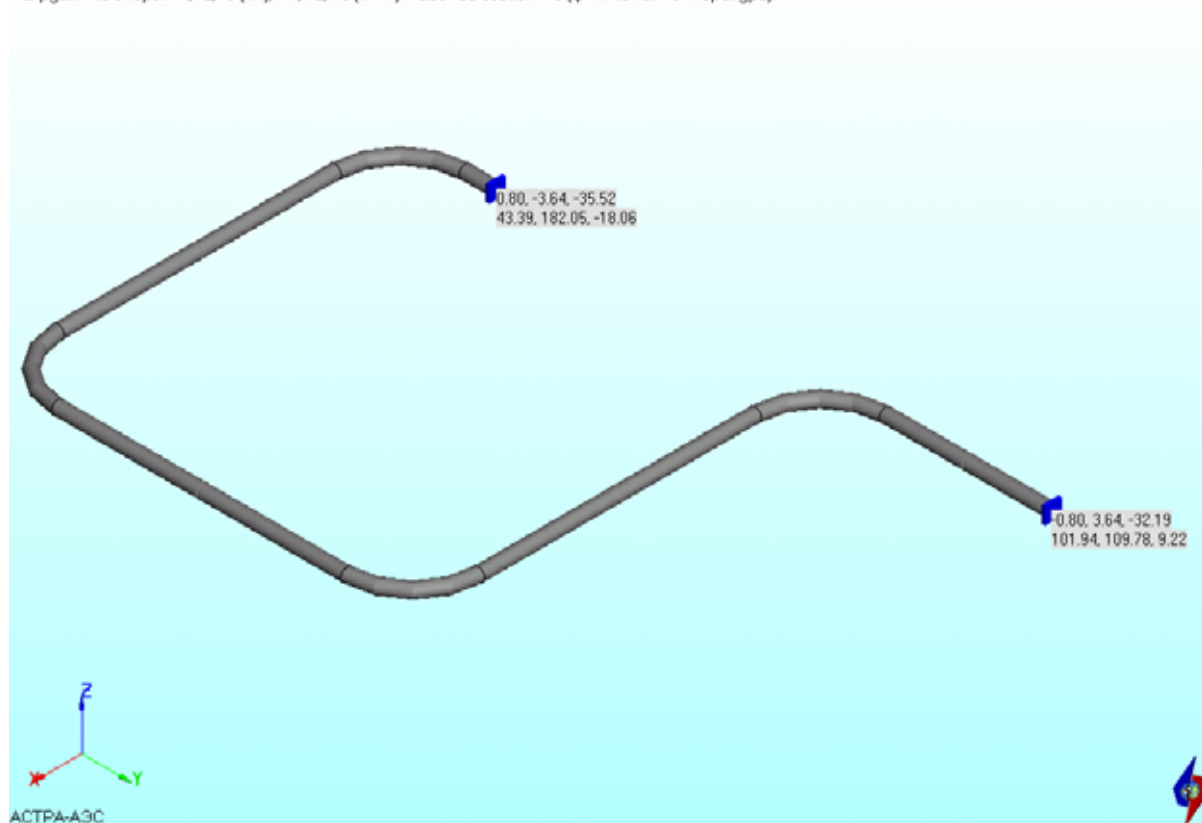


Рис. 25.5 Расчетные реакции опор в рабочем состоянии после саморастяжки, кН (кН·м)

Нагрузки на опоры: P1,P2,P3 (кН), M1,M2,M3 (кН·м). Холодное состояние.

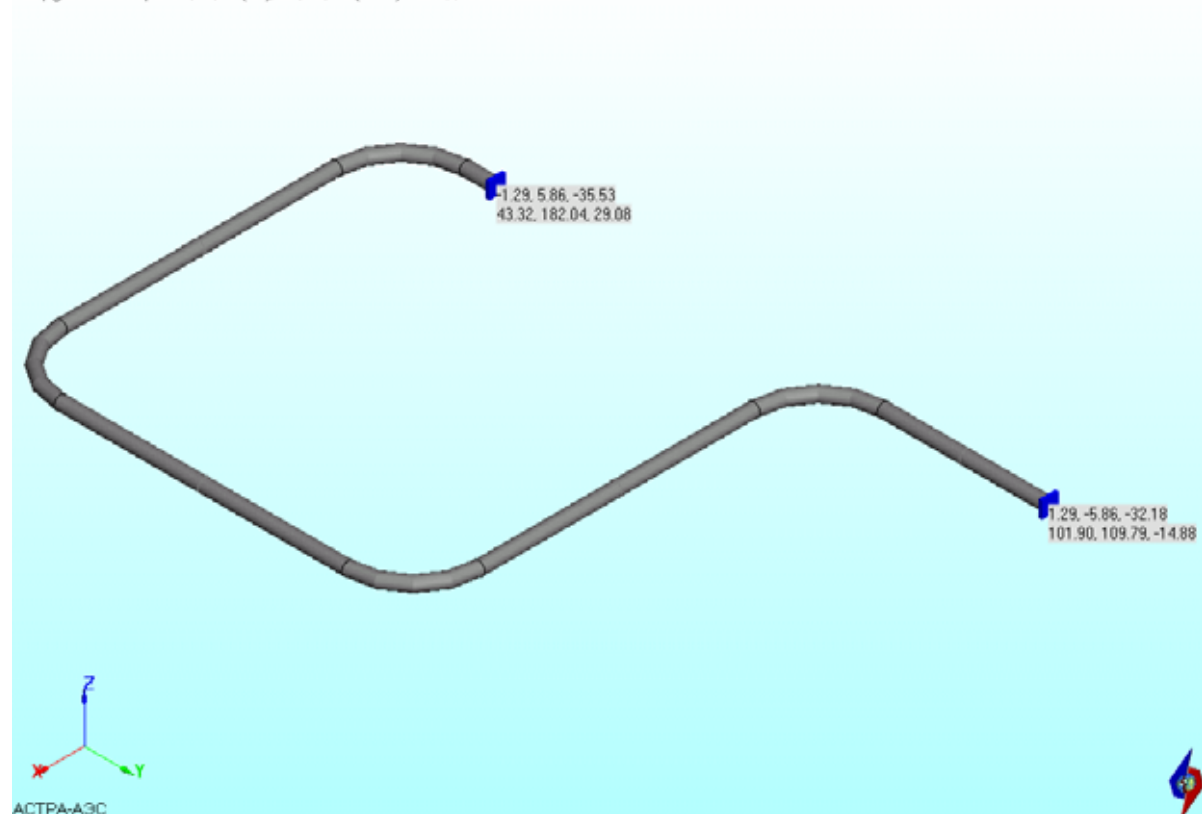


Рис. 25.6 Расчетные реакции опор в холодном состоянии после саморастяжки, кН (кН·м)

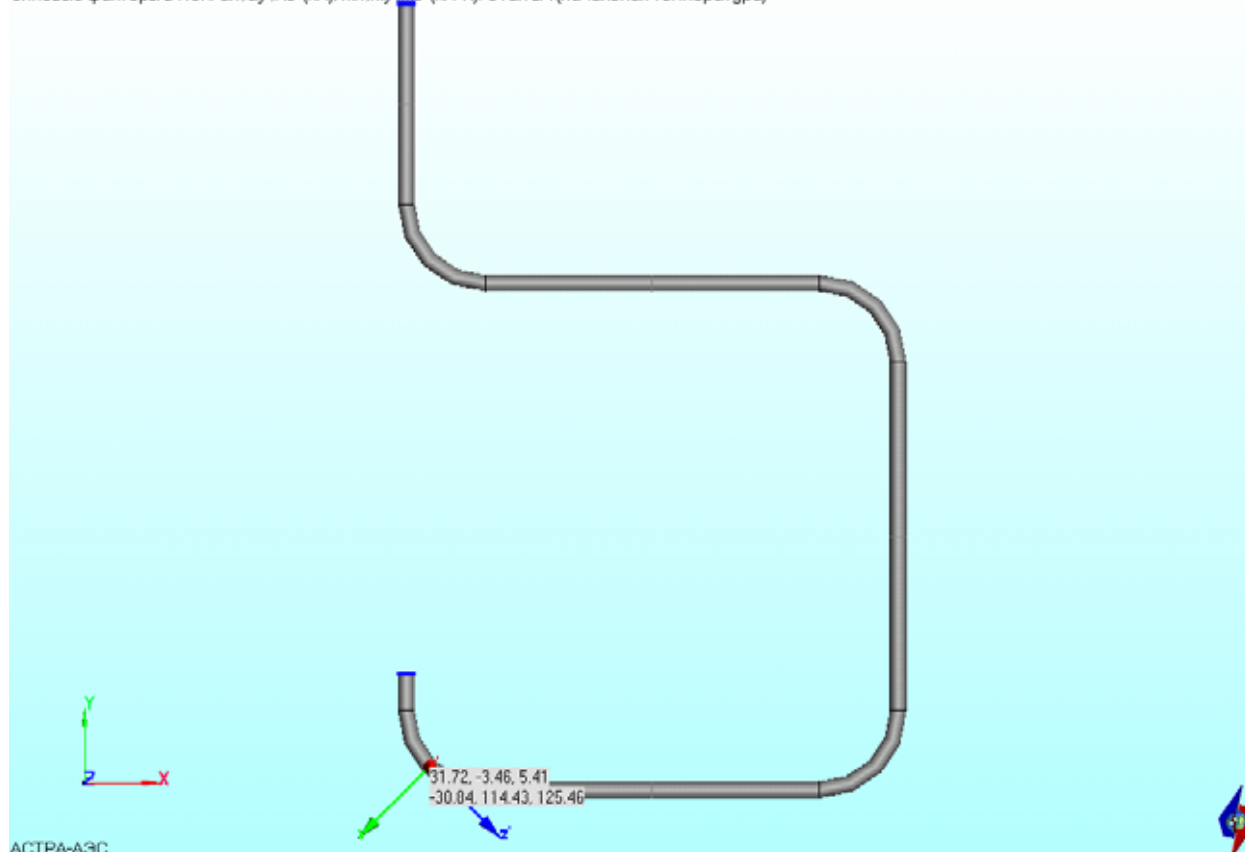
Силовые факторы в ЛСК: Q_x, Q_y, N_z (кН), M_x, M_y, M_z (кН·м). Этап 2А (начальная температура)

Рис. 25.7 Расчетный изгибающий момент в сечении отвода, кН (кН·м)

Таблица 25.1

Расчетные реакции опор

Состояние трубопровода		Реакции опор, кН			
		Аналитическое решение [1]	РАМПА-93 [2]	АСТРА-АЭС'2009	δ , % АСТРА vs. [1]
Рабочее до саморастяжки	X	1.34	1.36	1.38	2.98
	Y	-6.09	-6.24	-6.27	2.96
Холодное после саморастяжки	X	-1.26	-1.27	-1.29	2.38
	Y	5.67	5.77	5.86	3.35

Таблица 25.2

Расчетный изгибающий момент в сечении отвода

Состояние трубопровода		Изгибающий момент, кН·м			
		Аналитическое решение [1]	РАМПА-93 [2]	АСТРА-АЭС'2009	δ , % АСТРА vs. [1]
Рабочее до саморастяжки		31.10	31.95	30.84	0.84

25.5 Литература

1. РТМ 108.038.101-77. Трубопроводы стационарных паровых и водогрейных котлов. Расчет на самокомпенсацию, Л., НПО ЦКТИ, 1979.
Дополнение к верификационному отчету программного средства “РАМПА-93”: оценка прочности высокотемпературных трубопроводов АЭС по программе “РАМПА-93”, С.-Петербург, 2003.

Пример 26. Расчет трубопроводной системы на сейсмическое воздействие по линейно-спектральной теории с учетом высших собственных форм колебаний (учета "потерянной массы")

Источник(и)	1. R. Morante, Y.Wang, Reevaluation of regulatory guidance on modal response combination methods for seismic response spectrum analysis (NUREG/CR-6645), Brookhaven National Laboratory, Dec 1999 2. ANSYS 12.0. Verification manual, 2009
Тип задачи	Расчет на сейсмические воздействия, заданные спектром ускорений. Опция учета/неучета «потерянной массы»
Тип(ы) верифицируемых элементов	Прямая труба, отвод (гиб, колено), опора общего вида
Входной файл	TEST26.dat

26.1 Постановка задачи

Рассматривается пространственная разветвленная трубопроводная система, приведенная в источнике [1] и в верификационном отчете ПК ANSYS 12.0 [2, верификационный пример 259, стр. 735] (см. также рис. 26.1), к которой прикладывается сейсмическое воздействие по платформенной схеме, заданное в виде однокомпонентного спектра ответа (ускорений).

Требуется

1) определить сейсмические нагрузки на опоры с учетом определяемых нескольких (14-и) низших собственных частот и форм колебаний и вклада высших форм ("потерянной массы"),

2) провести сравнение с результатами, приведенными в источнике [1] и полученными по аттестованному ПК ANSYS [2].

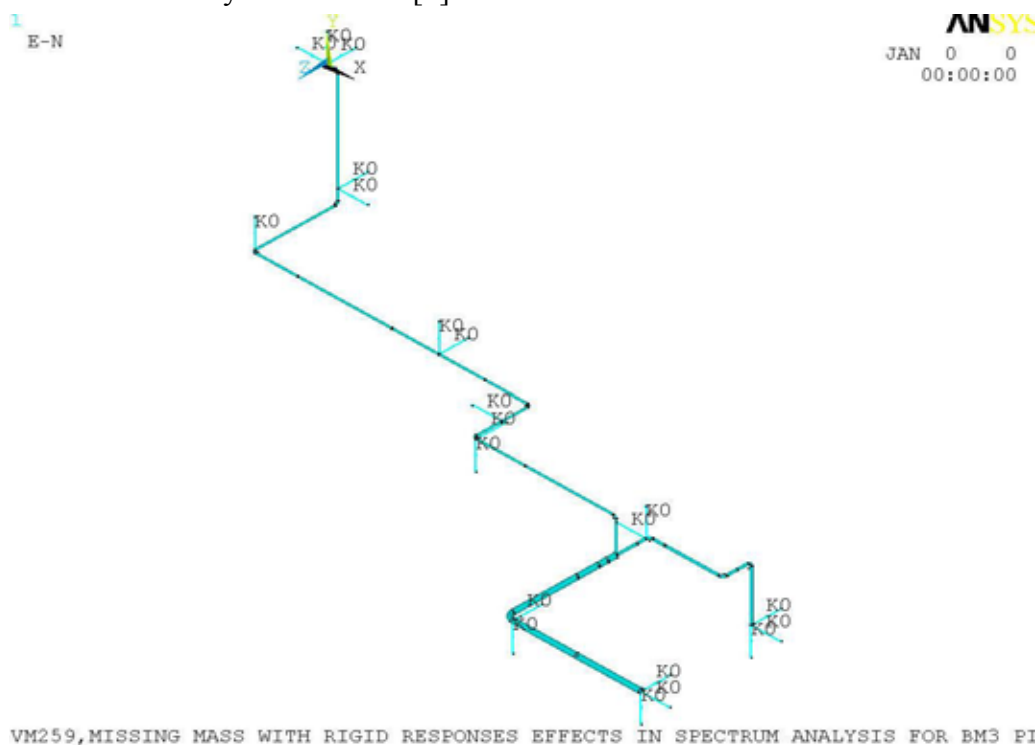


Рис. 26.1 Рассматриваемая трубопроводная система

26.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- Сортаменты труб, соответствующие плотности материала и радиусы ги-бов приведены в таблице 26.1.

Таблица 26.1

Геометрические параметры труб

Тип	Наружный диаметр D_a , мм	Толщина стенки s , мм	Радиус гиба R , мм	Плотность материала, кг/м ³
1	88.90	5.486	114.3	11160
2	114.30	6.020	152.4	11844
3	219.08	8.179	304.8	13407

Граничные условия (опоры)

- заземления в концевых узлах 1, 2, 6. Линейные жесткости опор: $k_1 = 1.751 \cdot 10^{10}$ кН/м, угловые: $C = 1.751 \cdot 10^{19}$ кН·м/рад;
- опирание по заданным направлениям в промежуточных сечениях (см. модель). Линейные жесткости опор: $k_2 = 1.751 \cdot 10^7$ кН/м, $k_3 = 17510$ кН/м.

Параметры нагрузки

- спектр ответа (модуль), описанный в табл. 26.2 и графически представленный на рис. 26.2; направление подхода сейсмической волны – по оси Y (рис. 26.3).

Таблица 26.2

Расчетный сейсмический спектр ответа (модуль)

Частота f , Гц	a , доли g	Частота f , Гц	a , доли g
0.2	0.06	2.1	1.18
0.3	0.13	2.2	2.65
0.4	0.13	2.3	2.85
0.5	0.20	2.4	3.26
0.6	0.35	2.5	4.47
0.7	0.39	2.6	4.75
0.8	0.37	2.7	5.29
0.9	0.41	2.8	7.44
1.0	0.76	2.9	4.27
1.1	0.64	3.0	4.61
1.2	0.59	3.15	4.13
1.3	0.91	3.3	3.96
1.4	1.03	3.45	4.05
1.5	1.46	3.6	2.44
1.6	0.95	3.8	2.09
1.7	0.91	4.0	2.29
1.8	1.61	4.2	1.52
1.9	1.92	4.4	1.34
2.0	1.57	4.6	1.37

Частота f , Гц	a , доли g
4.8	1.36
5	1.31
5.25	1.69
5.5	1.27
5.75	1.04
6	0.76
6.25	0.76
6.5	0.69
6.75	0.7
7	0.74
7.25	0.7
7.5	0.67
7.75	0.66
8	0.61
8.5	0.75
9	0.6
9.5	0.69
10	0.61
10.5	0.7
11	0.59

Частота f , Гц	a , доли g
	0.61
12	0.56
12.5	0.59
13	0.59
13.5	0.59
14	0.58
14.5	0.59
15	0.58
16	0.55
17	0.56
18	0.55
20	0.55
22	0.55
25	0.54
28	0.54
31	0.54
34	0.54

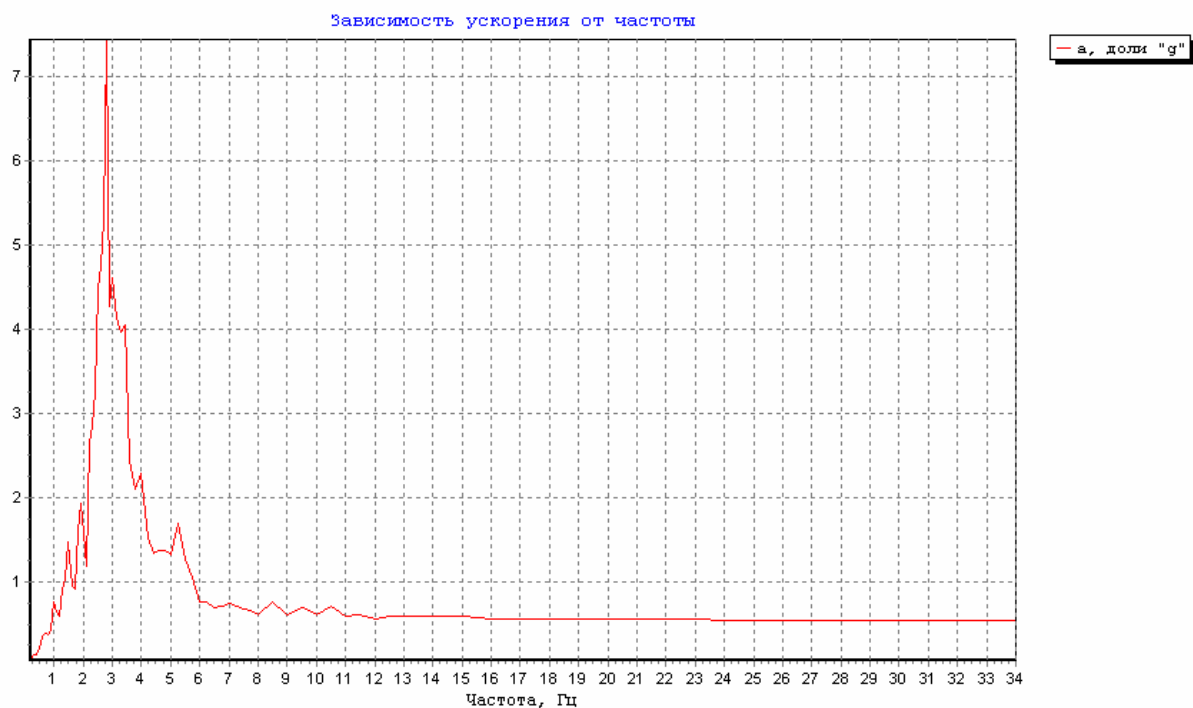
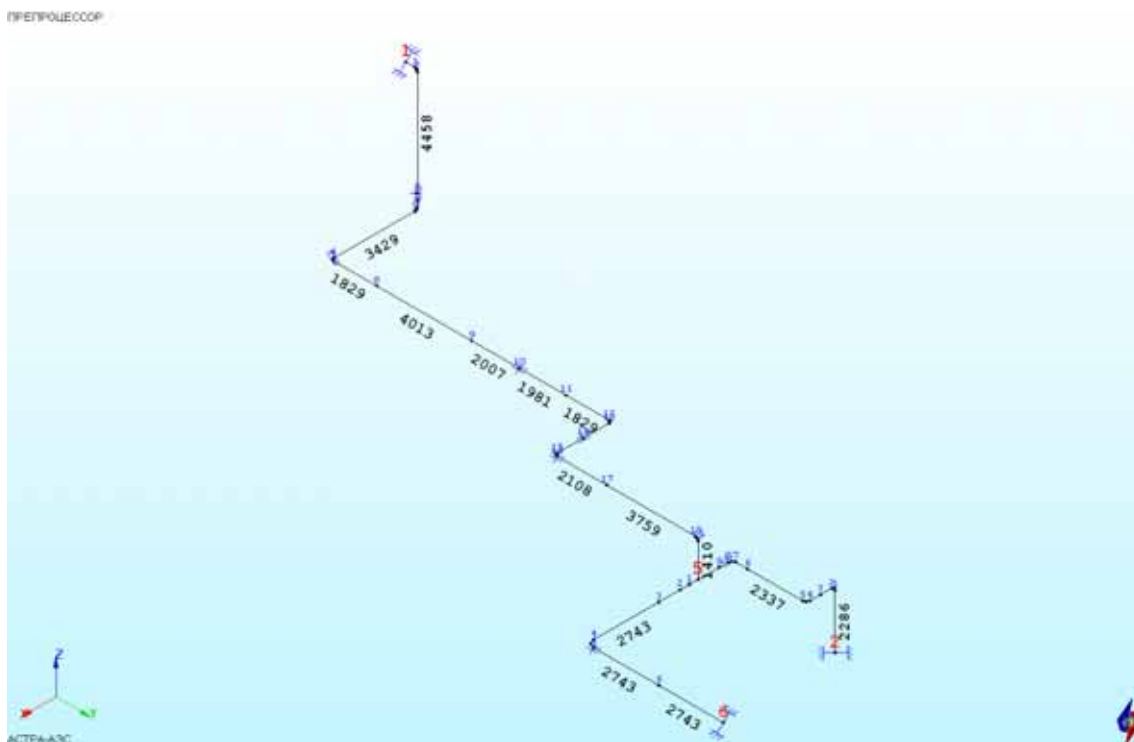


Рис. 26.2 Расчетный спектр ответа (модуль)

26.3 Расчетная модель

Расчетная модель трубопроводной системы, построенная в ПК АСТРА-АЭС'2009, содержит 4 суперэлементных узла, 3 участка-суперэлемента, 37 элементов, 144 динамические степени свободы (рис. 26.3 – 26.4).

Осевое (нечетное) представление



Объемное (твердотельное) представление

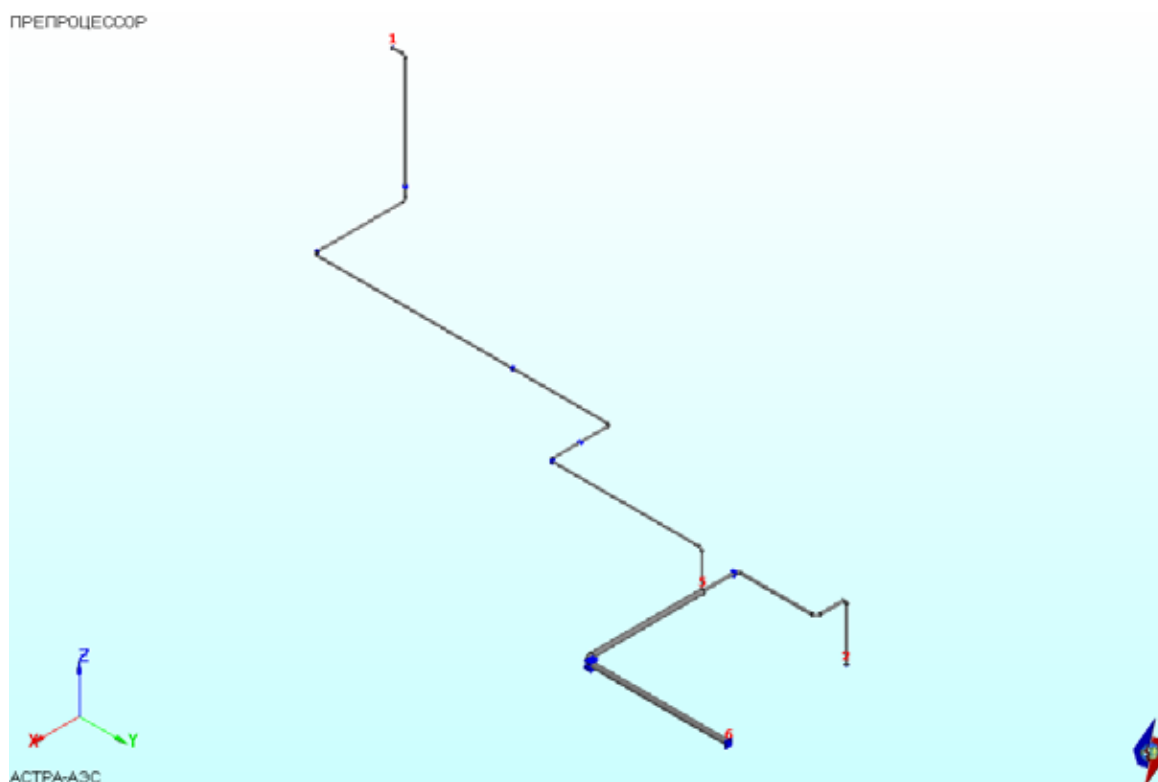


Рис. 26.3. Расчетная АСТРА-модель (размеры в мм)

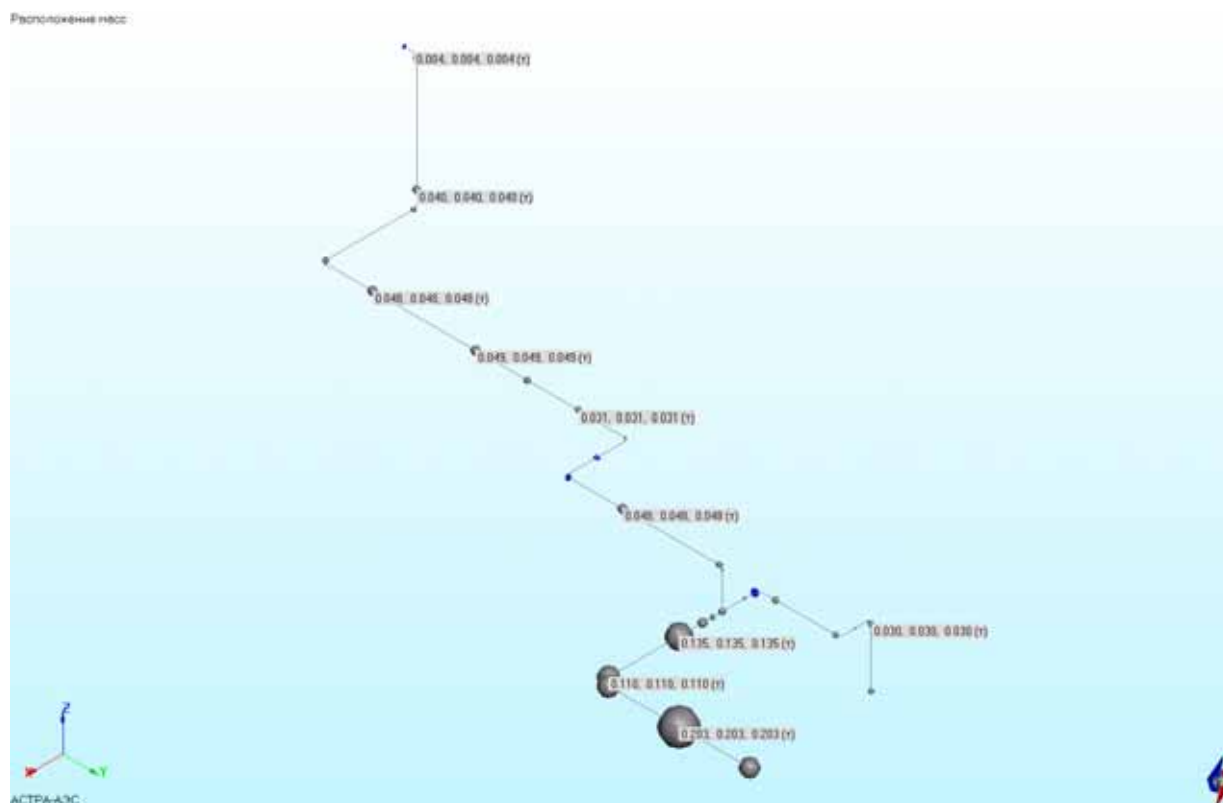


Рис. 26.4 Расчетная динамическая модель (расположение и величина масс)

26.4 Методы расчета

14 низших собственных частот и форм колебаний определялись блочным методом Ланцоша (задана блочность =10, потребовалось 6 итераций).

Сейсмический расчет выполнялся по линейно-спектральной методике с учетом 14-и собственных частот/форм колебаний для 2-х вариантов:

- 1) без учета вклада высших форм;
- 2) с учетом оных (“потерянной массы”).

26.5 Результаты

Расчетные низшие собственные частоты приведены в таблице 26.3, сейсмические реакции в двух “критериальных” мертвых опорах – в таблице 26.4.

Проводится сравнение с результатами расчетов, приведенными в [1] и по ПК ANSYS [2], для “первого” варианта учета “потерянной массы”, а также (для справки) – без учета потерянной массы (вклада высших форм).

Таблица 26.3

Собственные частоты колебаний, Гц

№ частоты	Эталон [1]	ANSYS [2]	АСТРА-АЭС'2009	δ , % АСТРА vs. [1]
1	2.91	2.9068	2.8935	0.57
2	4.39	4.3837	4.4387	1.11
3	5.52	5.5151	5.4727	0.86
4	5.70	5.7018	5.7123	0.22
5	6.98	6.9784	6.9791	0.01
6	7.34	7.3427	7.3272	0.17
7	7.88	7.8778	7.9095	0.37
8	10.30	10.3961	10.347	0.46
9	11.06	11.0623	11.051	0.08
10	11.23	11.2323	11.133	0.86
11	11.50	11.5321	11.636	1.18
12	12.43	12.455	12.415	0.12
13	13.88	13.9647	14.133	1.82
14	16.12	16.092	16.844	4.49

Таблица 26.4

Сейсмические реакции в опорах, кН

№ опоры (узла)		Эталон [1]	Без учета эффекта потерянной массы		С учетом эффекта потерянной массы		δ , % АСТРА vs [1], учет потерянной массы
			ANSYS [2]	АСТРА-АЭС'2009	ANSYS [2]	АСТРА-АЭС'2009	
1	F _x	0.0337	0.0304	0.0231	0.0308	0.0231	31.45
	F _y	0.2140	0.0137	0.0145	0.2144	0.2244	4.85
	F _z	0.0244	0.0227	0.0209	0.0229	0.0209	14.34
2	F _x	0.1410	0.1376	0.1525	0.1379	0.1573	11.56
	F _y	0.2254	0.0442	0.0511	0.2231	0.2384	5.76
	F _z	0.1103	0.1096	0.1137	0.1096	0.1138	3.17

Максимальные расхождения (отличия результатов по АСТРА-АЭС'2009 от источника [1]):

- по собственным частотам от $\delta = 0.57\%$ (по низшей форме) до $\delta = 4.49\%$ (на высшей 14-й форме)
- по реакциям в опорах $\delta = 5.76\%$ на значимой компоненте (Y), $\delta = 31.45\%$ на незначимой компоненте (X).

26.6 Литература

1. R. Morante, Y. Wang, Reevaluation of regulatory guidance on modal response combination methods for seismic response spectrum analysis (NUREG/CR-6645), Brookhaven National Laboratory, Dec 1999.
2. ANSYS 12.0. Verification manual, 2009 (VM259).

Пример 27. Трехмерный расчет температурного поля и термонапряженного состояния ортогонального тройникового соединения (АСТРА-СТАДИО)

Источник(и)	1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М. Мир, 1975, 539 с.
Тип задачи	Стационарная задача теплопроводности. Уточненный статический расчет температурного НДС
Тип(ы) верифицируемых элементов (КЭ)	Объёмный 20-узловой шестигранный изопараметрического семейства
Входной файл	TEST27.ast

27.1 Постановка задачи

Рассматривается тройник (рис. 27.1), имеющий заданную постоянную температуру на внутренней поверхности и подвергающийся конвективному теплообмену на внешней поверхности.

Требуется определить поле распределения температур в теле тройника и НДС, возникающее от их действия. Верификация результатов заключается в сравнении таковых с соответствующими решениями в аттестованном ПК ANSYS.

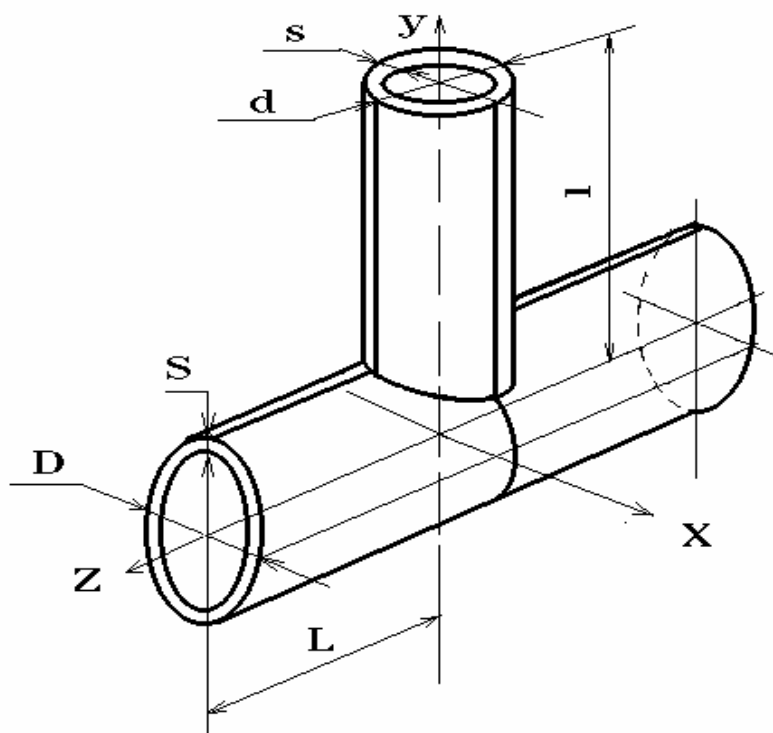


Рис. 27.1 Геометрические параметры тройника

27.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- параметры основной трубы (магистральной):
 - наружный диаметр $D = 325$ мм;
 - толщина стенки $S = 13$ мм;
 - половинная длина $L = 750$ мм;

- параметры штуцера (ответвления):
 - наружный диаметр $d = 219$ мм;
 - толщина стенки $s = 7$ мм;
 - длина $l = 600$ мм.

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$;
- плотность материала $\rho = 7.8$ т/м³;
- коэффициент теплопроводности $k = 52$ Вт/м^{°C}.

Параметры нагрузок/воздействий

Граничные условия задачи теплопроводности

- температура внутренней поверхности тройника; $t = 100$ °C;
- конвективный теплообмен на внешней поверхности $h = 750$ Вт/м²°C.

27.3 Расчетная модель (рис. 27.2)

В силу симметрии рассматривается $\frac{1}{4}$ часть тройника с наложением соответствующих граничных условий. Расчётная область разбивалась на КЭ гексаэдрической формы со сгущением в зоне стыка штуцера и магистрали. Размерность задачи составила 1332 элемента и 7239 узлов.

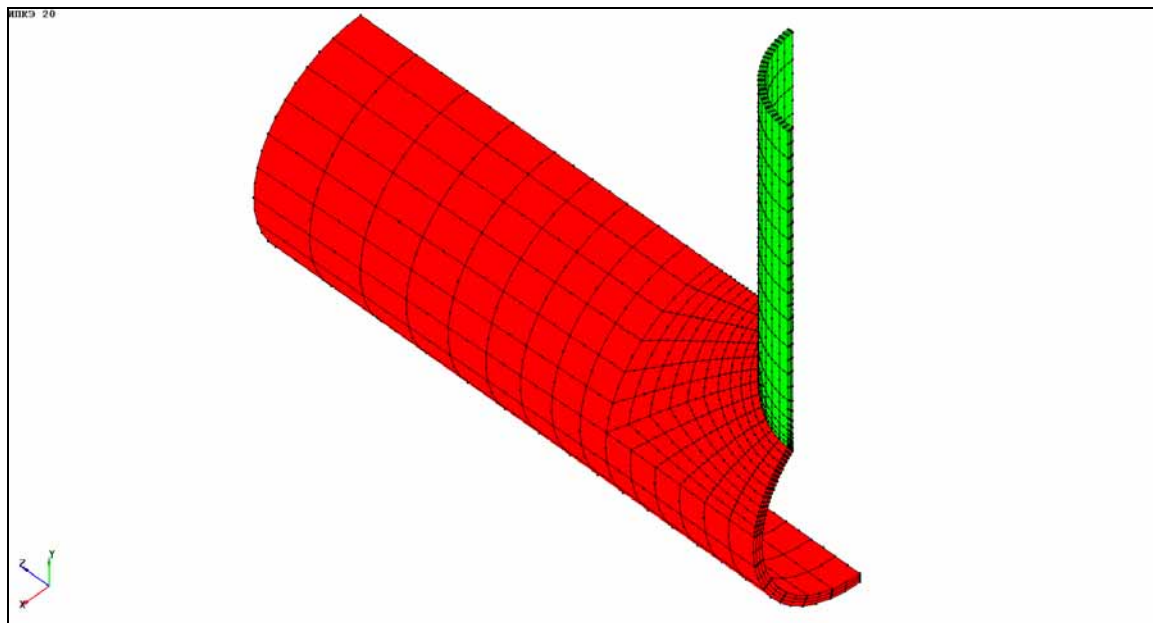
Для решения задачи применялись следующие типы конечных элементов:

- АСТРА-АЭС – объёмный двадцатиузловой шестигранный изопараметрического семейства (ИПКЭ 20);
- ПК ANSYS – SOLID90 – стационарная задача теплопроводности;
- ПК ANSYS – SOLID186 – статический расчет термического НДС.

Расчётная КЭ-модель в ПК ANSYS конвертирована из ПК АСТРА-СТАДИО и таким образом полностью идентична по “сетке”.

Корректный и экономичный подход, предложенный в [1] сводит исходную упругую задачу для тройникового соединения к суперпозиции решений для $\frac{1}{4}$ части с использованием свойств циклической симметрии и антисимметрии воздействий. Параметры конечноэлементной модели (рис. 27.2) расчётного фрагмента тройника выбираются, исходя из требований точности определения местных температур и напряжений в зоне стыка (горловины) и адекватного сеточного представления “стержневых” торцевых нагрузок, длины штуцера и трубы (условные размеры – $l > 2d$, и $L > 2D$ соответственно).

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

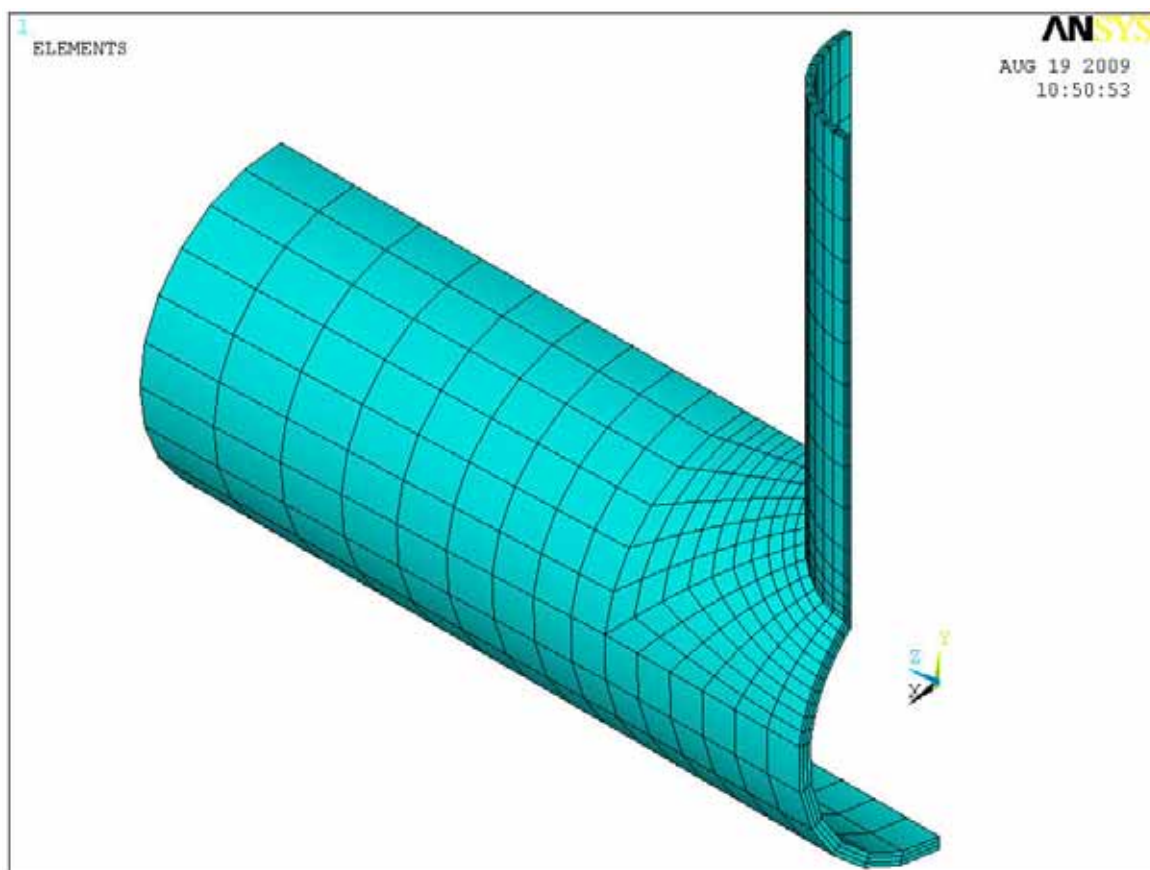


Рис. 27.2 Расчетная КЭ-модель тройника

27.4 Методика расчёта

Задача решалась в 2 этапа:

- 1) на первом этапе было определено распределение температурных полей (стационарная задача теплопроводности) в теле тройника;
- 2) на втором этапе решается задача определения объёмного упругого термонапряжённого состояния от температурного поля, определённого на первом этапе и импортированного как узловые значения.

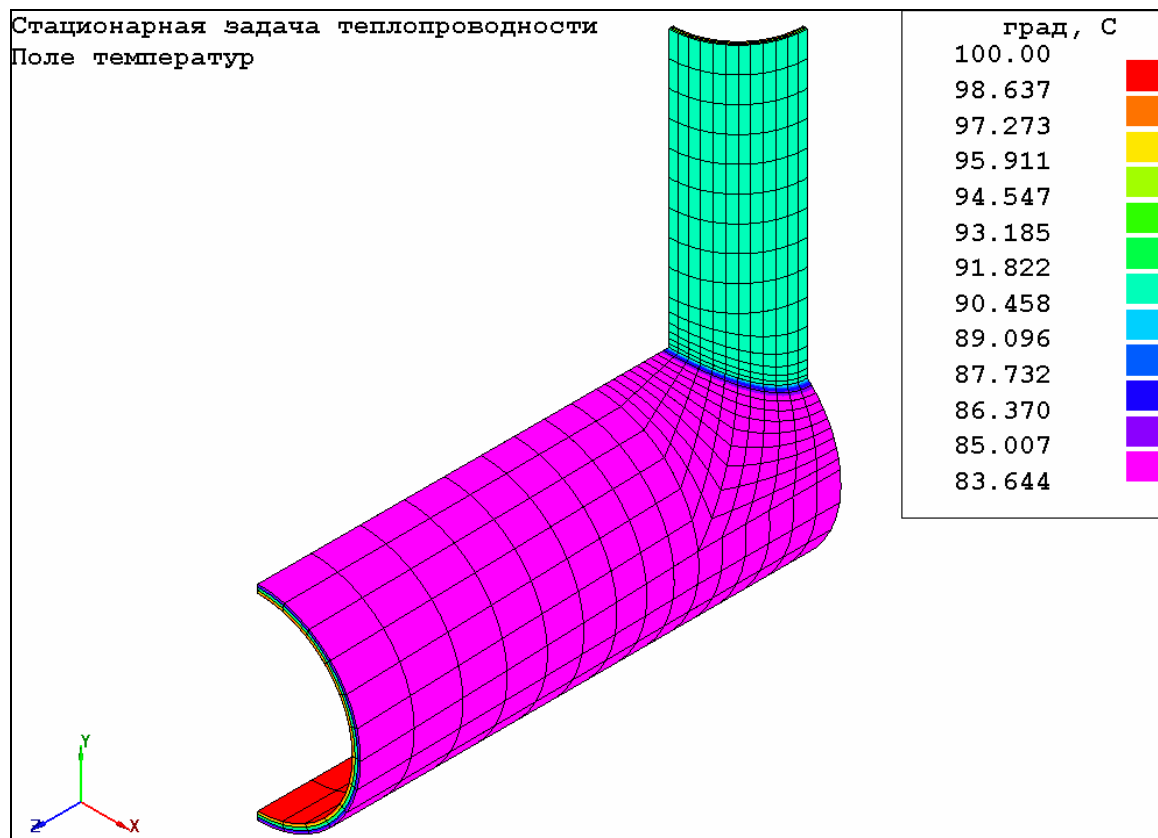
27.5 Результаты

Поля распределение температур на поверхностях тройника и по толщине стенок показаны на рис. 27.3 – 27.8.

Распределение эквивалентных напряжений по критерию Мизеса показано на рис. 27.9 – 27.12. Для устранения возможных расхождений в реализованных интер/экстраполяционных процедурах сопоставляемые напряжения определялись и выводились в точках интегрирования ИПКЭ и SOLID186 (без осреднения в узлы).

Сопоставление результатов проведено в таблице 27.1. Максимальное различие по расчетной температуре составило 0.01%, различие по максимальным эквивалентным напряжениям – 1,818%. Это позволяет судить о достаточной адекватности и точности заложенных в программный модуль АСТРА-СТАДИО алгоритмов решения стационарной задачи теплопроводности и расчета термического НДС.

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

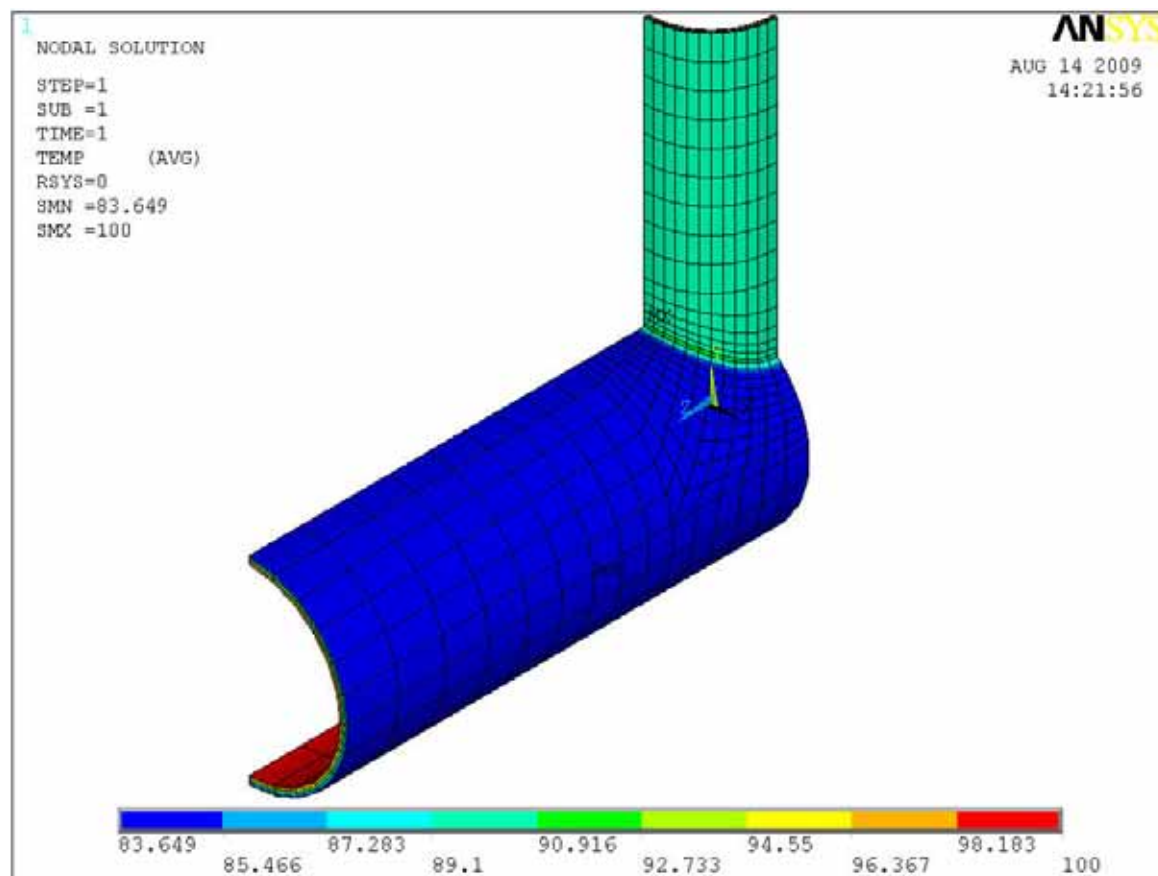


Рис. 27.3 Распределение температур на внешней поверхности

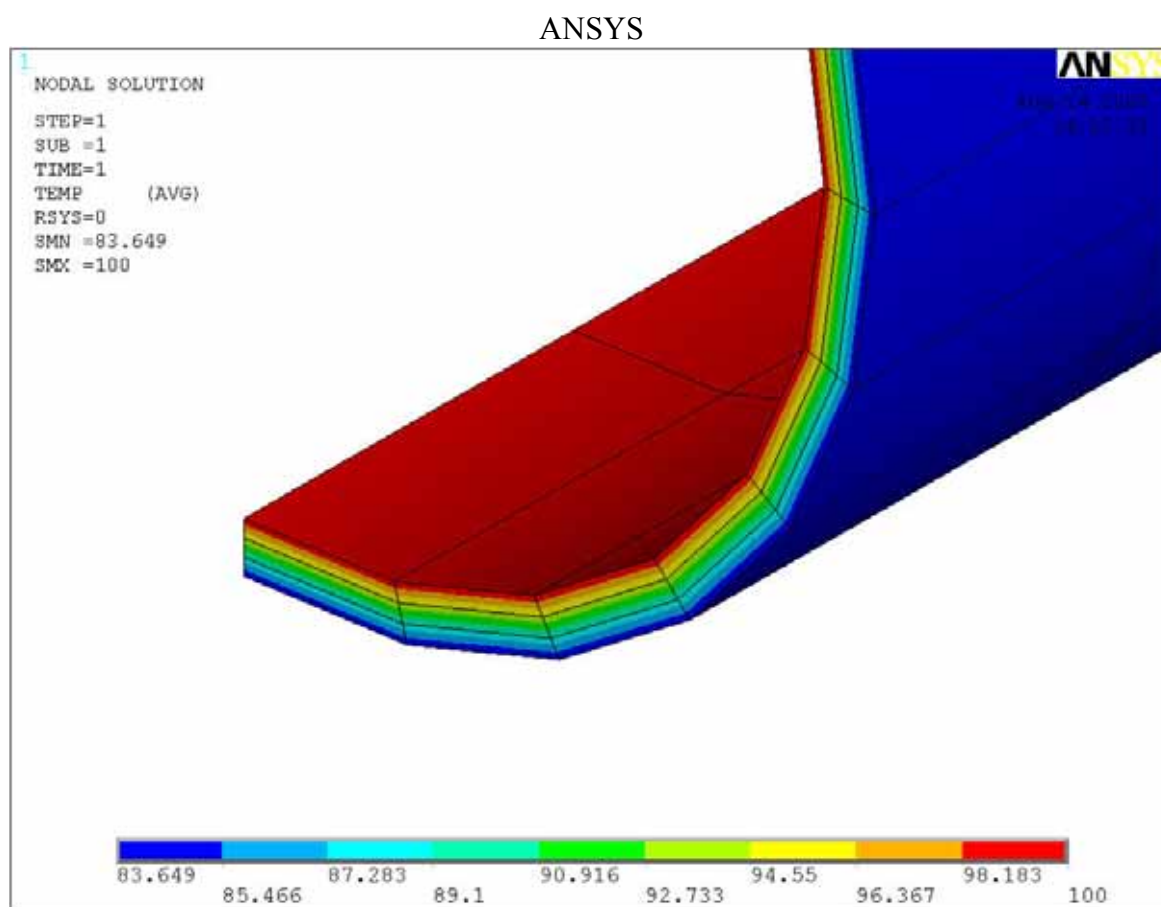
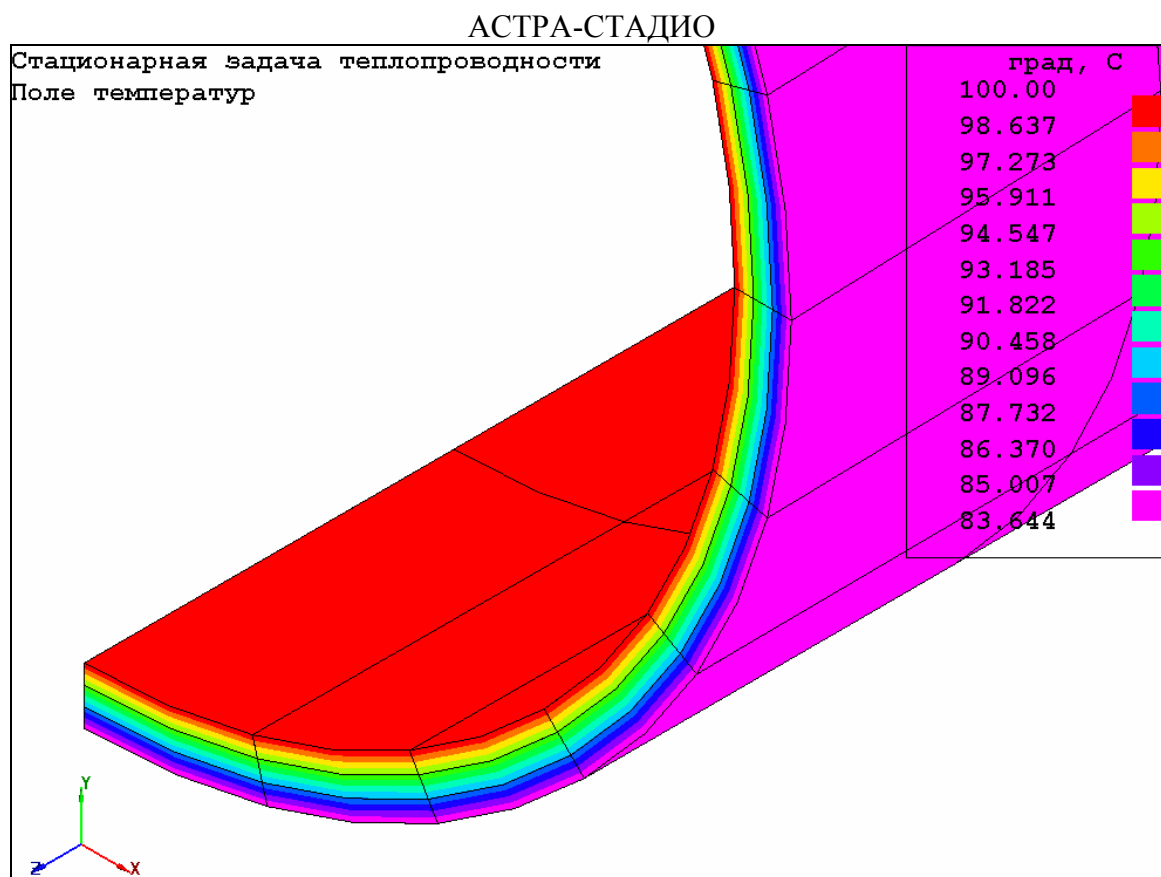


Рис. 27.4 Распределение температур по толщине стенки магистрали

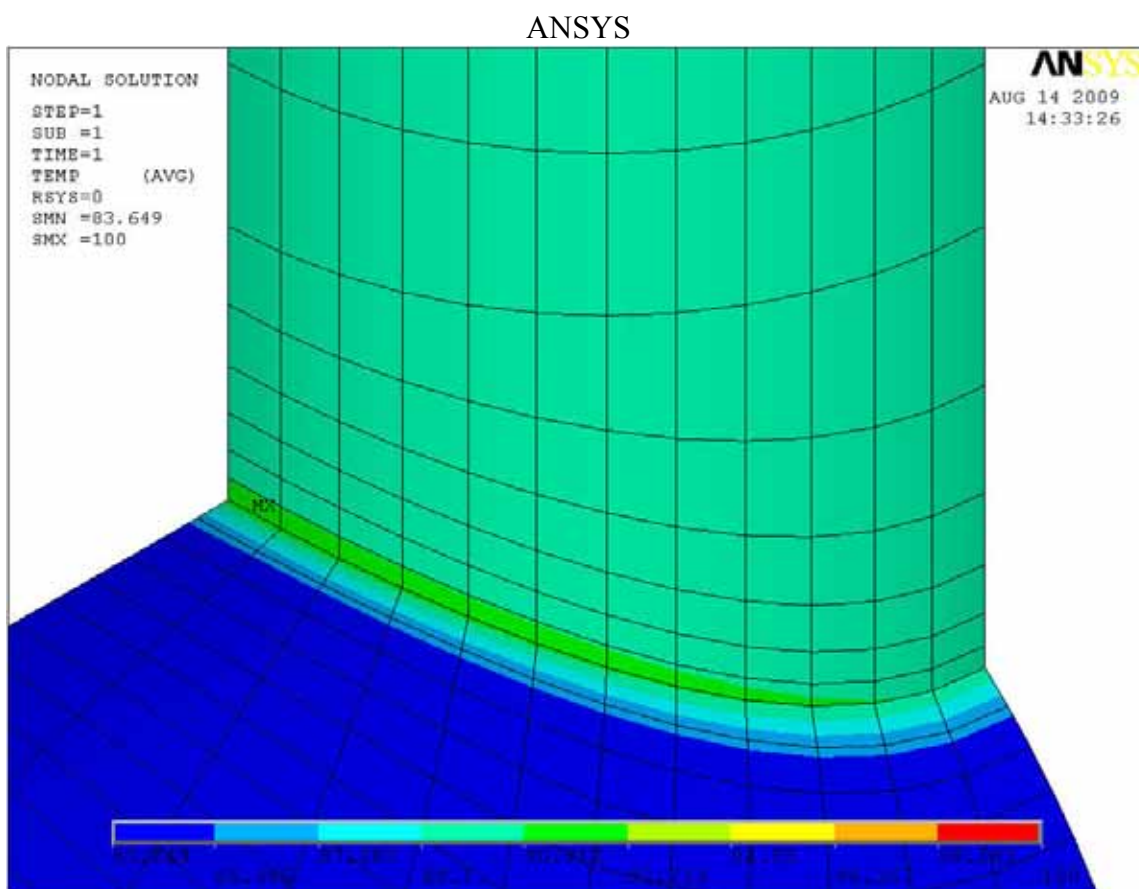
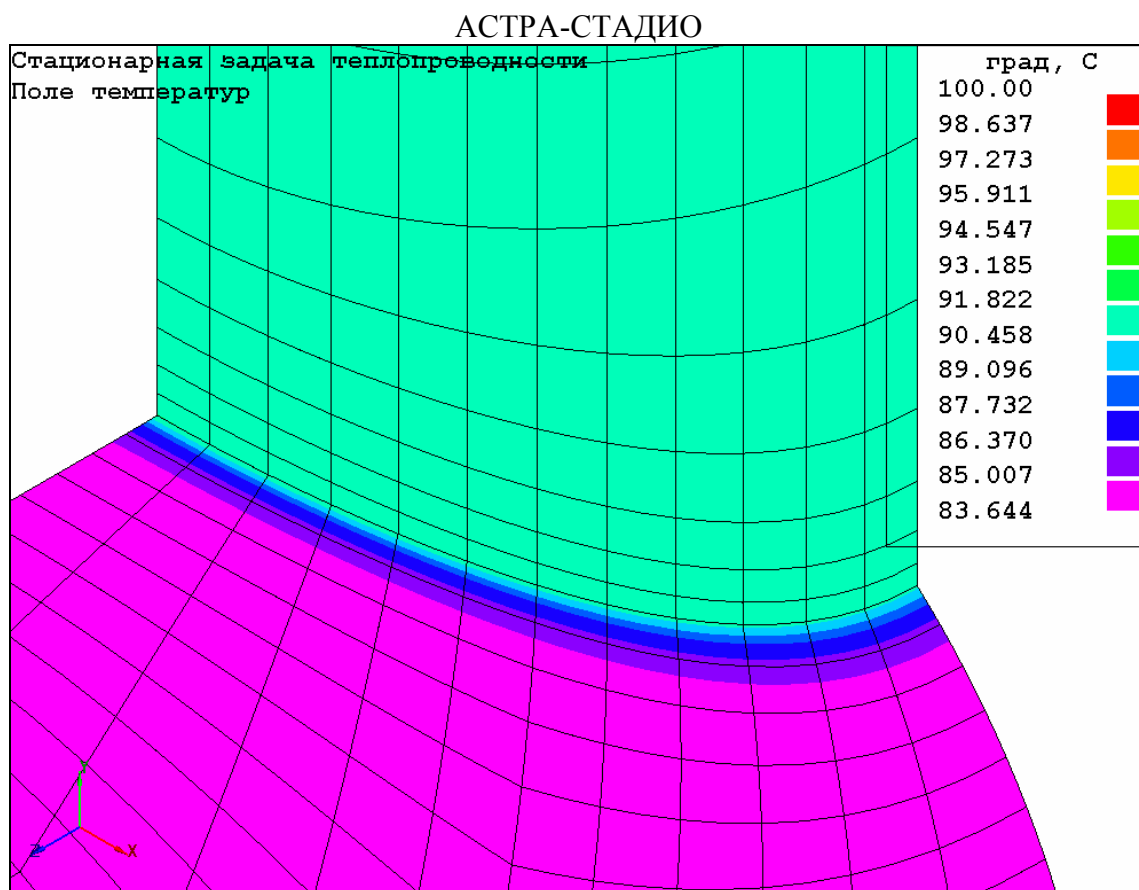


Рис. 27.5. Распределение температур на внешней поверхности в зоне соединения магистрали и штуцера

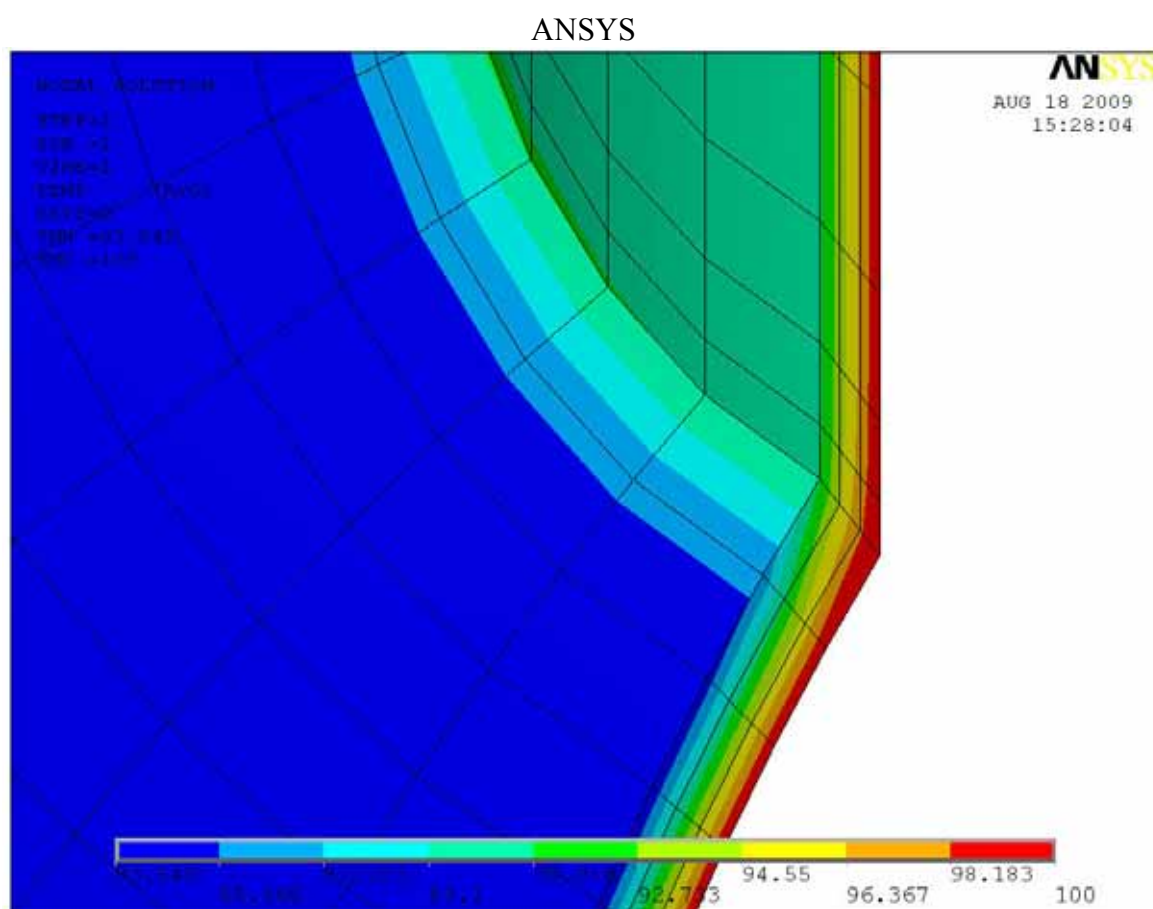
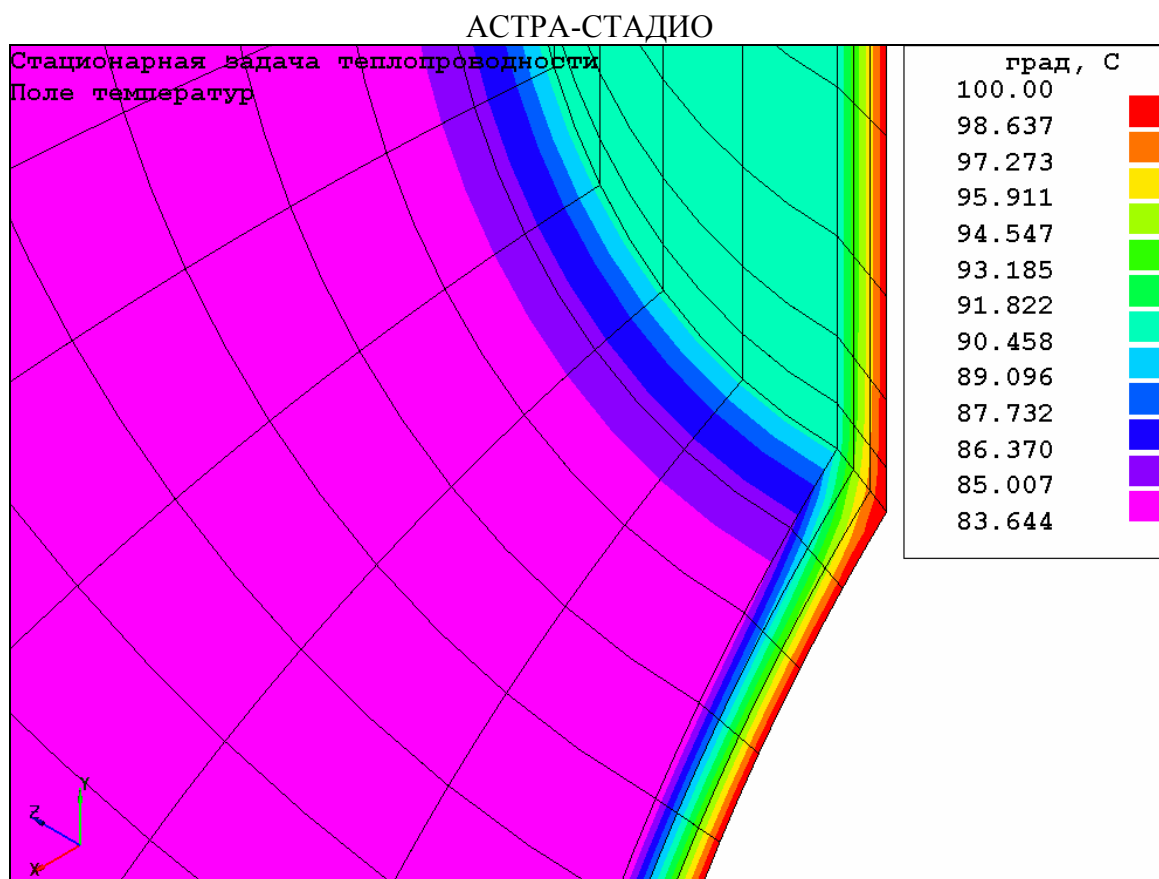
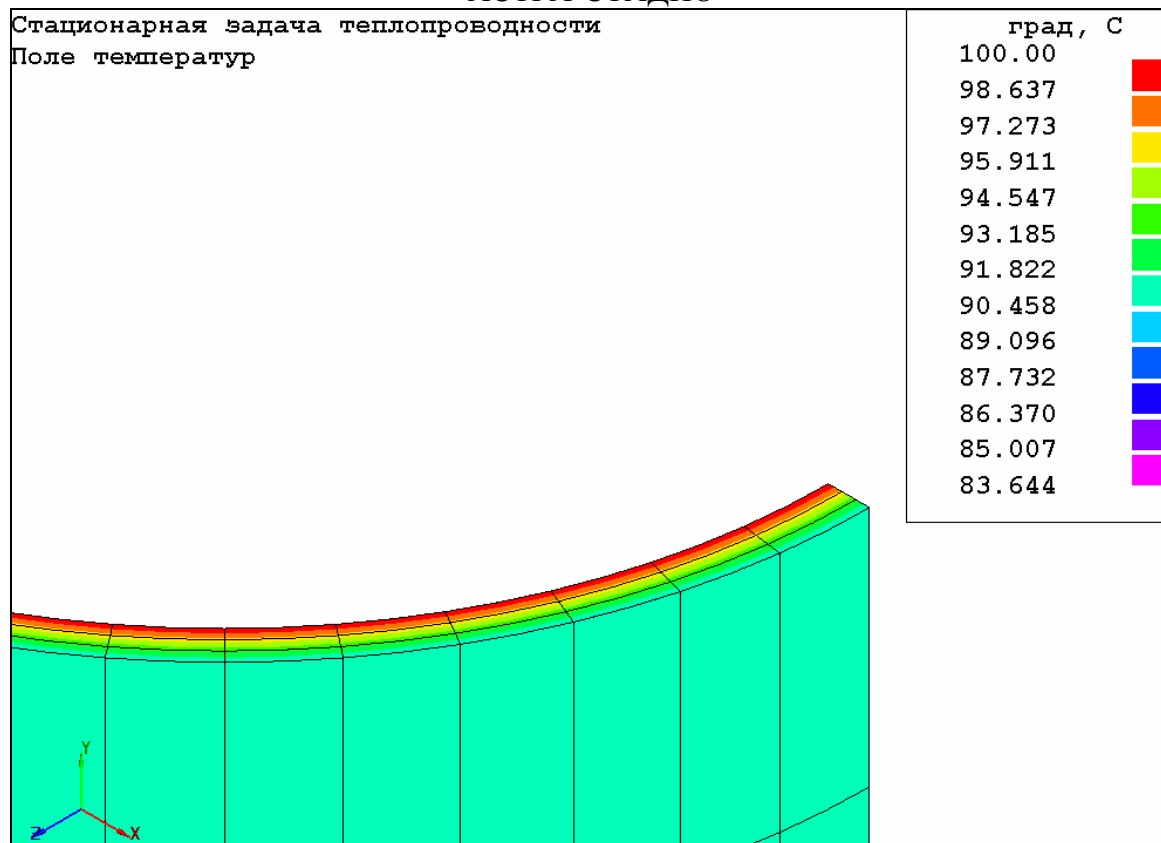


Рис. 27.6 Распределение температур по толщине стенок в зоне соединения магистрали и штуцера, °С

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

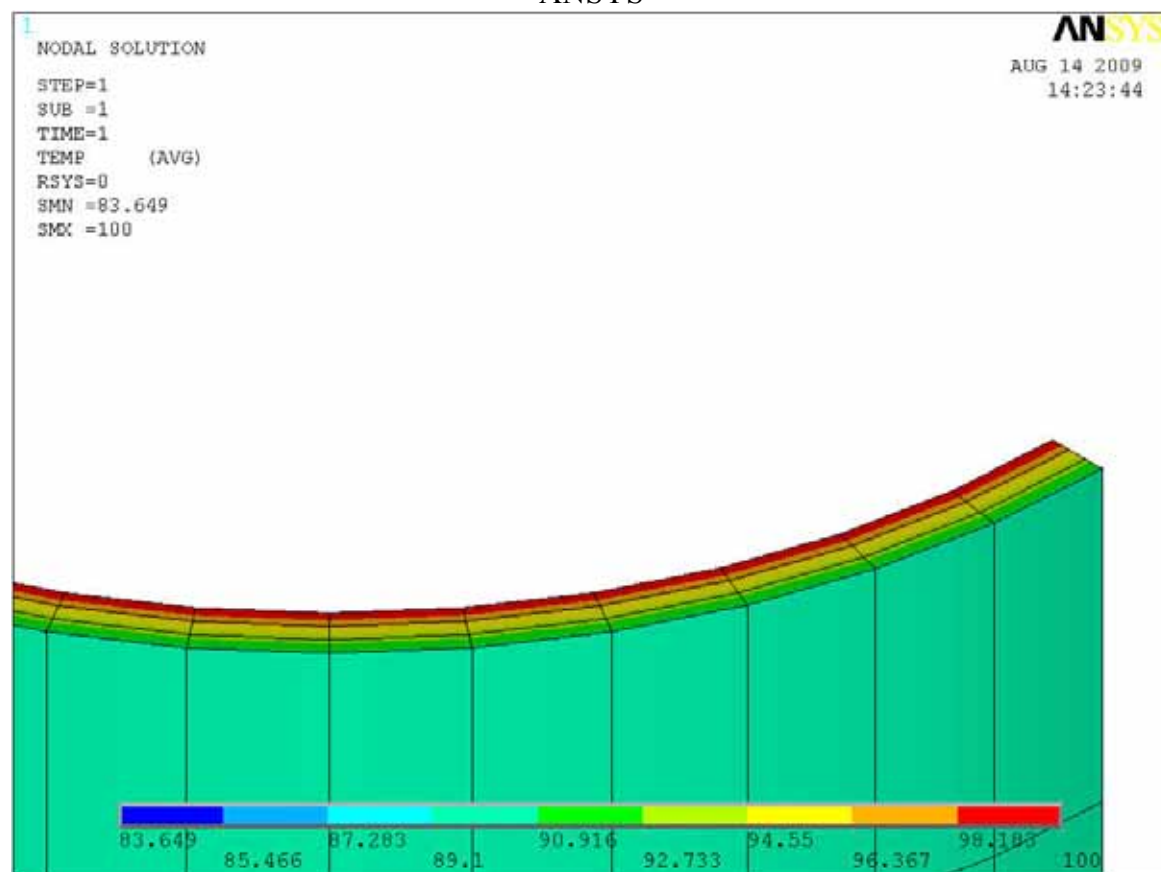
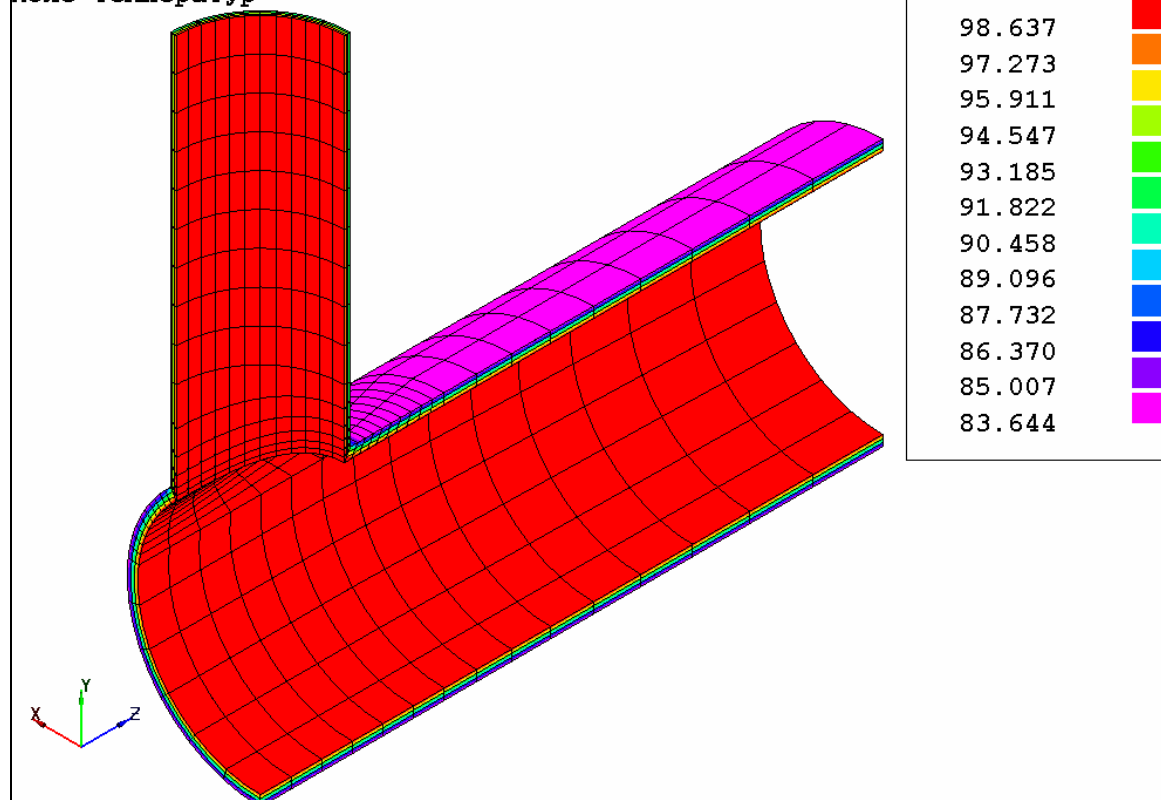


Рис. 27.7 Распределение температур по толщине стенки штуцера, °С

АСТРА-СТАДИО

Стационарная задача теплопроводности
Поле температур



ANSYS

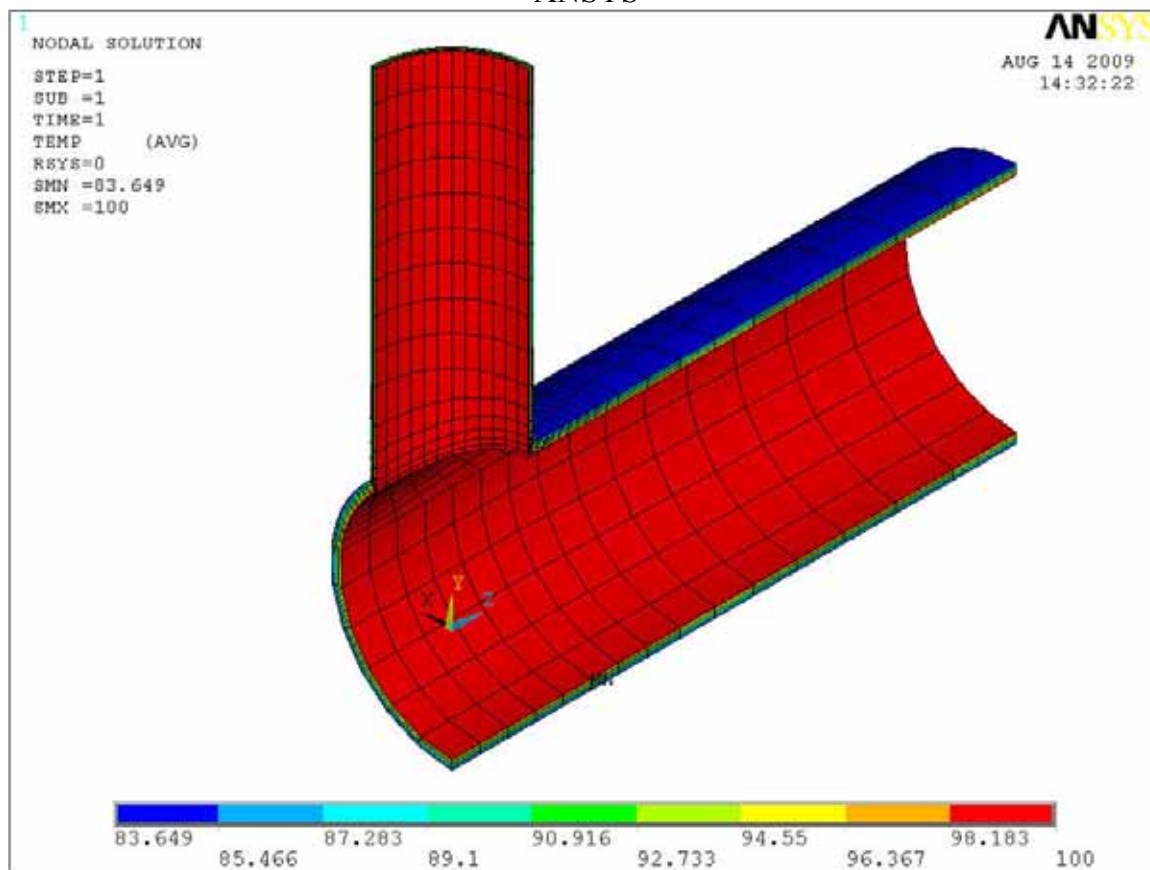


Рис. 27.8 Распределение температур на внутренней поверхности, °С

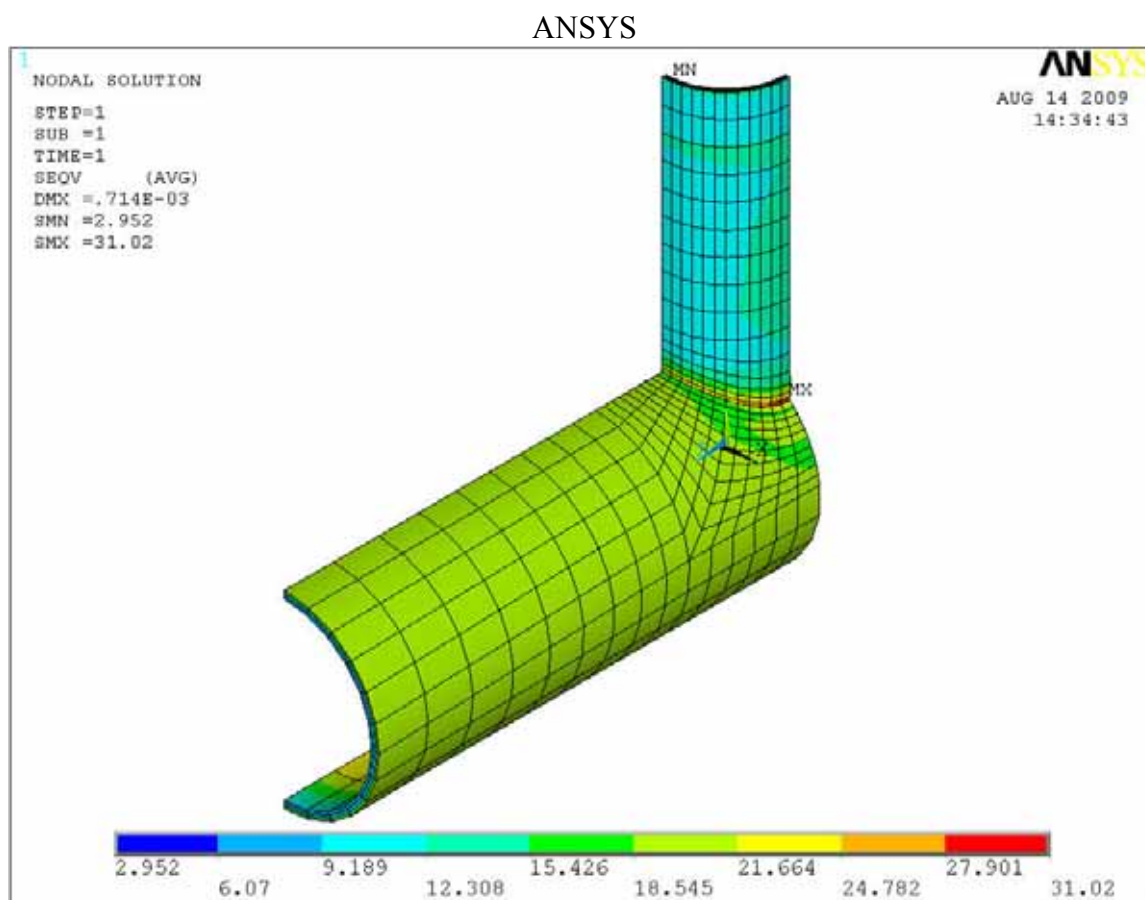
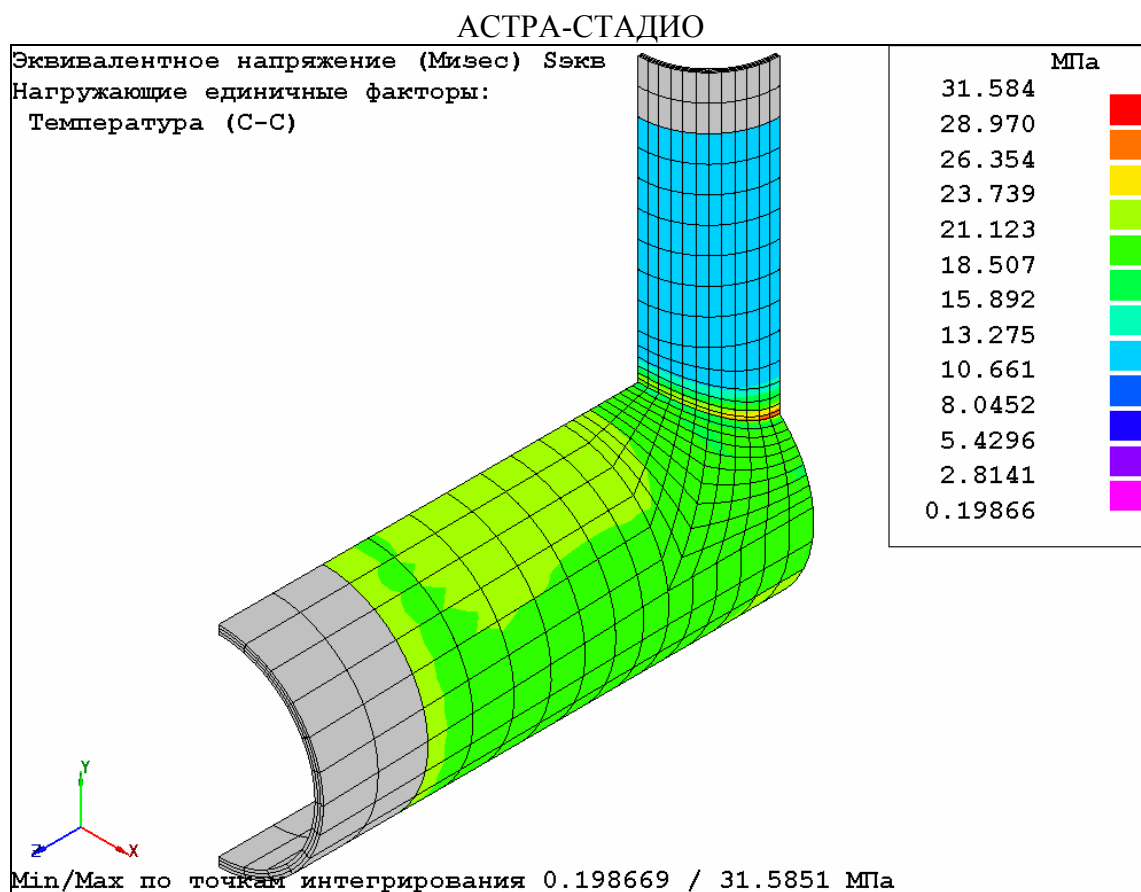


Рис. 27.9 Эквивалентные напряжения (Мизес) на внешней поверхности, МПа

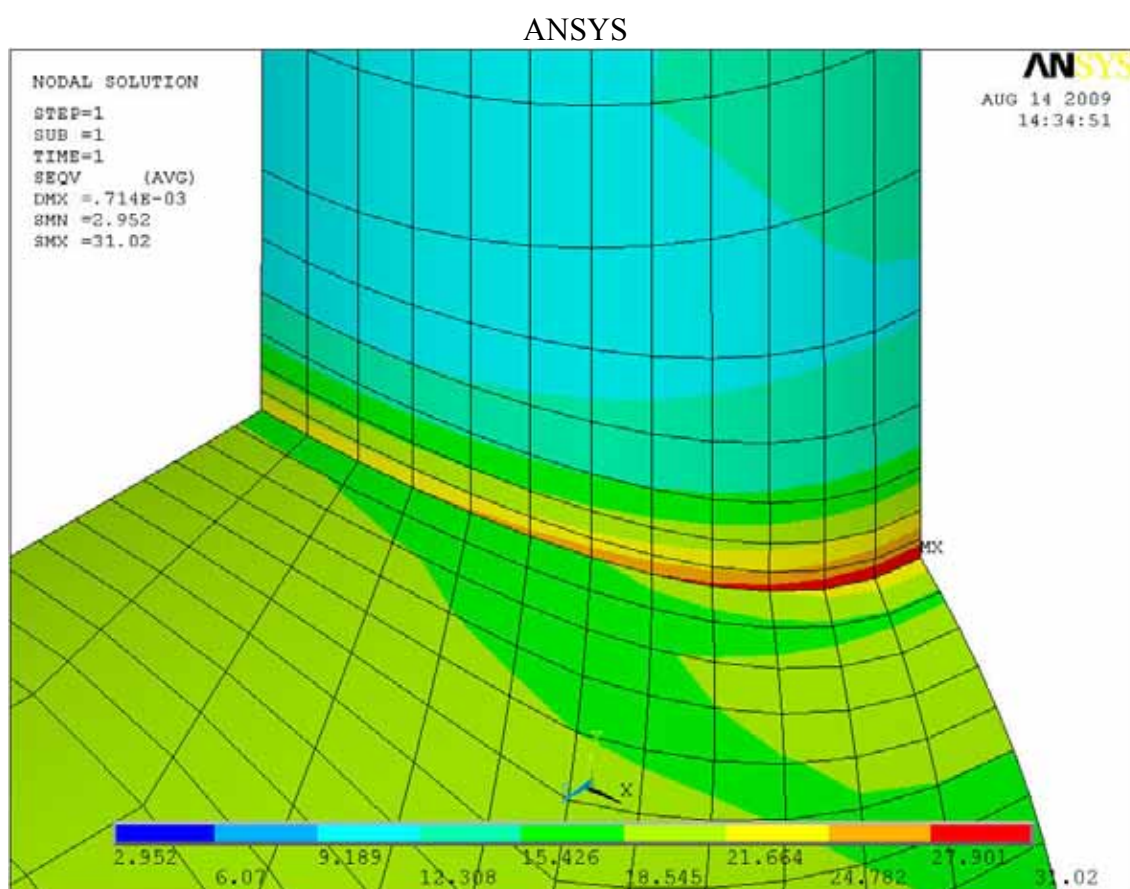
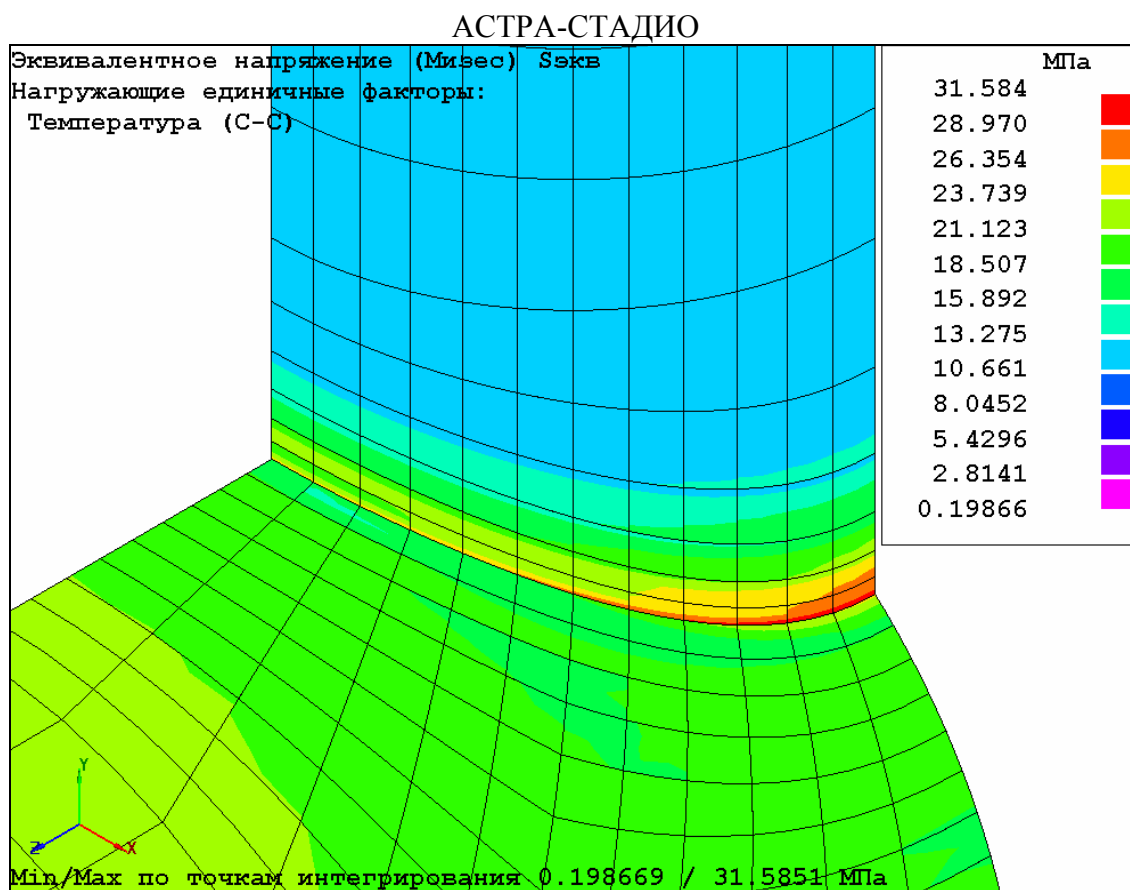


Рис. 27.10 Эквивалентные напряжения (Мизес) на внешней поверхности в зоне соединения магистрали и штуцера

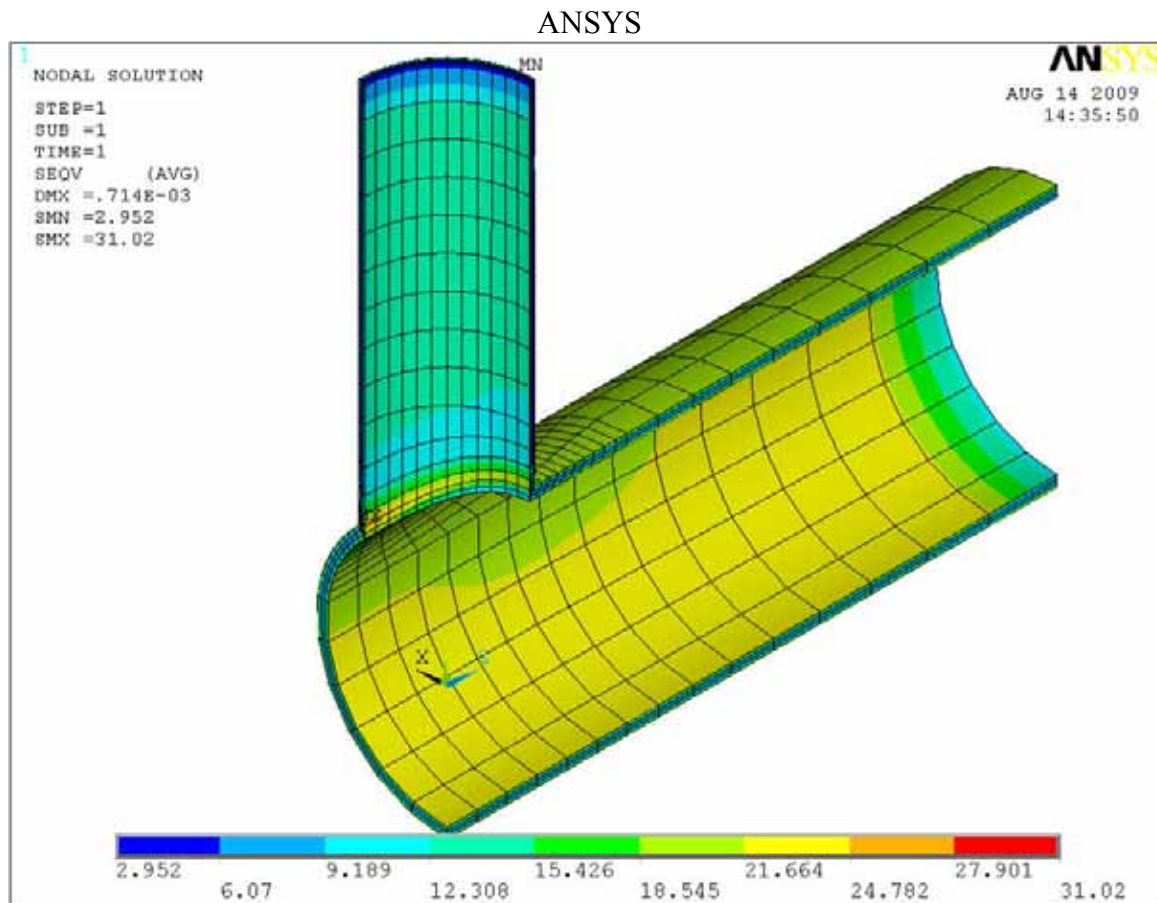
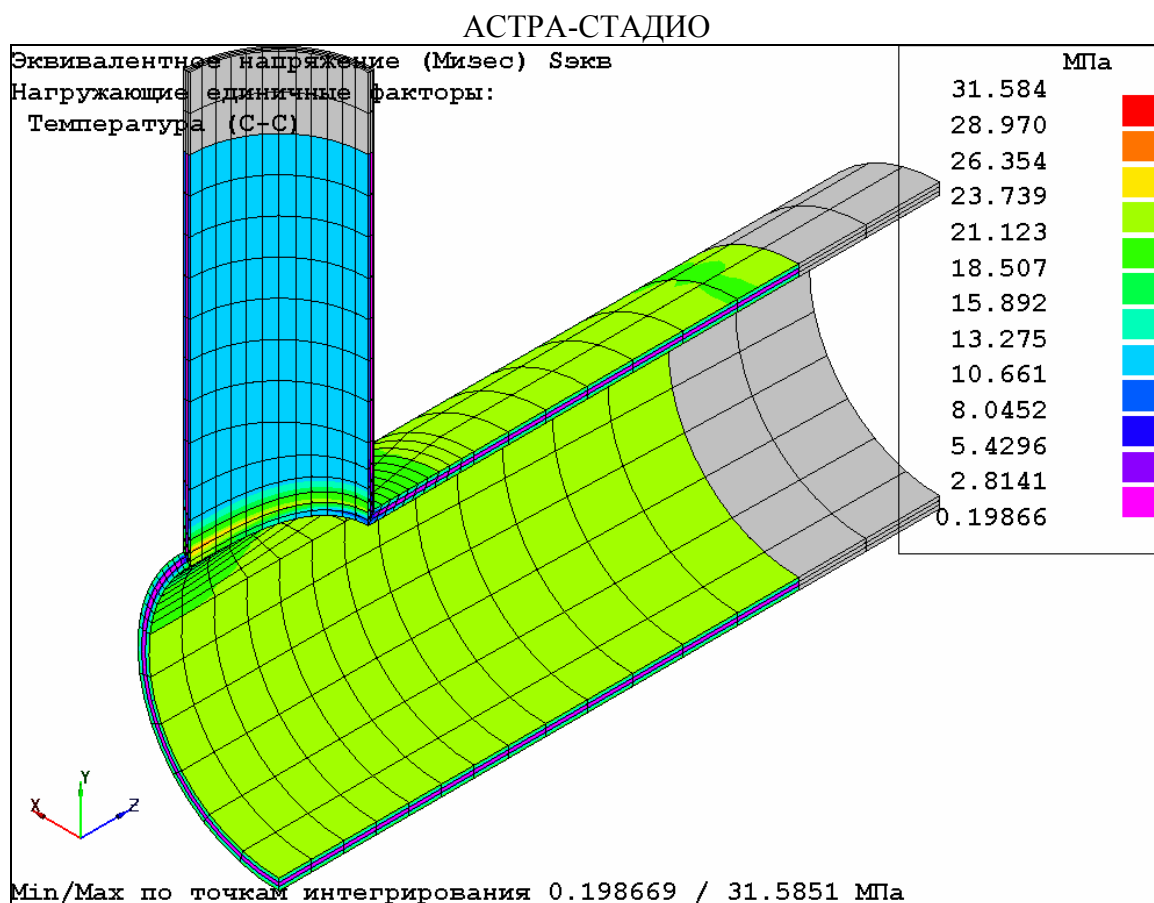


Рис. 27.11 Эквивалентные напряжения (Мизес) на внутренней поверхности, МПа

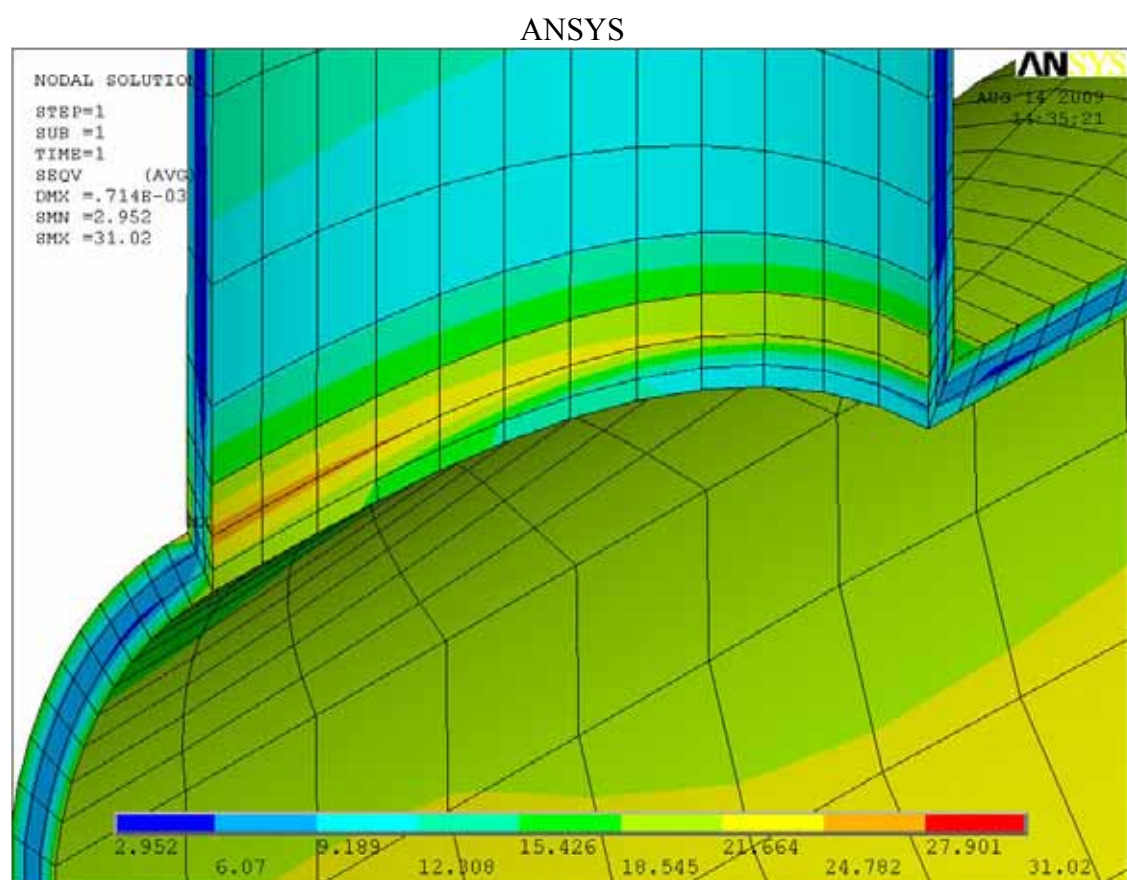
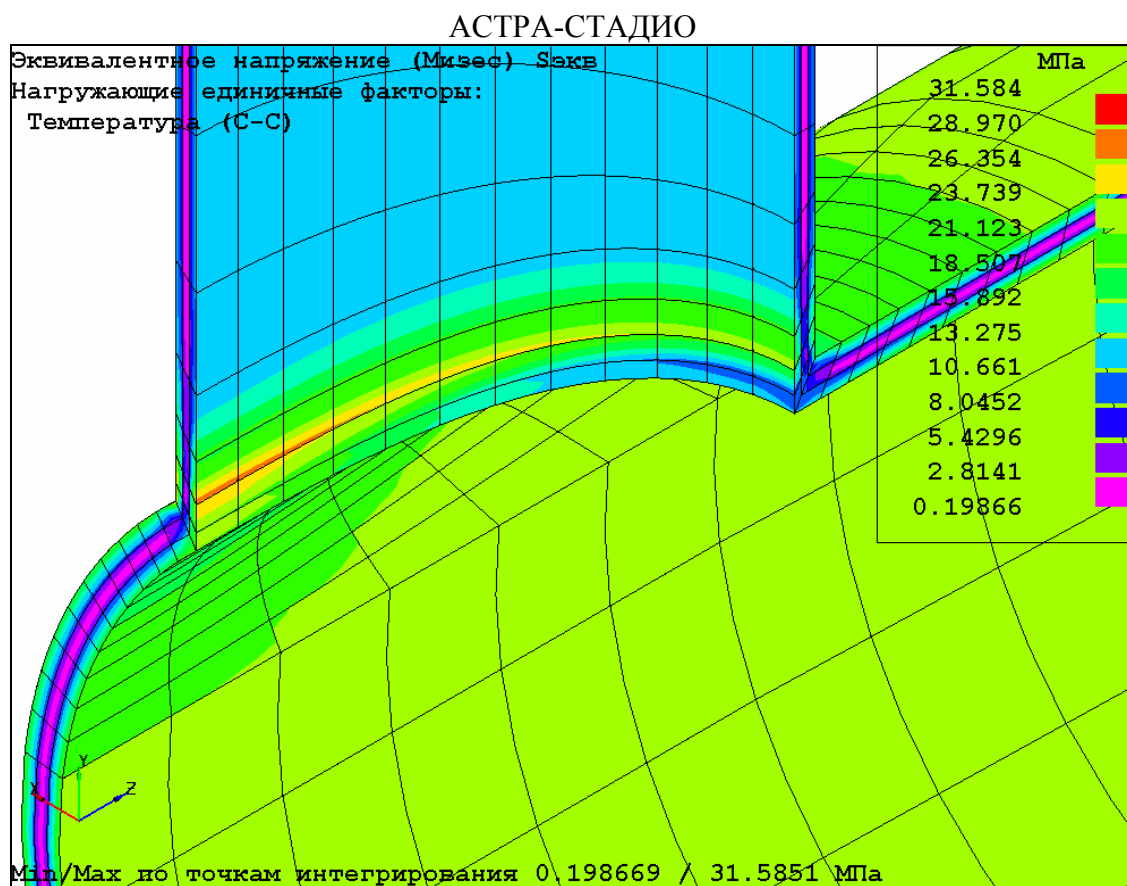


Рис. 27.12 Эквивалентные напряжения (Мизес) на внутренней поверхности в зоне соединения магистрали и штуцера, МПа

Таблица 27.1

Сравнение результатов

Сопоставляемые параметры	АСТРА-АЭС'2009 АСТРА-СТАДИО	ANSYS	δ (%)
Температура на внешней поверхности магистрали, T_{\min}/T_{\max} , °C	83.644 / 91.90	83.649 / 91.910	0.006 / 0.01
Температура на внешней поверхности штуцера, T_{\min}/T_{\max} , °C	90.552 / 91.90	90.551 / 91.910	0.001 / 0.01
Максимальные эквивалентные (по Мизесу) напряжения в зоне соединения магистрали и штуцера, $\sigma_{\text{экв}}$, МПа	31.584	31.020	1.818

27.6 Литература

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М. Мир, 1975, 539 с.

Пример 28. Уточненный расчет ортогонального сварного тройникового соединения на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО)

Источник(и)	2. Gwalthey R.C., Corum J.V., Bolt J.W. Experimental stress analysis of cylinder-to cylinder shell models and comparisons with theoretical predictions, Trans. Of ASME, J.Press. Vess. Techn., 1976, II. 3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М. Мир, 1975, 539 с.
Тип задачи	Уточненный статический расчет НДС деталей
Тип(ы) верифицируемых элементов	Оболочечные 8-ми узловые СПКЭ; 16, 20-ти узловые объемные ИПКЭ
Входной файл	TEST28.ast

28.1 Постановка задачи

Рассматривается ортогональный неравнопроходной тонкостенный сварной тройник с зачищенным швом (рис. 28.1). Учитываются следующие типы нагрузок:

- внутреннее давление;
- изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника;
- изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника.

Требуется определить для каждого типа нагружения НДС, максимальные напряжения и коэффициенты интенсификации напряжений.

Провести сравнение с данными экспериментальных исследований [1].

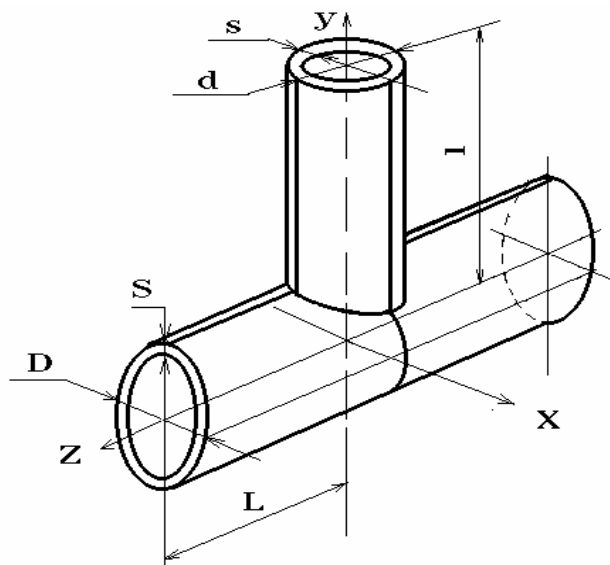


Рис. 28.1 Геометрические параметры тройника

28.2 Исходные данные

Геометрические характеристики (рис. 28.1)

- параметры основной трубы (магистральной):
 - наружный диаметр $D = 220\text{ мм}$;
 - толщина стенки $S = 2.2\text{ мм}$;
 - половинная длина $L = 381\text{ мм}$;

- параметры штуцера (ответвления):
 - наружный диаметр $d = 110\text{мм}$;
 - толщина стенки $s = 1.1\text{мм}$;
 - длина $l = 272\text{ мм}$.

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5\text{ МПа}$;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$.

Параметры нагрузки

- внутреннее давление $p = 1\text{ МПа}$;
- изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника $M_{yш} = 1\text{ МН}\cdot\text{м}$;
- изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника $M_{xш} = 1\text{ МН}\cdot\text{м}$.

28.3 Расчетная модель

В силу симметрии рассматривается 1/4 часть тройника (рис. 28.2) с наложением соответствующих граничных условий симметрии (антисимметрии). Расчетная область разбивалась на конечные элементы призматической формы со сгущением в зоне стыковки штуцера и магистрали.

Для решения задачи применялись следующие типы конечных элементов:

- оболочечные суперпараметрического семейства с промежуточными узлами, реализующие гипотезы Тимошенко;
- трехмерные 16-ти узловые изопараметрического семейства, 3 слоя по толщине;
- трехмерные 20-ти узловые изопараметрического семейства с промежуточными узлами на вертикальных сторонах, 3 слоя по толщине.

Размерность задачи для каждого из указанных конечных элементов приведена в таблице 28.1.

Параметры конечноэлементной модели расчётного фрагмента тройника выбирались, исходя из требований точности определения местных напряжений в зоне концентрации:

- число КЭ на полуокружности сечения – 18;
- размер слоя элементов, примыкающего к линии стыковки магистрали и штуцера: $0.1\sqrt{rs}$, где r – радиус трубы;
- коэффициент сгущения 1.1 (отношение продольных размеров двух смежных слоев конечных элементов в зоне сгущения сетки).

Кромки (в зоне приложения моментной нагрузки) моделируются двумя различными способами:

- “мягкие” кромки (материал однородный по всему тройнику);
- “жесткие” кромки (материал для примыкающего к границе слоя элементов принимается в 10 раз более жестким, чем для остальной части тройника).

Таблица 28.1

Размерность задачи

	Тип КЭ		
	Оболочечные СПКЭ(8 узлов)	Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)
Число узлов	6634	25864	32458
Число элементов	2125	6213	6213

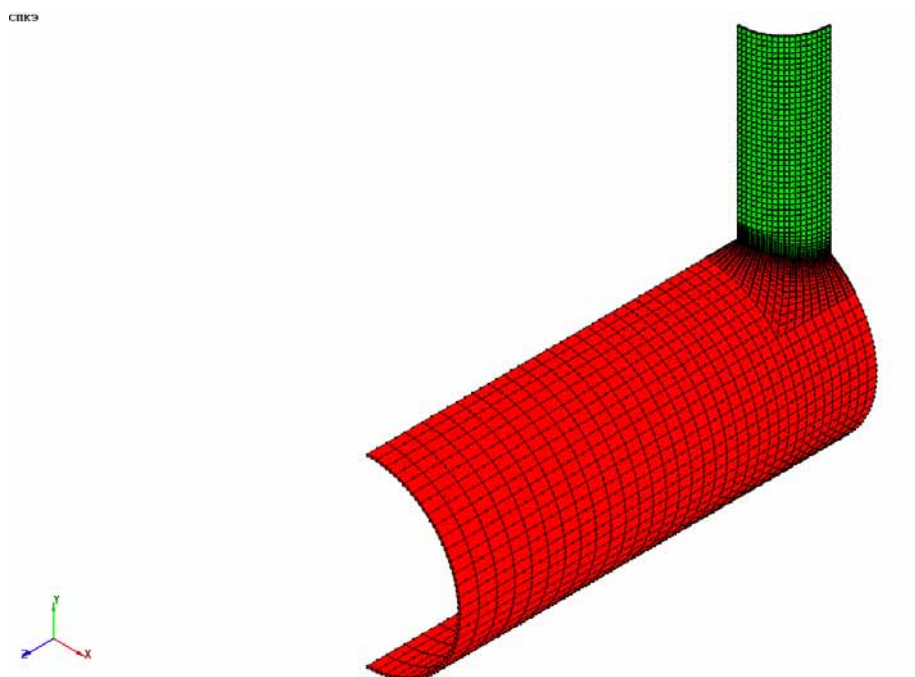


Рис. 28.2 Расчетная КЭ-модель тройника (1/4 часть)

28.4 Результаты

На рис. 28.3 – 28.11 показаны распределения расчетных напряжений для варианта 16-ти узловых ИПКЭ и “мягких” кромок.

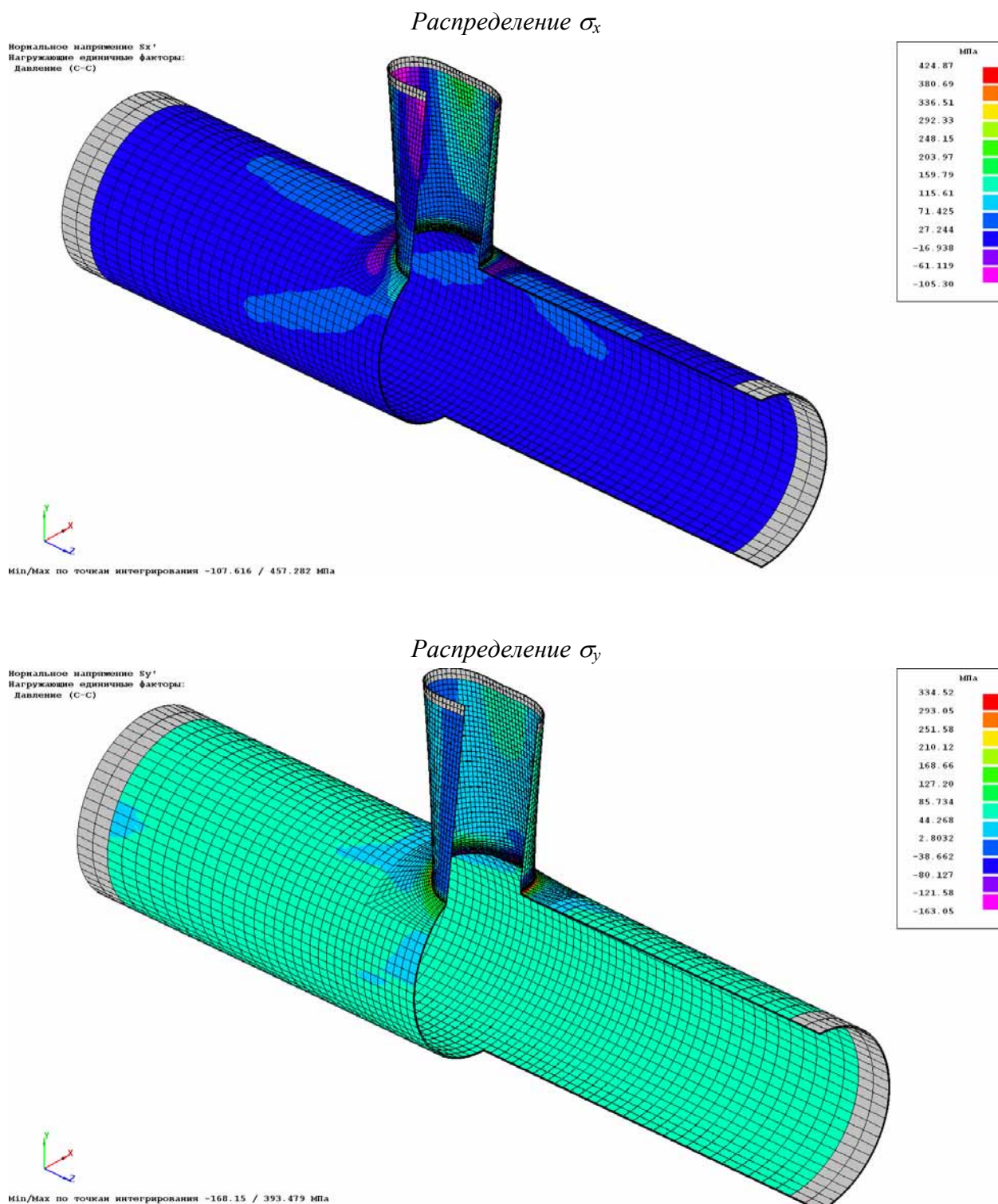


Рис. 28.3 Распределение расчетных напряжений от действия внутреннего давления

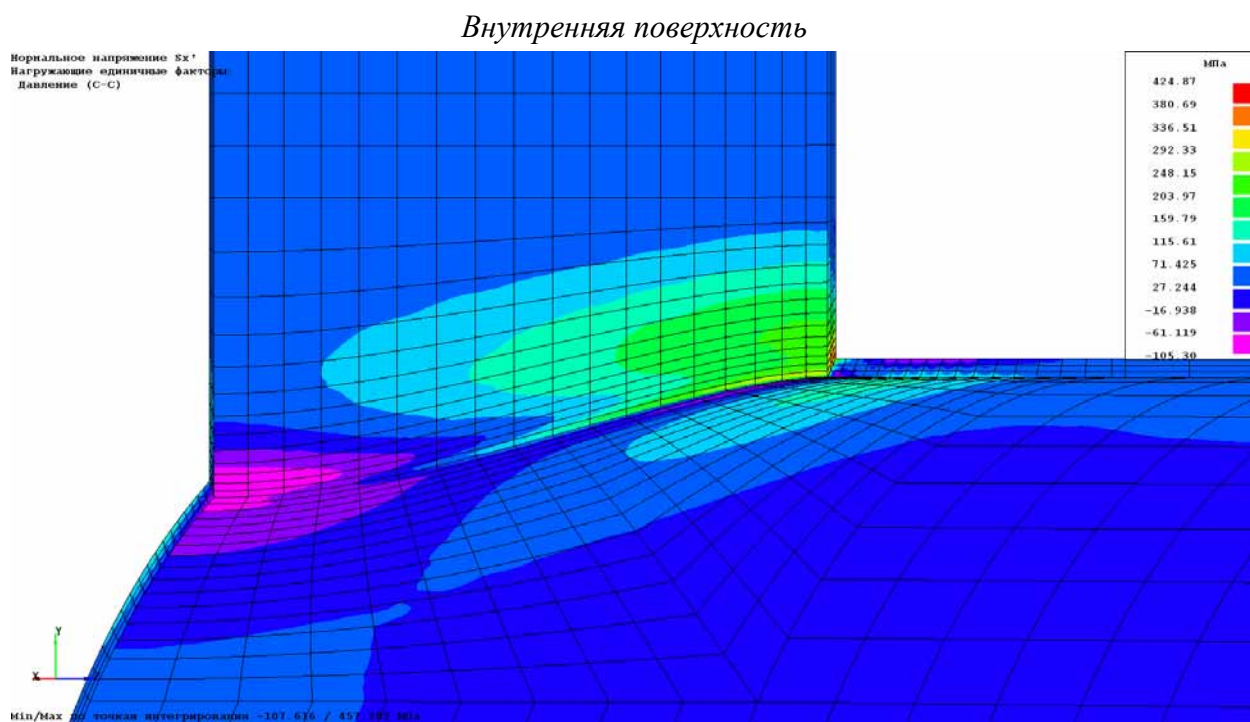
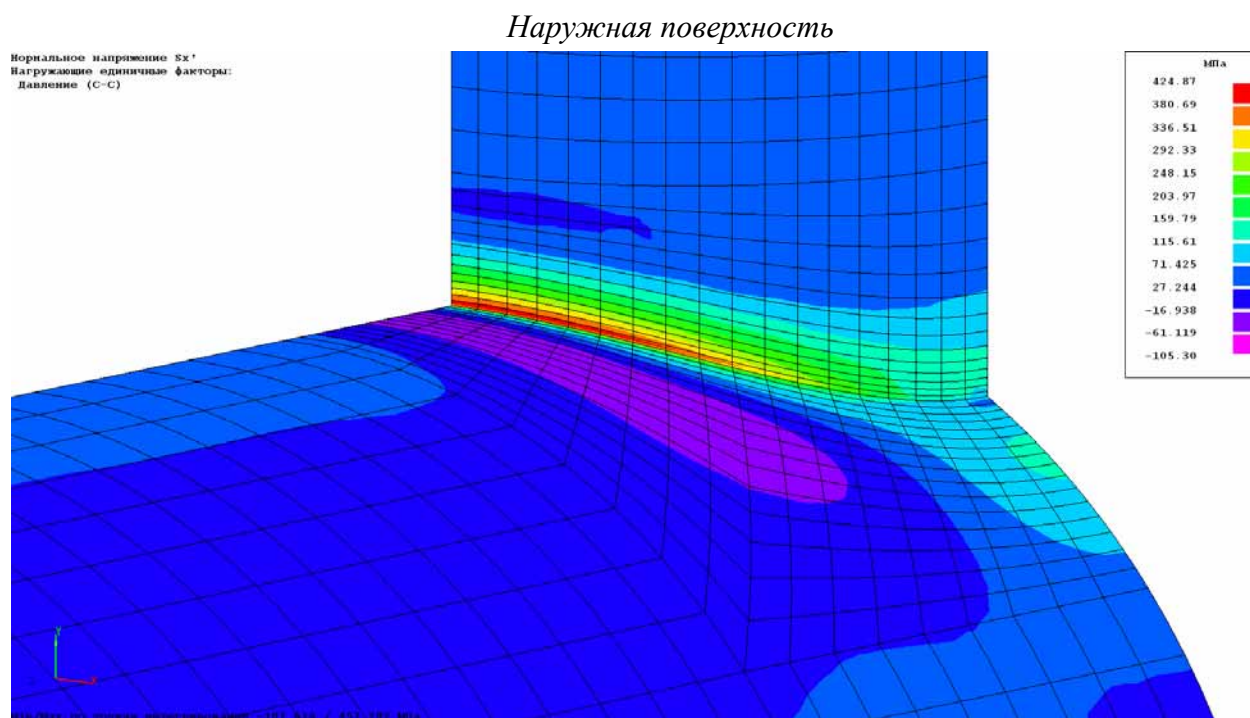


Рис. 28.4 Распределение компонент расчетных напряжений σ_x в зоне стыковки магистрали и штуцера. Силовой фактор – внутреннее давление

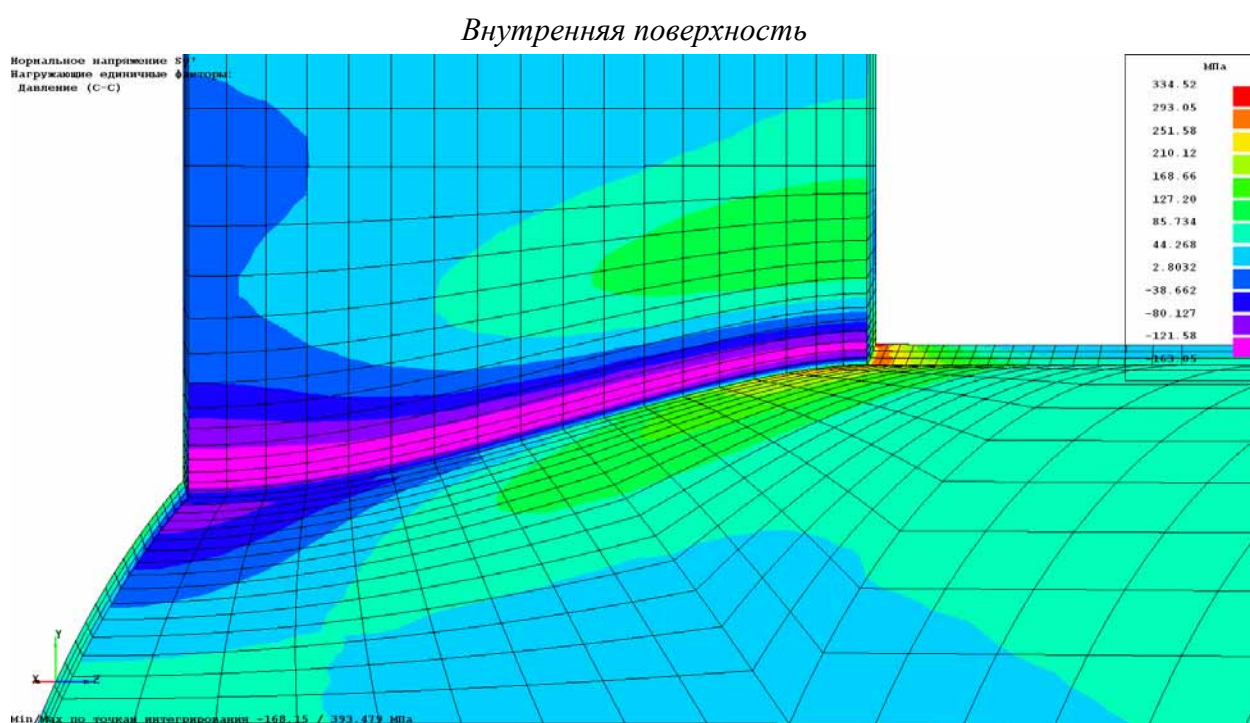
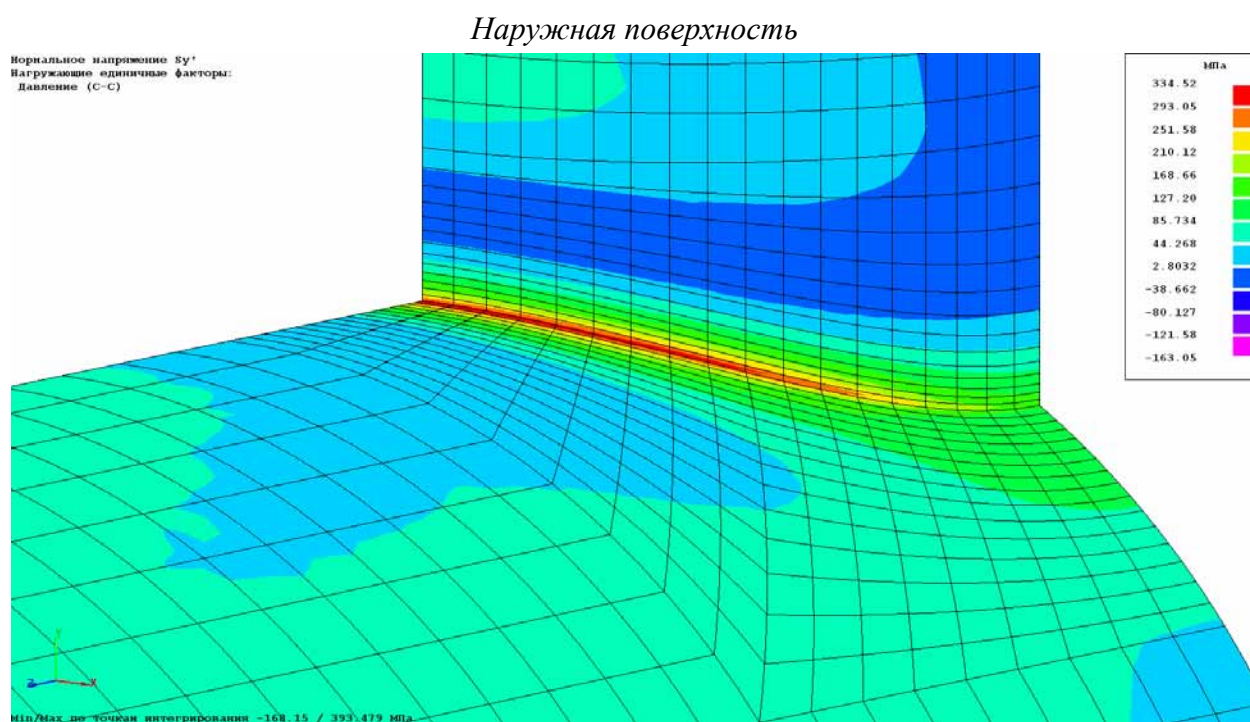


Рис. 28.5 Распределение компонент расчетных напряжений σ_y в зоне стыковки магистрали и штуцера. Силовой фактор – внутреннее давление

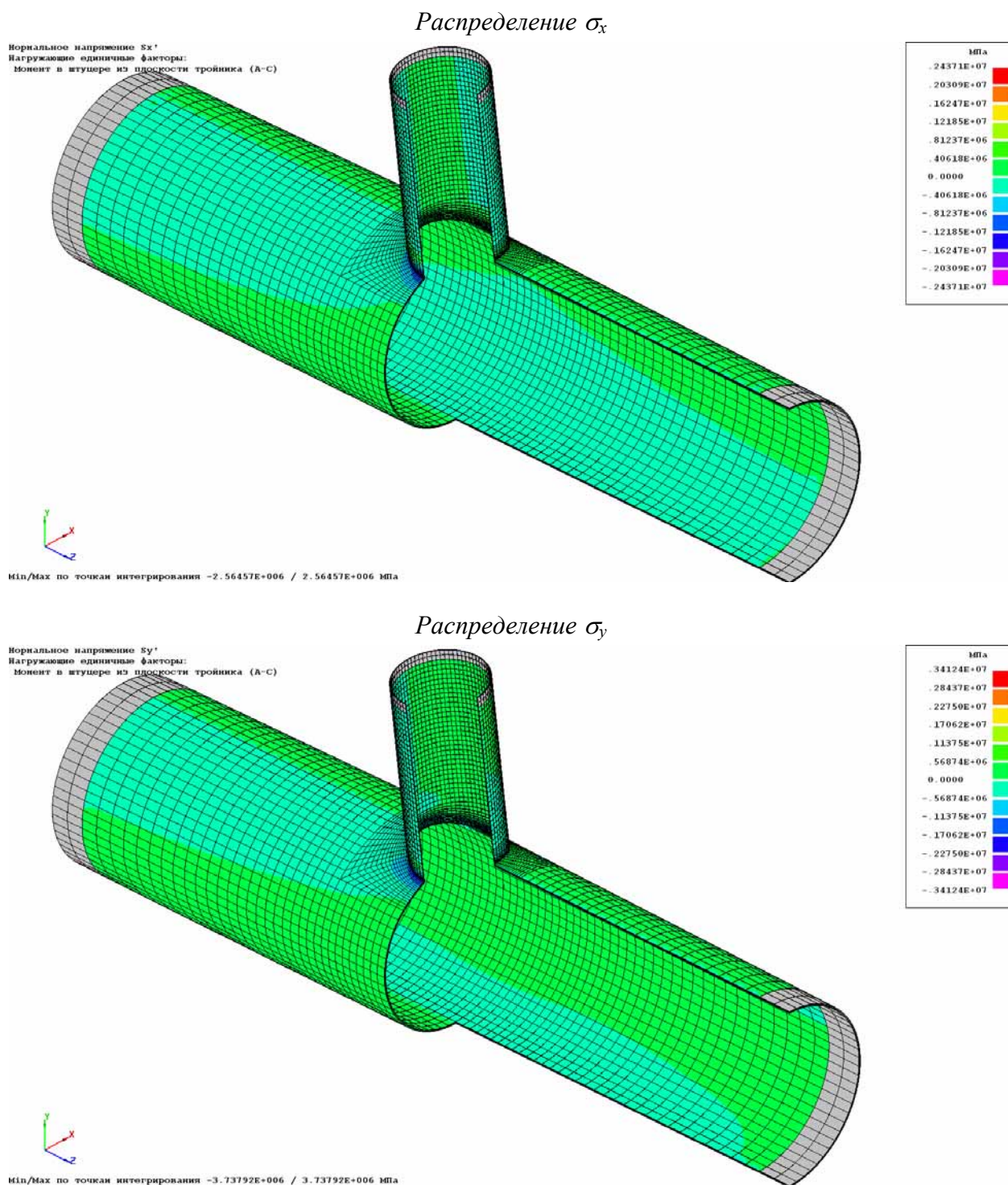


Рис. 28.6 Распределение расчетных напряжений от действия изгибающего момента в штуцере из плоскости тройника

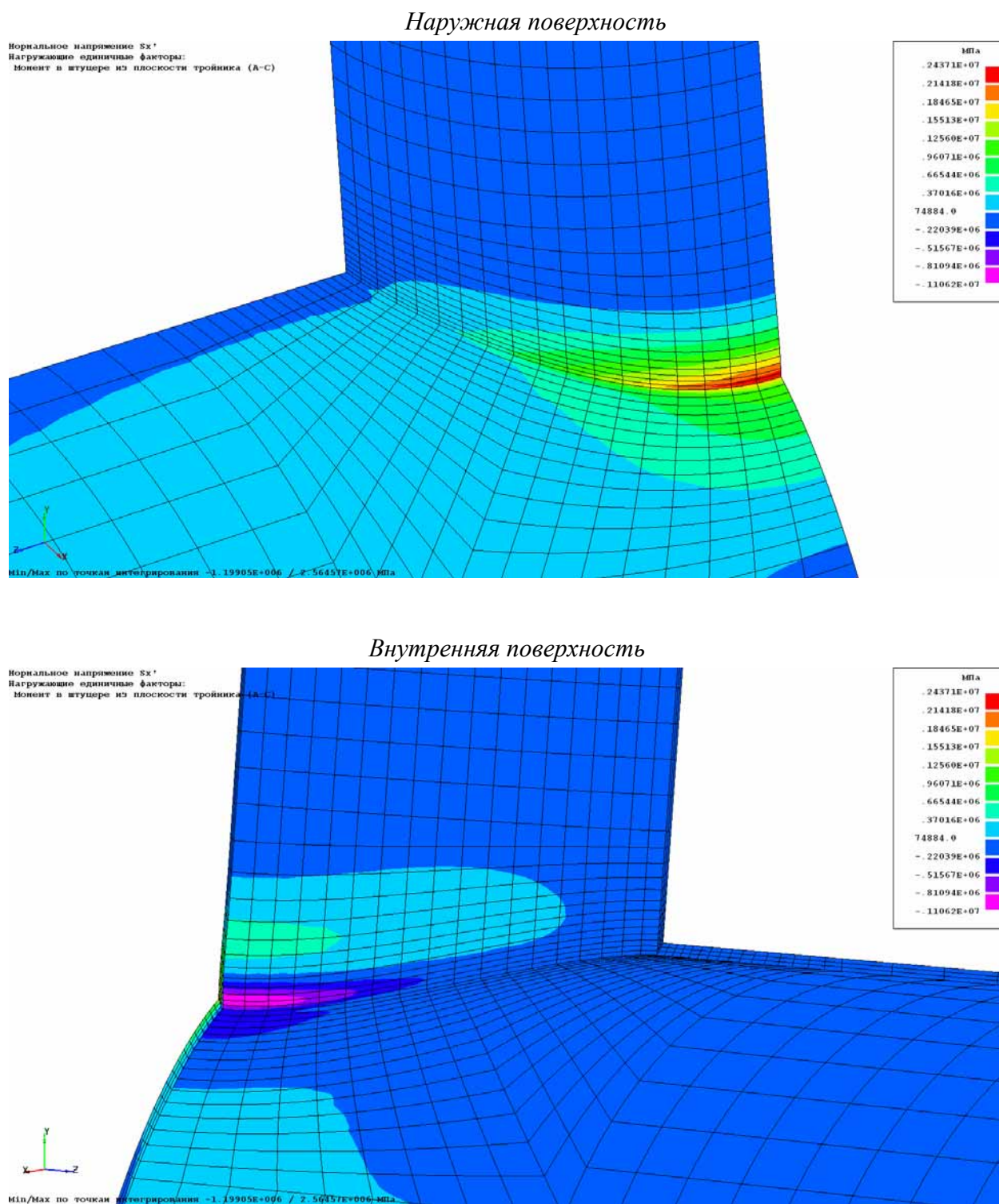


Рис. 28.7 Распределение компонент расчетных напряжений σ_x в зоне стыковки магистрали и штуцера. Силовой фактор – изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника

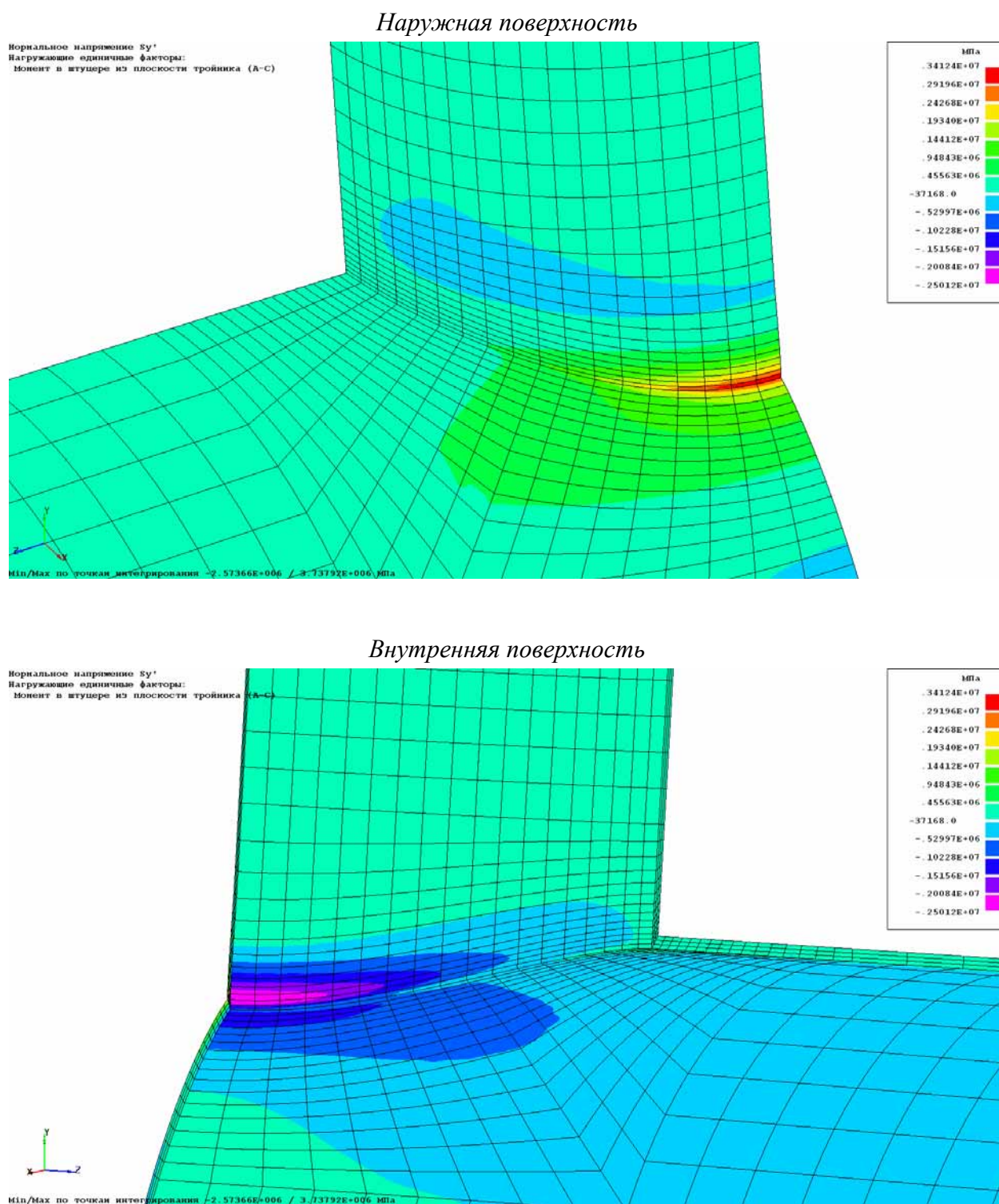


Рис. 28.8 Распределение компонент расчетных напряжений σ_y в зоне стыковки магистрали и штуцера. Силовой фактор – изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника

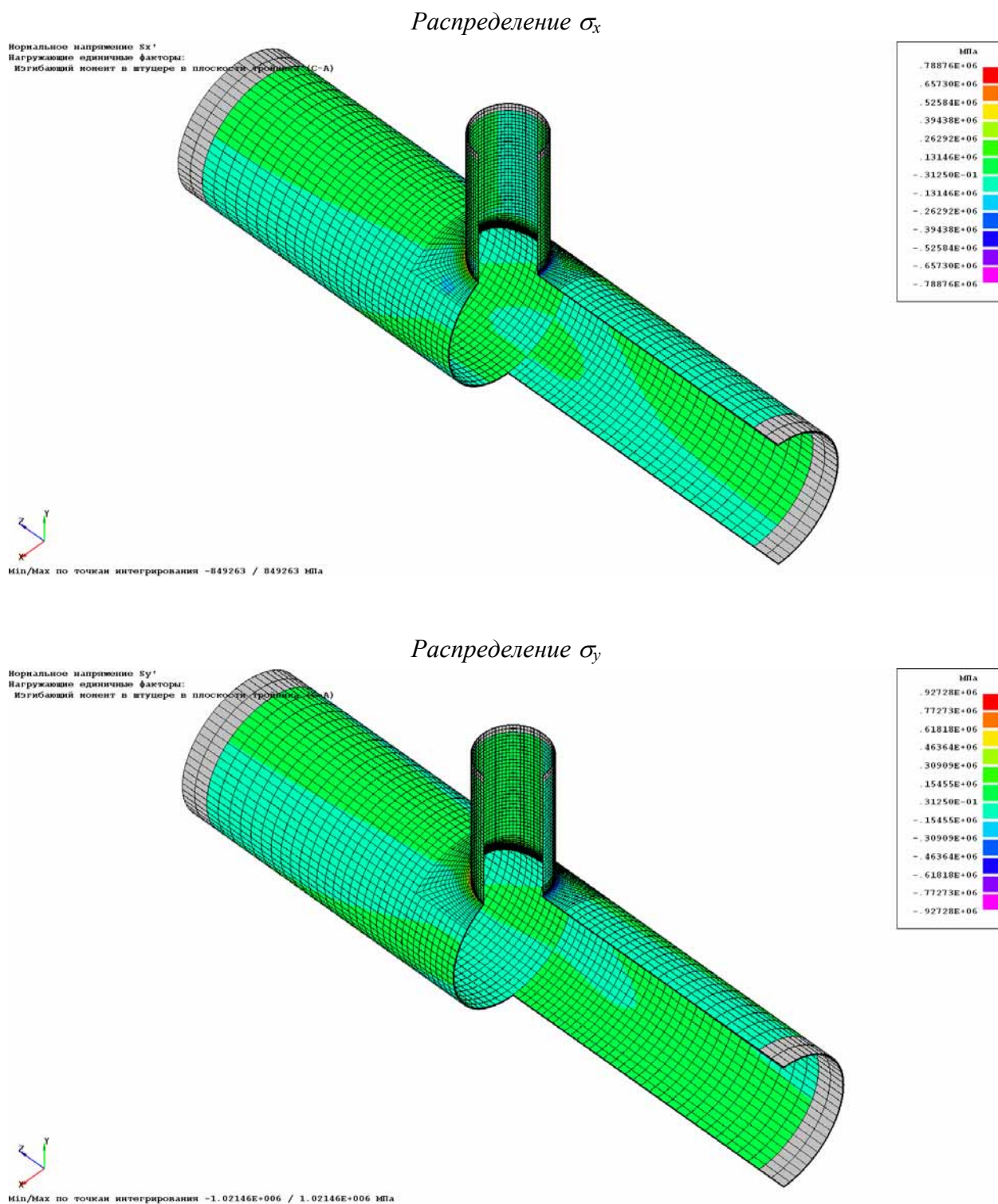


Рис. 28.9 Распределение расчетных напряжений от действия изгибающего момента в штуцере в плоскости тройника

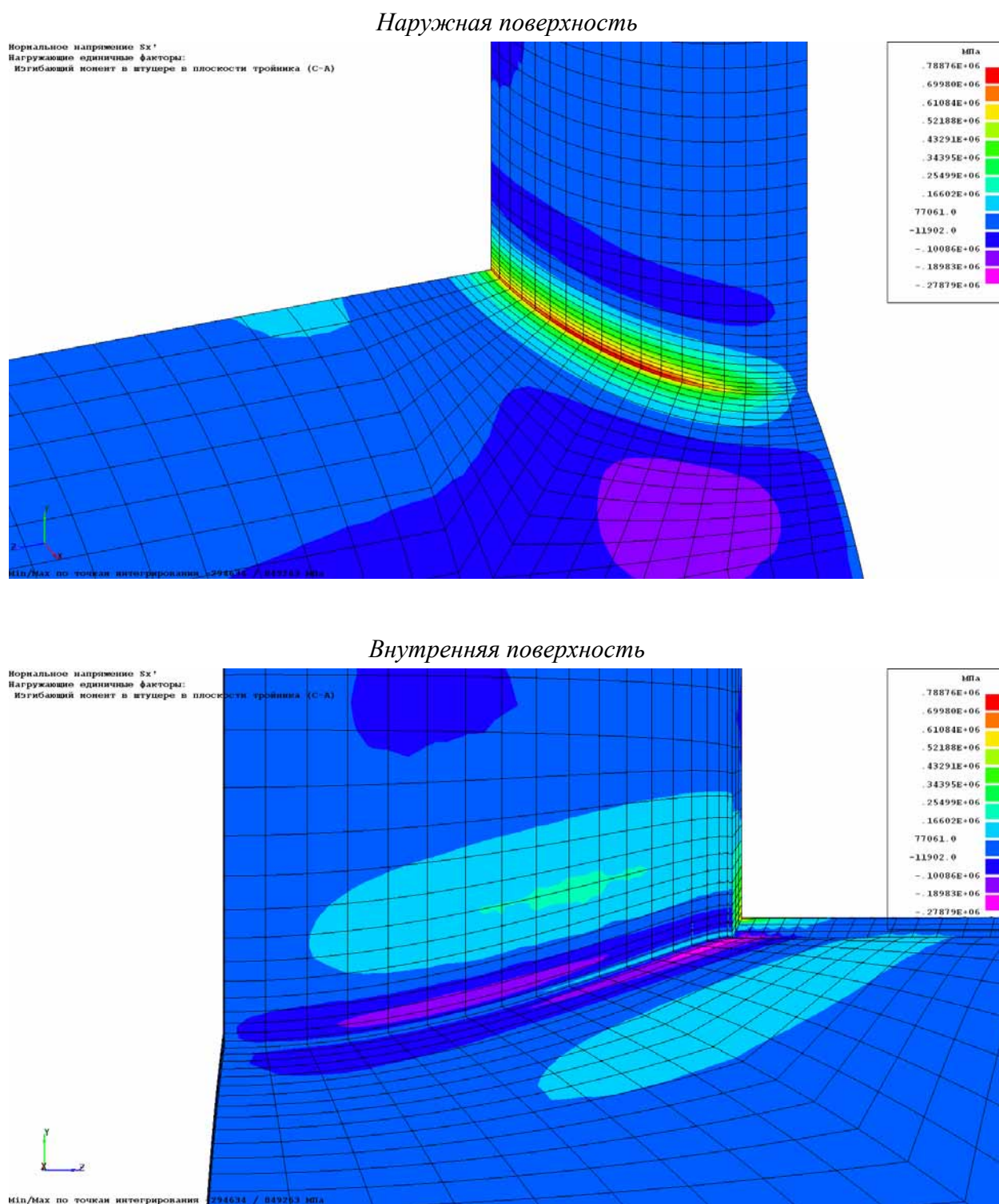
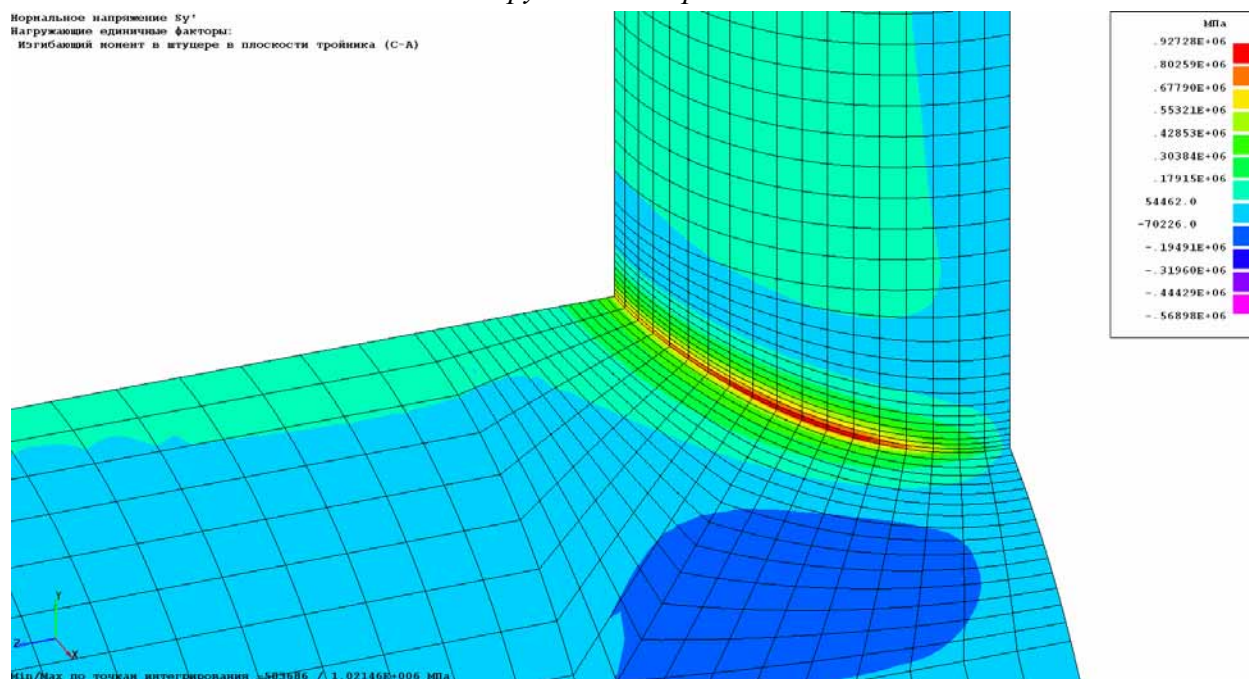


Рис. 28.10 Распределение компонент расчетных напряжений σ_x в зоне стыковки магистрали и штуцера. Силовой фактор – изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника

Наружная поверхность

Нормальное напряжение σ_y
Нагружающие единичные факторы:
Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника (С-А)



Внутренняя поверхность

Нормальное напряжение σ_y
Нагружающие единичные факторы:
Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника (С-А)

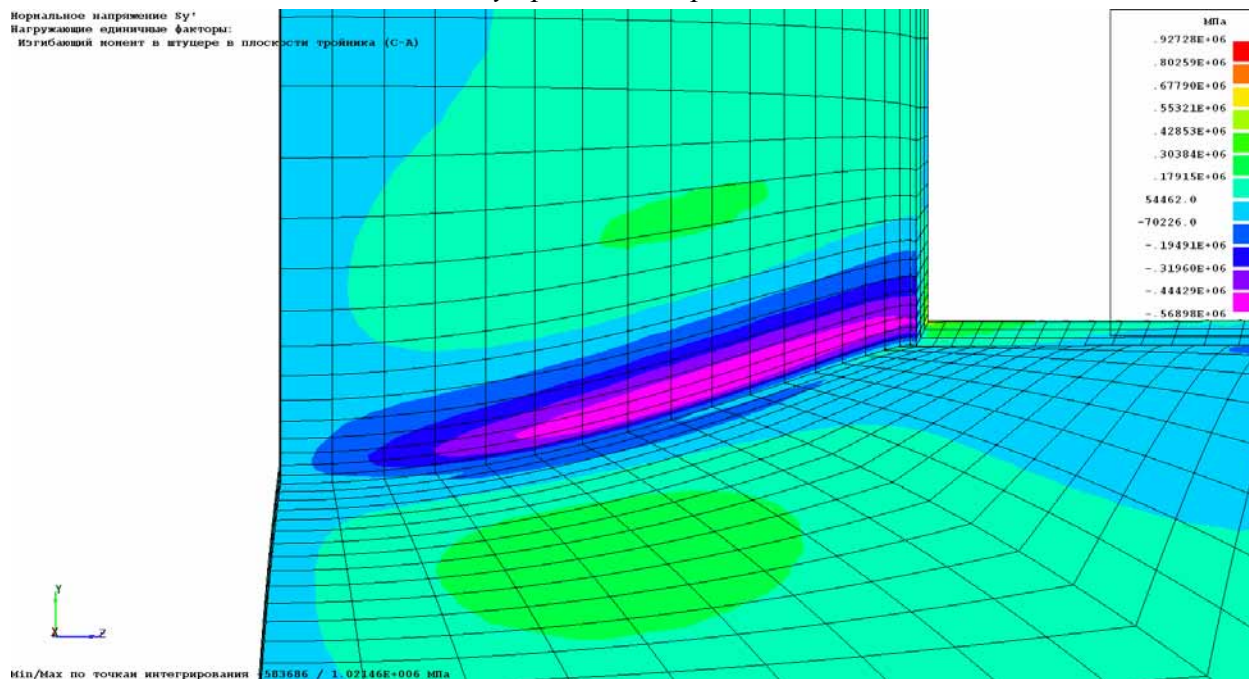


Рис. 28.11 Распределение компонент расчетных напряжений σ_y в зоне стыковки магистрали и штуцера. Силовой фактор – изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника

Коэффициент интенсификации напряжений (см. [1]) $\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{ном}}$,

где σ_{max} – максимальные напряжения в зоне резкого изменения геометрии;

$$\sigma_{ном} = \frac{M_{yш}}{W_{ш}} = \frac{M_{xш}}{W_{ш}} = \frac{1}{1.025 \cdot 10^{-5}} = 9.76 \cdot 10^4 \text{ МПа}$$

номинальное напряжение для случаев нагружения изгибающими моментами в штуцере тройника $M_{yш}$ и $M_{xш}$.

$$W_{ш} = \frac{\pi s (d - s)^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0.0011 (0.11 - 0.0011)^2}{4} = 1.025 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$$

– момент сопротивления

штуцера.

В таблице 28.2 представлены максимальные расчетные напряжения и коэффициенты интенсификации для различных вариантов КЭ-модели и различных типов нагрузок, проводится сопоставление результатов, полученных в АСТРА-АЭС'2009 (программный модуль АСТРА-СТАДИО), с результатами экспериментальных исследований [1].

В таблице 28.3 для сравнения приведены результаты для различных способов приведения напряжений в узлы в трехмерной КЭ-модели.

Таблица 28.2

Расчетные максимальные напряжения и коэффициенты интенсификации

“Мягкие” краевые условия					Коэффициенты интенсификация напряжений		
№	Нагружающий фактор	Тип КЭ		Максимальные напряжения, МПа			
1	Внутреннее давление	Облочечные СПКЭ	σ_x	437.3	-		
			σ_y	396.5	-		
		Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	σ_x	424.9	-		
			σ_y	334.5	-		
		Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)	σ_x	398.9	-		
			σ_y	344.6	-		
2	Изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника	Оболочечные СПКЭ	σ_x	$2.098 \cdot 10^6$	48.1	35.3	36.26
			σ_y	$4.693 \cdot 10^6$			
		Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	σ_x	$2.437 \cdot 10^6$	34.9		1.13
			σ_y	$3.412 \cdot 10^6$			
		Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)	σ_x	$1.761 \cdot 10^6$	30.0		15.01
			σ_y	$2.926 \cdot 10^6$			
3	Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника	Облочечные СПКЭ	σ_x	$7.970 \cdot 10^5$	12.1	10.0	21.00
			σ_y	$1.183 \cdot 10^6$			
		Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	σ_x	$7.888 \cdot 10^5$	9.5		5.00
			σ_y	$9.273 \cdot 10^5$			
		Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)	σ_x	$6.381 \cdot 10^5$	7.9		21.00
			σ_y	$7.674 \cdot 10^5$			

“Жесткие” краевые условия					Коэффициенты концентрации напряжений		
№	Нагружающий фактор	Тип КЭ		Максимальные напряжения, МПа			
1	Внутреннее давление	Облочечные СПКЭ	σ_x	327.4	-		
			σ_y	327.7	-		
		Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	σ_x	445.8	-		
			σ_y	344.8	-		
		Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)	σ_x	409.2	-		
			σ_y	340.3	-		
2	Изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника	Оболочечные СПКЭ	σ_x	$2.104 \cdot 10^6$	47.4	35.3	34.28
			σ_y	$4.626 \cdot 10^6$			
		Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	σ_x	$2.430 \cdot 10^6$	34.8		1.42
			σ_y	$3.394 \cdot 10^6$			
		Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)	σ_x	$1.759 \cdot 10^6$	29.8		15.58
			σ_y	$2.911 \cdot 10^6$			
3	Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника	Облочечные СПКЭ	σ_x	$7.550 \cdot 10^5$	12.2	10.0	22.00
			σ_y	$1.189 \cdot 10^6$			
		Трехмерные ИПКЭ (16 узлов)	σ_x	$7.868 \cdot 10^5$	9.5		5.00
			σ_y	$9.235 \cdot 10^5$			
		Трехмерные ИПКЭ (20 узлов)	σ_x	$6.368 \cdot 10^5$	7.8		22.00
			σ_y	$7.643 \cdot 10^5$			

Таблица 28.3

Расчетные максимальные напряжения при различных способах приведения в узлы, МПа

“Мягкие” краевые условия												
	Внутреннее давление				Изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника				Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника			
	ИПКЭ 16		ИПКЭ 20		ИПКЭ 16		ИПКЭ 20		ИПКЭ 16		ИПКЭ 20	
	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y
С весами по точкам интегрирования без осреднения	440.6	362.9	399.0	344.6	$2.479 \cdot 10^6$	$3.545 \cdot 10^6$	$1.761 \cdot 10^6$	$2.926 \cdot 10^6$	$8.162 \cdot 10^5$	$9.709 \cdot 10^5$	$6.381 \cdot 10^5$	$7.674 \cdot 10^5$
С весами по точкам интегрирования с осреднением	424.9	334.5	399.0	337.9	$2.437 \cdot 10^6$	$3.412 \cdot 10^6$	$1.761 \cdot 10^6$	$2.926 \cdot 10^6$	$7.888 \cdot 10^5$	$9.273 \cdot 10^5$	$6.381 \cdot 10^5$	$7.674 \cdot 10^5$
Макс. по модуль значение в КЭ без осреднения	457.3	393.5	464.3	403.9	$2.565 \cdot 10^6$	$3.738 \cdot 10^6$	$2.323 \cdot 10^6$	$4.208 \cdot 10^6$	$8.493 \cdot 10^5$	$1.021 \cdot 10^6$	$8.111 \cdot 10^5$	$1.134 \cdot 10^6$
По ближайшей точке интегрирования без осреднения	457.3	393.5	464.3	403.9	$2.565 \cdot 10^6$	$3.738 \cdot 10^6$	$2.323 \cdot 10^6$	$4.208 \cdot 10^6$	$8.493 \cdot 10^5$	$1.021 \cdot 10^6$	$8.111 \cdot 10^5$	$1.134 \cdot 10^6$
По ближайшей точке интегрирования с осреднением	457.3	393.5	455.0	386.1	$2.538 \cdot 10^6$	$3.707 \cdot 10^6$	$2.323 \cdot 10^6$	$4.184 \cdot 10^6$	$8.471 \cdot 10^5$	$1.021 \cdot 10^6$	$8.099 \cdot 10^5$	$1.127 \cdot 10^6$
Максимум по точкам интегрирования	457.3	393.5	464.3	403.9	$2.565 \cdot 10^6$	$3.738 \cdot 10^6$	$2.323 \cdot 10^6$	$4.208 \cdot 10^6$	$8.493 \cdot 10^5$	$1.021 \cdot 10^6$	$8.111 \cdot 10^5$	$1.134 \cdot 10^6$

“Жесткие” краевые условия												
	Внутреннее давление				Изгибающий момент в штуцере из плоскости тройника				Изгибающий момент в штуцере в плоскости тройника			
	ИПКЭ 16		ИПКЭ 20		ИПКЭ 16		ИПКЭ 20		ИПКЭ 16		ИПКЭ 20	
	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y
С весами по точкам интегрирования без осреднения	462.5	375.2	409.2	348.8	$2.473 \cdot 10^6$	$3.526 \cdot 10^6$	$1.759 \cdot 10^6$	$2.911 \cdot 10^6$	$8.139 \cdot 10^5$	$9.673 \cdot 10^5$	$6.368 \cdot 10^5$	$7.643 \cdot 10^5$
С весами по точкам интегрирования с осреднением	445.8	344.8	409.2	340.3	$2.430 \cdot 10^6$	$3.394 \cdot 10^6$	$1.759 \cdot 10^6$	$2.911 \cdot 10^6$	$7.868 \cdot 10^5$	$9.235 \cdot 10^5$	$6.368 \cdot 10^5$	$7.643 \cdot 10^5$
Макс. по модуль значение в КЭ без осреднения	479.8	407.7	482.2	425.8	$2.558 \cdot 10^6$	$3.718 \cdot 10^6$	$2.318 \cdot 10^6$	$4.186 \cdot 10^6$	$8.466 \cdot 10^5$	$1.018 \cdot 10^6$	$8.086 \cdot 10^5$	$1.130 \cdot 10^6$
По ближайшей точке интегрирования без осреднения	479.8	407.7	482.2	425.8	$2.558 \cdot 10^6$	$3.718 \cdot 10^6$	$2.318 \cdot 10^6$	$4.186 \cdot 10^6$	$8.466 \cdot 10^5$	$1.018 \cdot 10^6$	$8.086 \cdot 10^5$	$1.130 \cdot 10^6$
По ближайшей точке интегрирования с осреднением	479.8	407.7	472.4	420.9	$2.531 \cdot 10^6$	$3.688 \cdot 10^6$	$2.318 \cdot 10^6$	$4.163 \cdot 10^6$	$8.467 \cdot 10^5$	$1.018 \cdot 10^6$	$8.083 \cdot 10^5$	$1.123 \cdot 10^6$
Максимум по точкам интегрирования	479.8	407.7	482.2	425.8	$2.558 \cdot 10^6$	$3.718 \cdot 10^6$	$2.318 \cdot 10^6$	$4.186 \cdot 10^6$	$8.466 \cdot 10^5$	$1.018 \cdot 10^6$	$8.086 \cdot 10^5$	$1.130 \cdot 10^6$

28.5 Литература

1. Gwalthey R.C., Corum J.V., Bolt J.W. Experimental stress analysis of cylinder-to cylinder shell models and comparisons with theoretical predictions, Trans. Of ASME, J.Press. Vess. Techn., 1976, II.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М. Мир, 1975, 539 с.

Пример 29. Уточненный расчет криволинейной трубы с примыкающими прямыми участками (гиба) на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО)

Источник(и)	1. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок (ПНАЭ Г-7-002-86)/ Госатомэнергонадзор СССР. – М.: Энергоатомиздат, 1989. 2. РТМ 108.020.01-75. Расчет трубопроводов атомных электростанций на прочность.
Тип задачи	Уточненный статический расчет НДС деталей
Тип(ы) верифицируемых элементов	Оболочечные 8-ми узловые СПКЭ
Входной файл	TEST29.ast

29.1 Постановка задачи

Рассматривается криволинейный участок трубопровода с плавно сопряжёнными присоединёнными прямыми трубами (гнутый отвод, см. рис. 29.1). Учитываются следующие типы нагрузок на отвод:

- изгибающий момент из плоскости;
- изгибающий момент в плоскости.

Требуется определить для каждого из указанных типов нагружения НДС, максимальные напряжения, коэффициенты интенсификации напряжений. Провести сравнение с данными, приведенными в РТМ 108.020.01-75 [1].

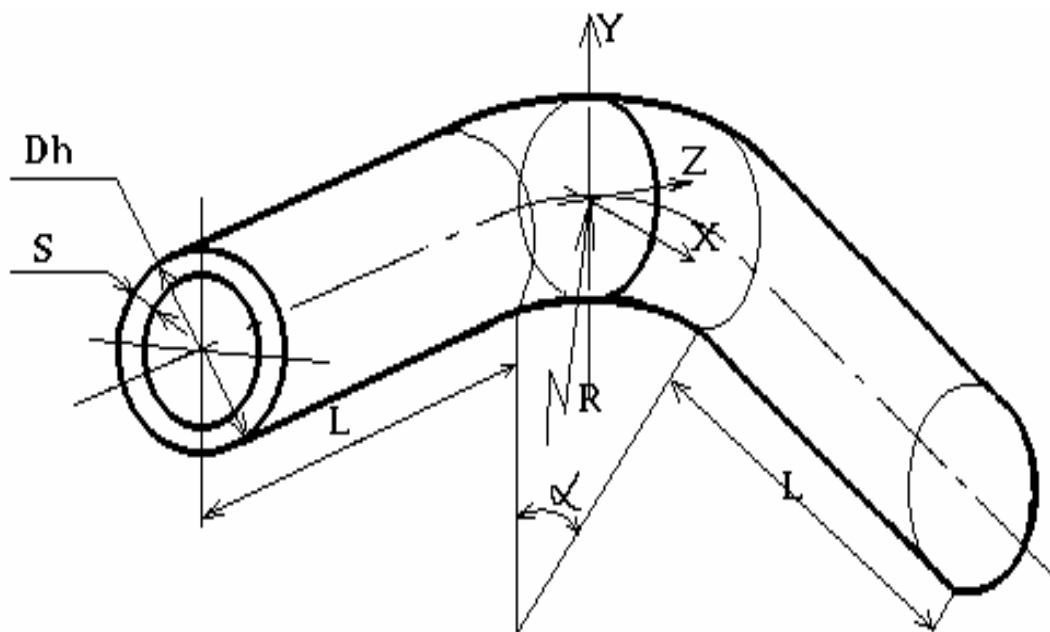


Рис. 29.1 Геометрические характеристикигиба

29.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- наружный диаметр трубы $D_h = 325$ мм;
- толщина стенки $S = 10$ мм;
- длина прямого участка (примыкающая труба) $L = 630$ мм;

- радиус гиба $R = 450\text{мм}$;
- угол раствора $\alpha = 90^\circ$.

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$.

Параметры нагрузки

- изгибающий момент из плоскости отвода $M_y = 1 \text{ МН}\cdot\text{м}$;
- изгибающий момент в плоскости отвода $M_x = 1 \text{ МН}\cdot\text{м}$.

29.3 Расчетная модель

Используется оболочечная КЭ-модель (СПКЭ 2-го порядка точности), представленная на рис. 29.2.

Рассматривается 1/4 часть отвода (рис. 29.3), ставятся граничные условия симметрии или антисимметрии в зависимости от типа воздействия.

Параметры конечноэлементной модели расчётного фрагмента выбираются, исходя из требуемой точности представления торцевых нагрузок и интенсификации напряжений:

- число КЭ на полуокружности сечения – 24;
- размер слоя элементов у линии сопряжения прямолинейного и криволинейного участков: $0.1\sqrt{rs}$, где $r = D_h/2$ – радиус трубы;
- коэффициент сгущения 1.2 (отношение размера двух смежных слоев конечных элементов в зоне сгущения сетки).

Размерность задачи составила 1032 элемента и 3231 узлов

Применяются два варианта моделирования кромок в зоне приложения сосредоточенной статической нагрузки:

- “мягкие” (материал однородный по всей детали);
- “жесткие” (жесткость материала для пограничного слоя элементов берется в 10 раз большей, чем для остальной части детали).

СКС

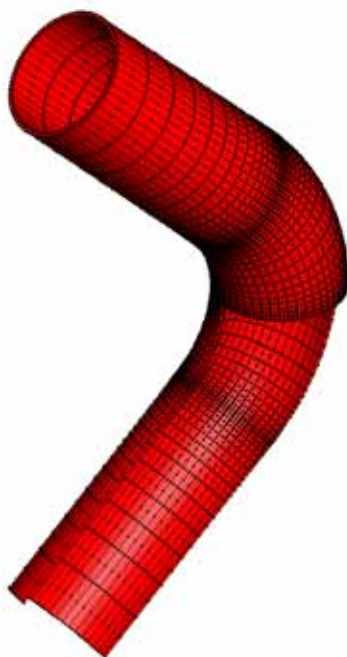


Рис. 29.2 Расчетная оболочечная КЭ-модель (АСТРА-СТАДИО)

СКС

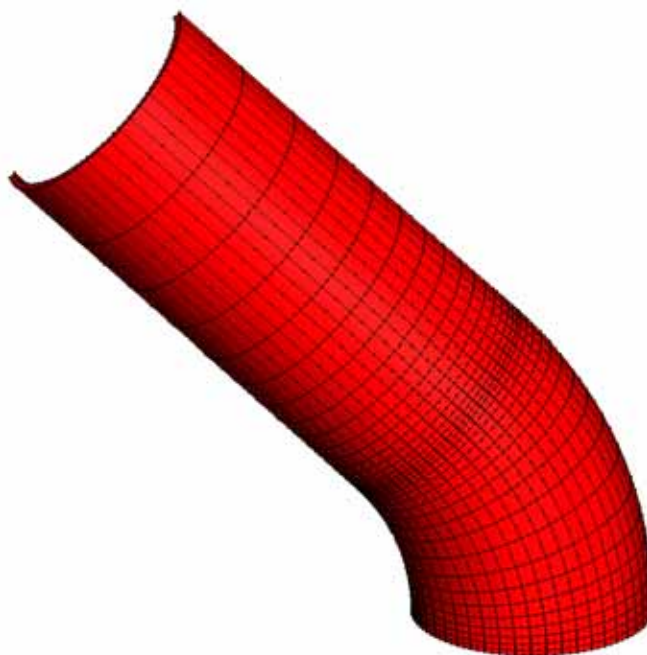


Рис. 29.3 Фрагмент КЭ-модели (1/4 часть)

29.4 Результаты

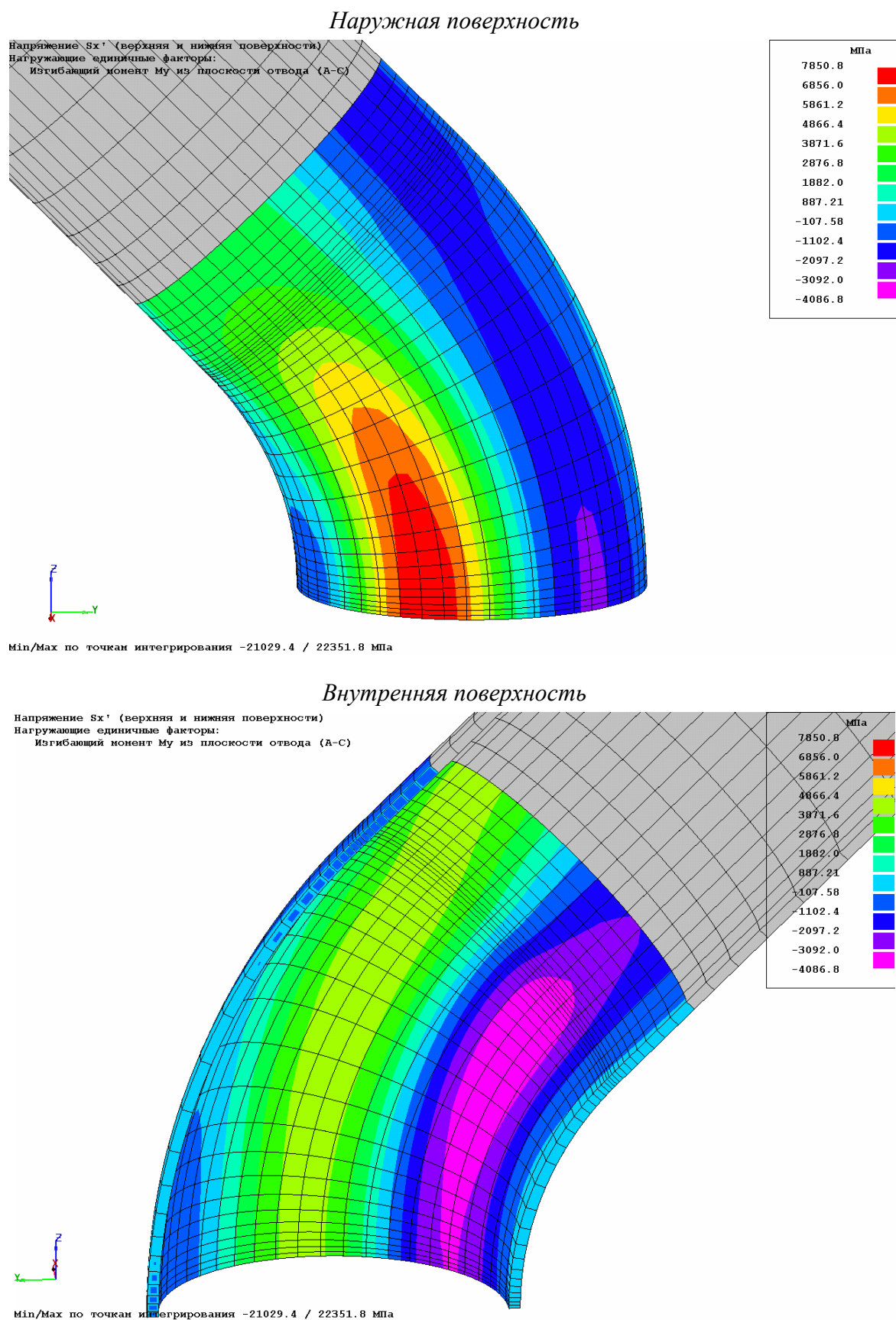


Рис. 29.4 Расчетные продольные напряжения (σ_x) от действия изгибающего момента из плоскости отвода, МПа. Вариант "мягких" кромок

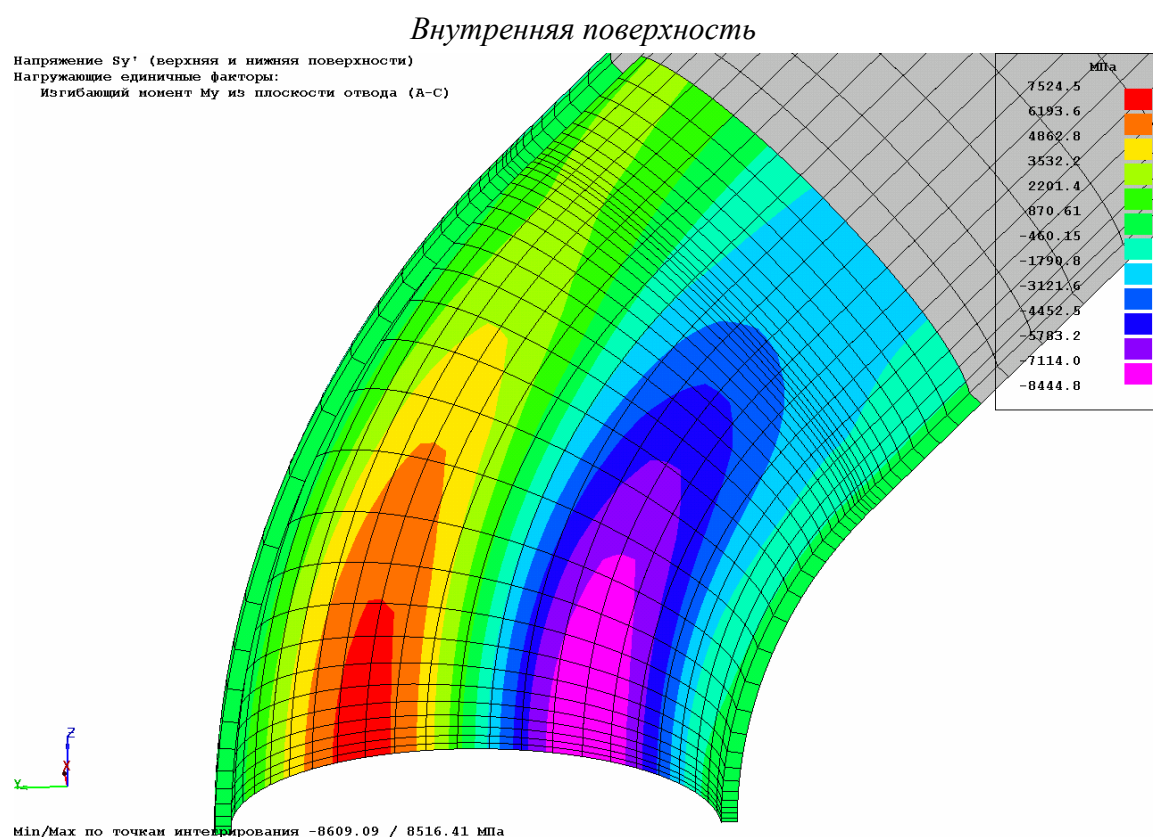
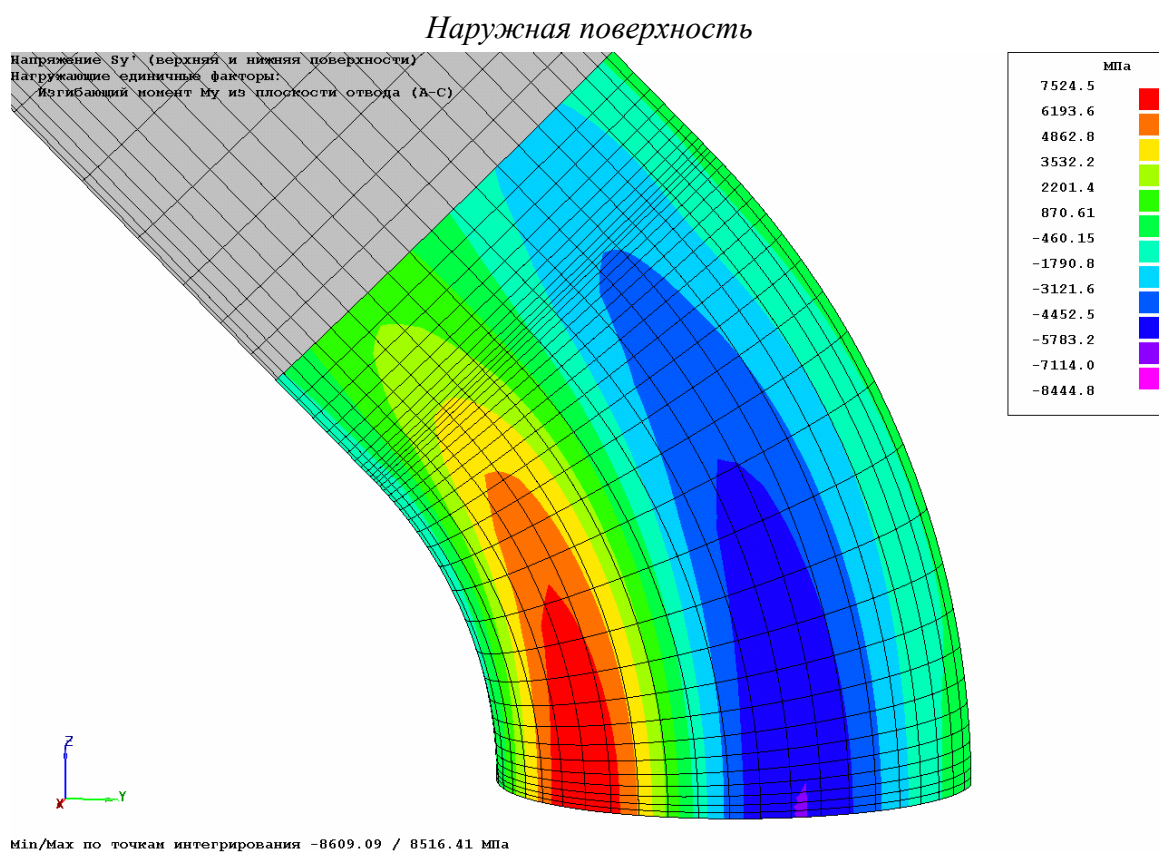


Рис. 29.5 Расчетные окружные напряжения (σ_y) от действия изгибающего момента из плоскости отвода, МПа. Вариант «мягких» кромок

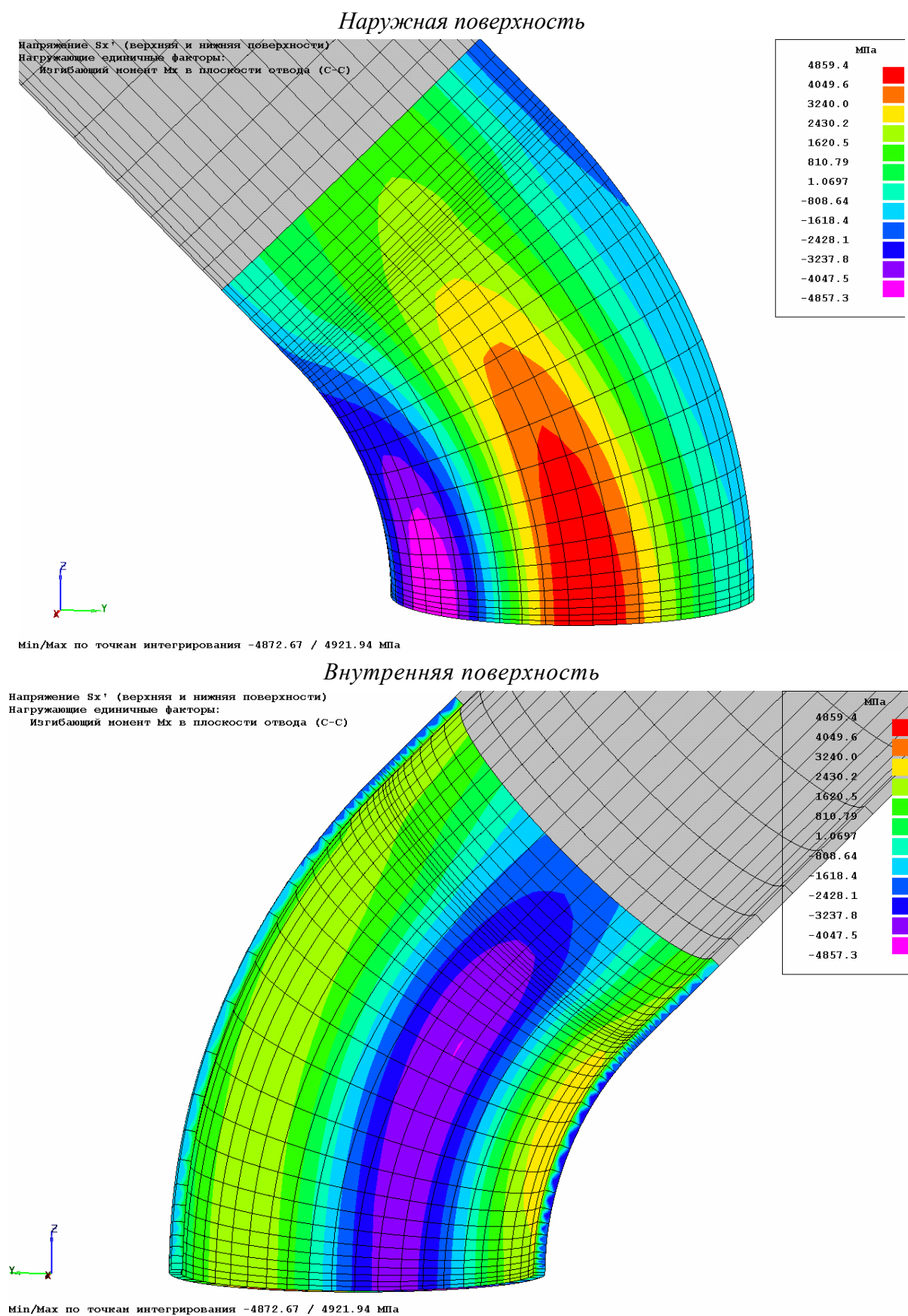


Рис. 29.6 Расчетные продольные напряжения (σ_x) от действия изгибающего момента в плоскости отвода, МПа. Вариант «мягких» кромок

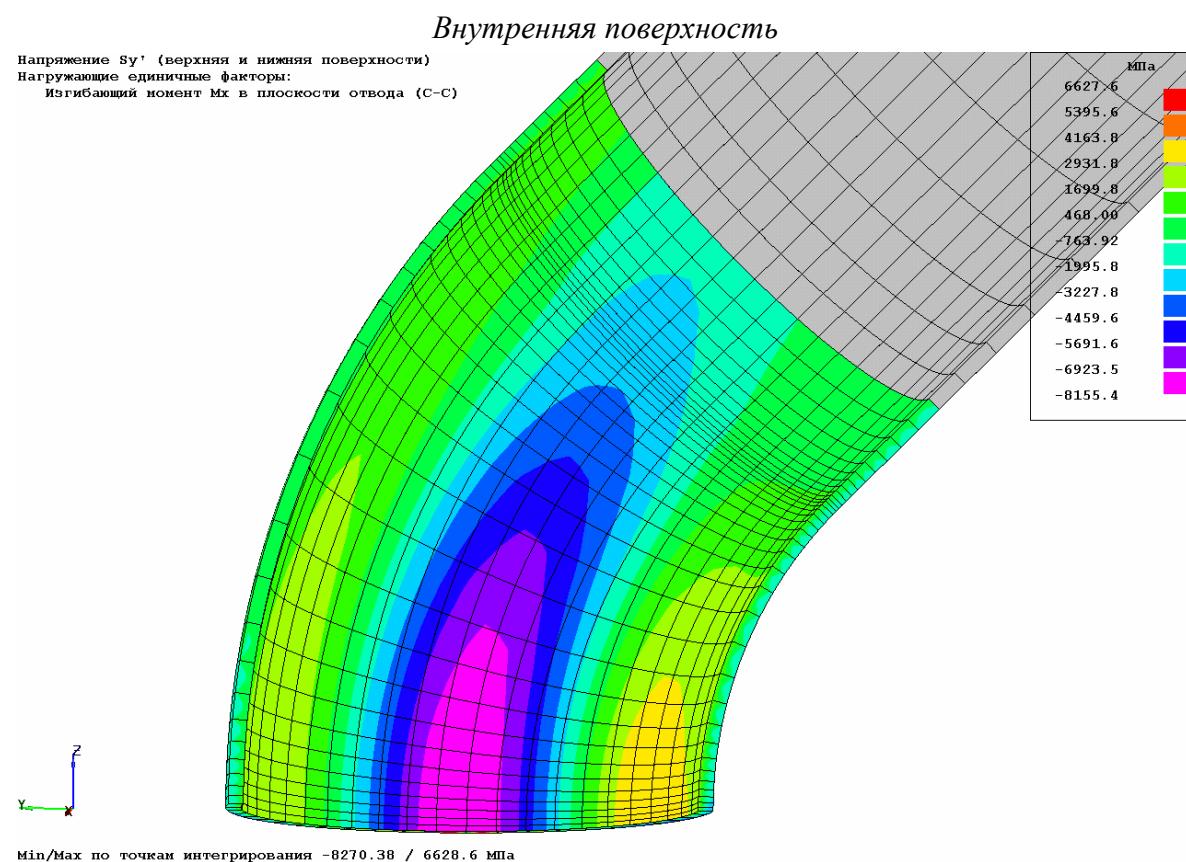
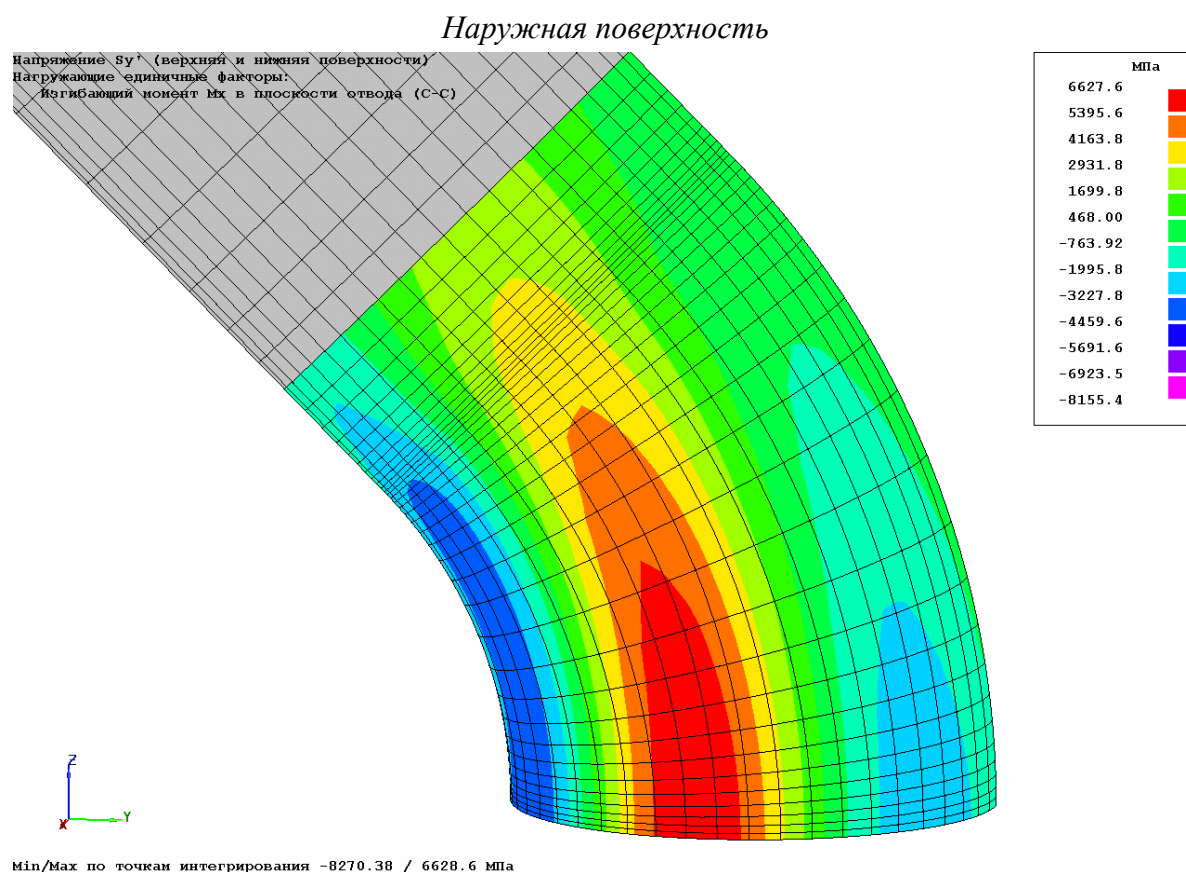


Рис. 29.7 Расчетные окружные напряжения (σ_y) от действия изгибающего момента в плоскости отвода, МПа. Вариант "мягких" кромок

На рис. 29.4 – 29.7 показаны распределения расчетных продольных и окружных напряжений на наружной и внутренней поверхностях отвода для варианта “мягких” кромок. Напряжения приводятся к узлам суммированием с весами по точкам интегрирования, для набора элементов, включающих конкретный узел, берется среднее арифметическое значение напряжений.

На рис. 29.8 для сравнения приведены распределения напряжений от изгибающего момента в плоскости отвода при различных “альтернативных” вариантах приведения их в узлы:

- а – суммирование с весами по точкам интегрирования, осреднение;
- б – максимальные значения в КЭ с осреднением;
- в – максимальные значения в КЭ без осреднения;
- г – по ближайшей точке интегрирования без осреднения.

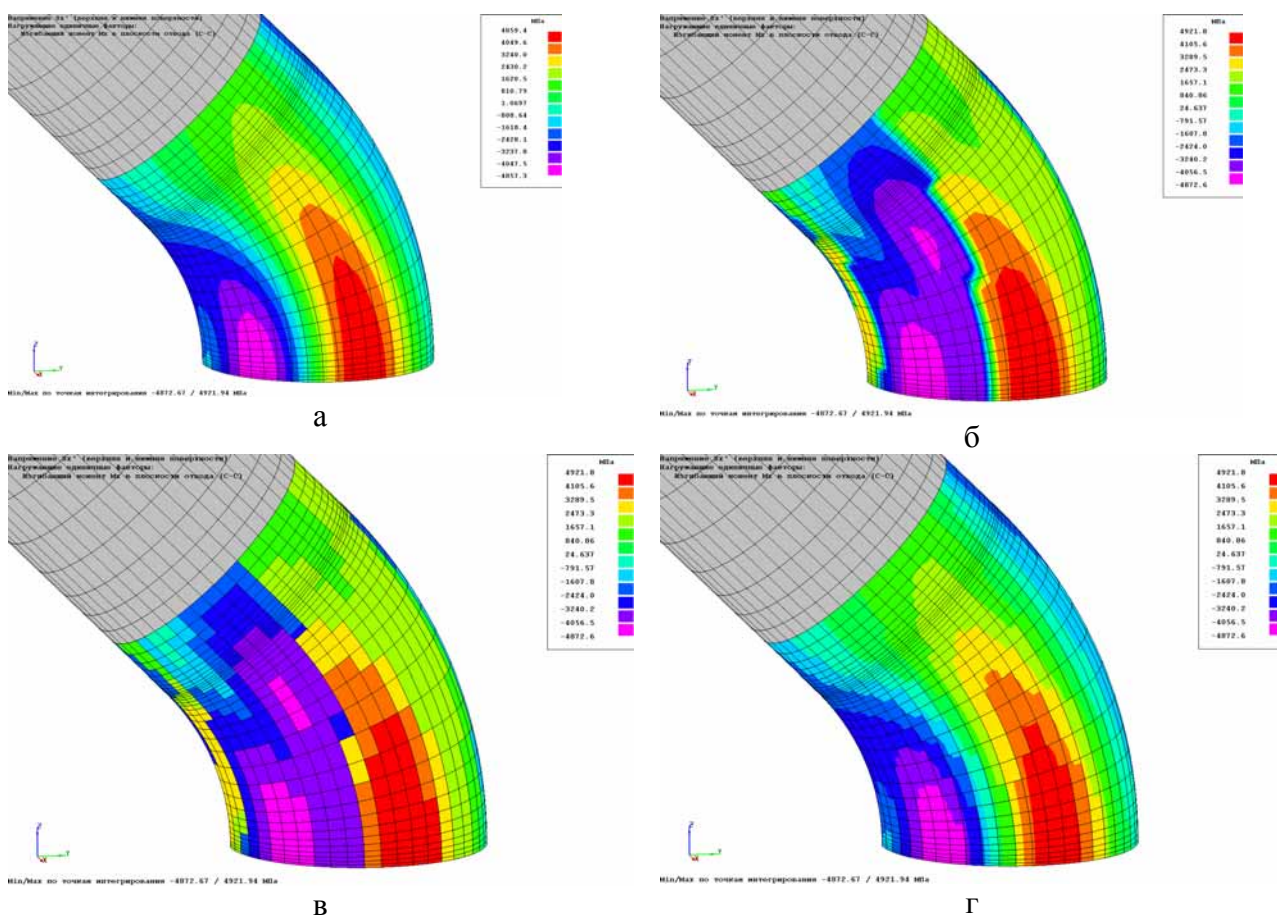


Рис. 29.8 Сопоставление различных способов приведения расчетных напряжений в узлы

В таблице 29.1 приведены максимальные (по модулю) продольные (σ_x) и окружные (σ_y) расчетные напряжения, полученные в ПК АСТРА-АЭС'2009 по пространственной оболочечной модели отвода (гиба), для двух вариантов моделирования работы кромок при приложении к ним статической нагрузки (“мягкие”, “жесткие”).

Таблица 29.1

Нагрузка	Тип модели- рования кро- мок	Максимальные напряжения (по модулю), МПа	
Изгибающий момент из плоскости отвода	“мягкие”	σ_x	7850.6
		σ_y	8443.8
	“жесткие”	σ_x	8324.5
		σ_y	9224.6
Изгибающий момент в плоскости отвода	“мягкие”	σ_x	4858.6
		σ_y	8155.3
	“жесткие”	σ_x	4764.1
		σ_y	7987.8

Сравнение коэффициентов интенсификации напряжений проведено для случая нагружения изгибающим моментом в плоскостигиба.

Коэффициент интенсификации напряжений (см. [1])

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{ном}}$$

где:

σ_{max} – максимальные напряжения в зоне резкого изменения геометрии;

$\sigma_{ном} = \frac{M}{W} = \frac{I}{7.61 \cdot 10^{-4}} = 1314.1$ МПа – номинальные напряжения для случая нагружения изгибающим моментом в плоскостигиба M_x ,

где

$$W = \frac{\pi S (D_h - s)^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0.01 \cdot (0.325 - 0.01)^2}{4} = 7.79 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$W = \frac{\pi D_h^3 (1 - t^4)}{32} = \frac{3.142 \cdot 0.325^3 \cdot (1 - 0.938^4)}{32} = 7.61 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \text{ – момент сопротивления сече-}$$

ниягиба,

$$t = \frac{D_h - 2 \cdot S}{D_h} = \frac{0.325 - 2 \cdot 0.01}{0.325} = 0.938.$$

Сравнение коэффициентов интенсификации, полученных по ПК АСТРА-АЭС'2009 и взятых из РТМ 108.020.01-75 [2], представлено в таблице 29.2.

Таблица 29.2

Коэффициенты интенсификации напряжений для изгиба отвода в его плоскости

№ п/п	Коэффициент интенсификации	РТМ 108.020.01-75 [2]	АСТРА-АЭС'2009		δ , %
			тип кромок		
1	β_m	3.5	“мягкие”	3.7	5.71
			“жесткие”	3.6	2.86
2	γ_m	5.5	“мягкие”	6.2	12.73
			“жесткие”	6.1	10.91

Отличие в значениях коэффициентов до 13% связано, прежде всего, с точным учётом (по АСТРА-АЭС'2009) влияния присоединённых прямых труб для отвода.

29.5 Литература

1. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок (ПНАЭ Г-7-002-86) Госатомэнергонадзор СССР. – М.: Энергоатомиздат, 1989.
2. РТМ 108.020.01-75. Расчет трубопроводов атомных электростанций на прочность.

Пример 30. Уточненный расчет конического перехода на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО)

Источник(и)	1. ANSYS 11. Verification manual. 2007.
Тип задачи	Уточненный статический расчет НДС деталей
Тип(ы) верифицируемых элементов (КЭ)	Оболочечные 8-ми узловые СПКЭ
Входной файл	TEST30.ast

30.1 Постановка задачи

Рассматривается конический переходник трубопровода АЭС (рис. 11.1). Учитываются следующие типы нагрузок:

- внутреннее давление;
- изгибающий момент.

Требуется по уточненной методике метода конечных элементов получить напряженно-деформированное состояние в переходнике для каждого из указанных типов нагружения в отдельности.

Верификация результатов заключается в сравнении таковых с соответствующими решениями по аттестованному ПК ANSYS[1].

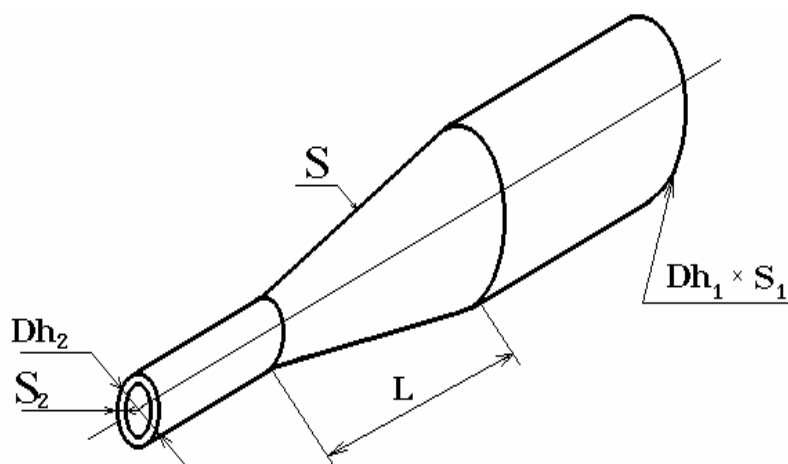


Рис. 30.1 Геометрические характеристики переходника

30.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- наружные диаметры труб: $D_{h1} = 325$ мм, $D_{h2} = 219$ мм;
- толщины стенок труб $S_1 = 10$ мм, $S_2 = 10$ мм;
- длина переходного участка $L = 180$ мм.

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 2.05 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$;
- плотность материала $\rho = 7.8$ т/м³.

Параметры нагрузки

- внутреннее давление $p = 1$ МПа;
- изгибающий момент $M = 1$ МН·м.

30.3 Расчетная модель

В силу симметрии рассматривается 1/4 часть переходника (рис. 30.2, на рис 30.3 показана полная модель) с наложением соответствующих граничных условий симметрии (антисимметрии). Расчетная область разбивалась на оболочечные суперпараметрические конечные элементы, реализующие гипотезы Тимошенко, со сгущением в зонах резкого изменения геометрии (рис. 30.4).

Размерность задачи составила 1008 элементов и 3217 узлов.

Параметры конечноэлементной модели расчётного фрагмента переходника выбирались, исходя из требований точности определения местных напряжений в зоне концентрации:

- число КЭ на полуокружности сечения – 12;
- размер слоя элементов, примыкающего к линии стыковки магистрали и штуцера: $0.1\sqrt{rs}$, где r – радиус трубы;
- коэффициент сгущения 1.1 (отношение продольных размеров двух смежных слоев конечных элементов в зоне сгущения сетки).

Жесткость материала принималась одинаковой по всему объему переходника.

СПКЭ

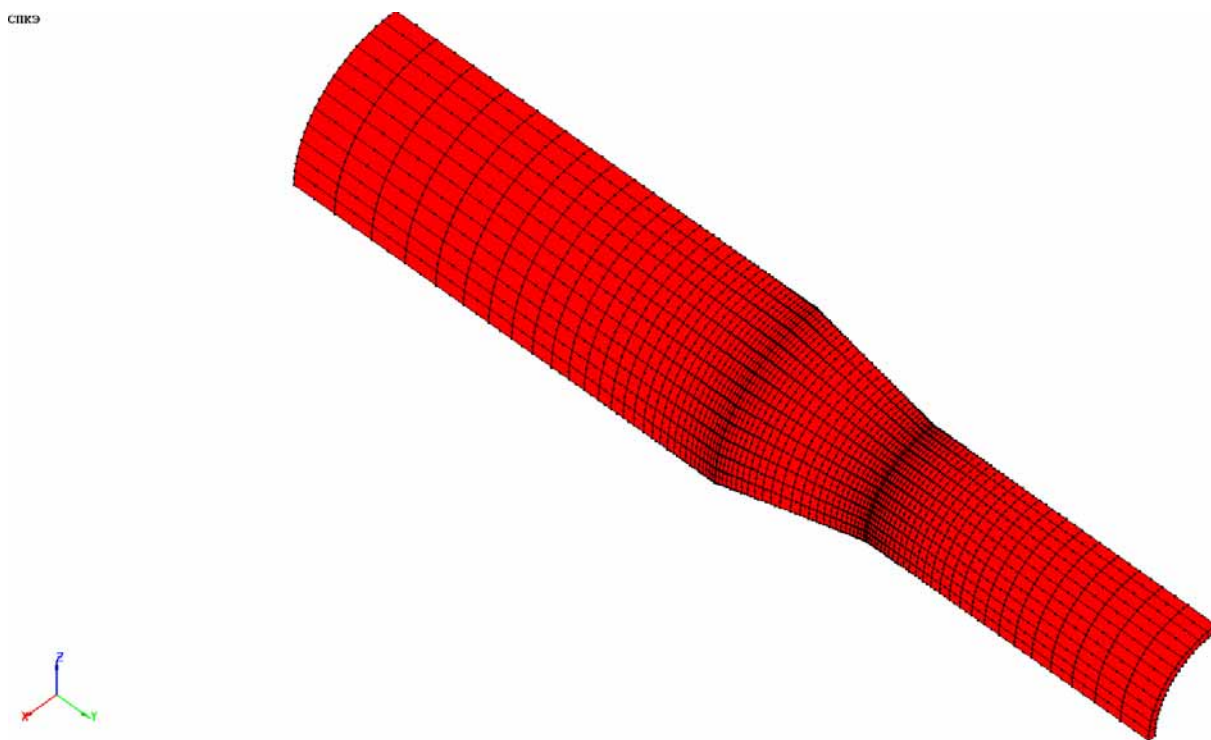


Рис. 30.2 Расчетная КЭ-модель конического переходника(1/4 часть)

спкэ

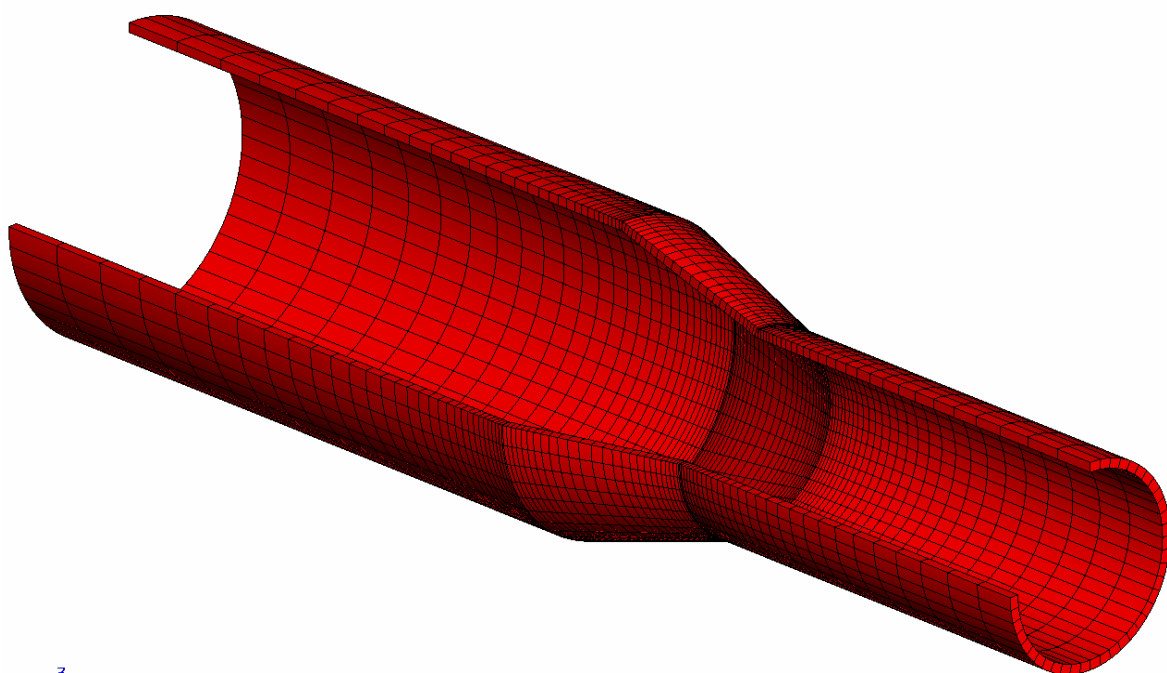


Рис. 30.3 Расчетная КЭ-модель конического переходника

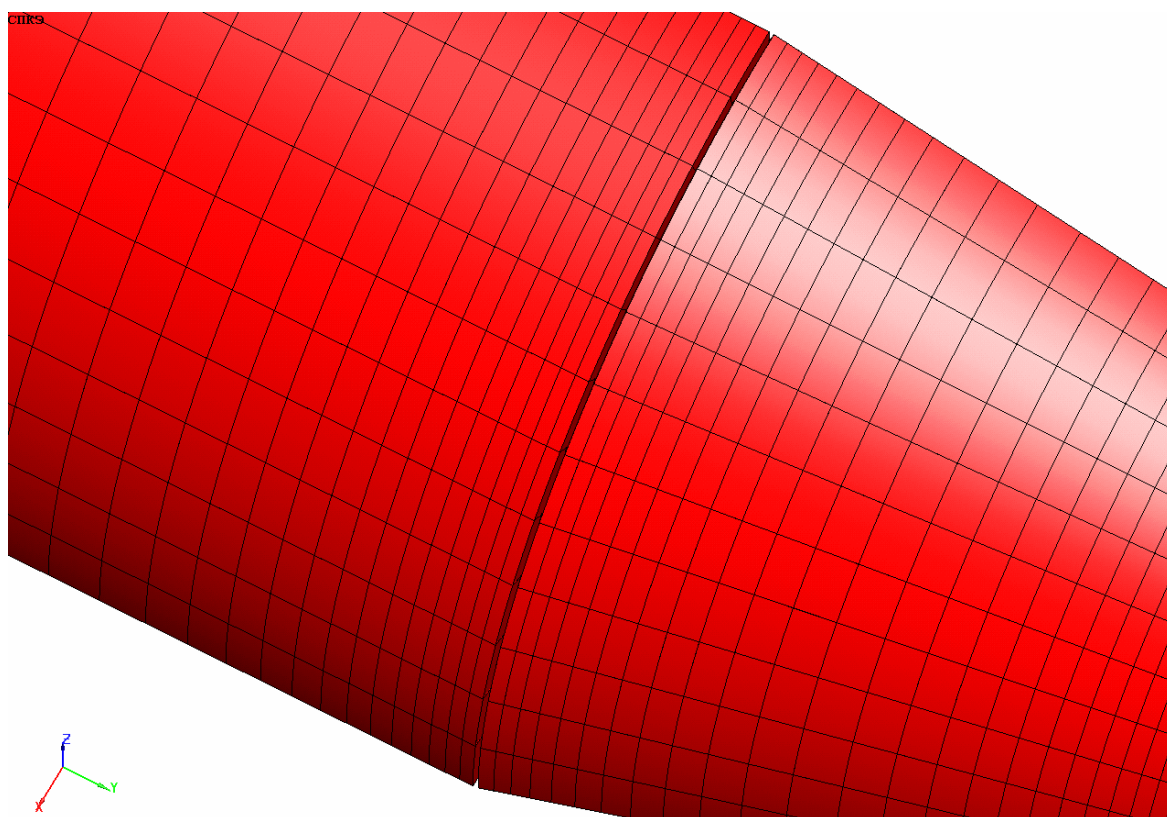
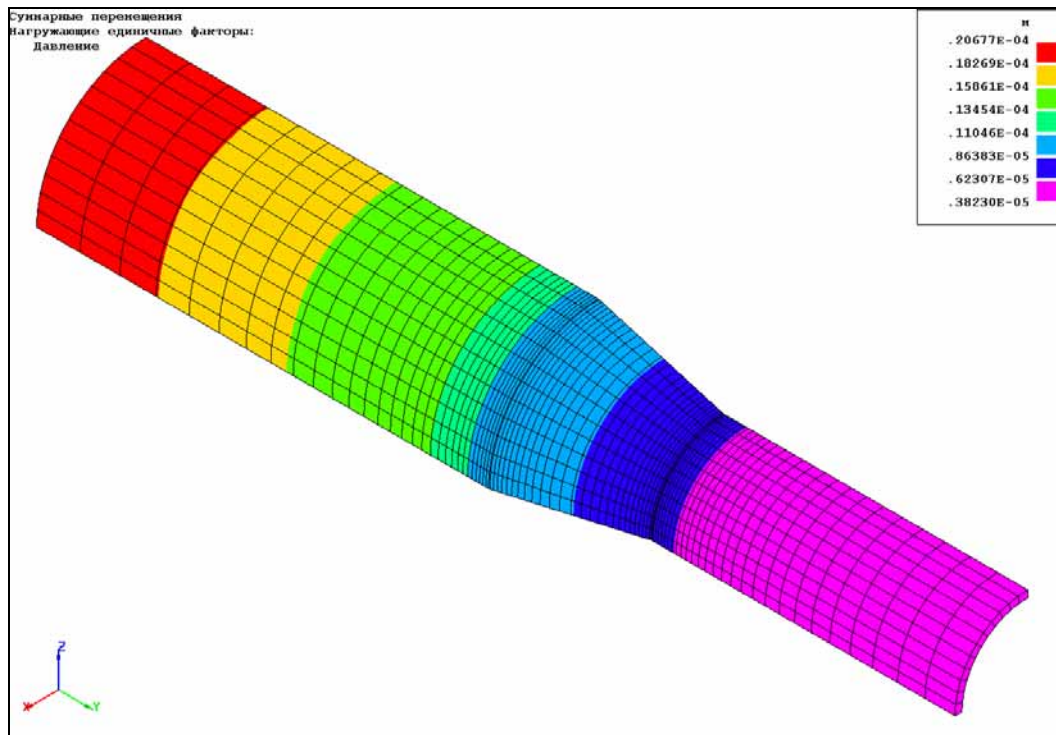


Рис. 30.4. Зона сгущения сетки

30.4 Результаты

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

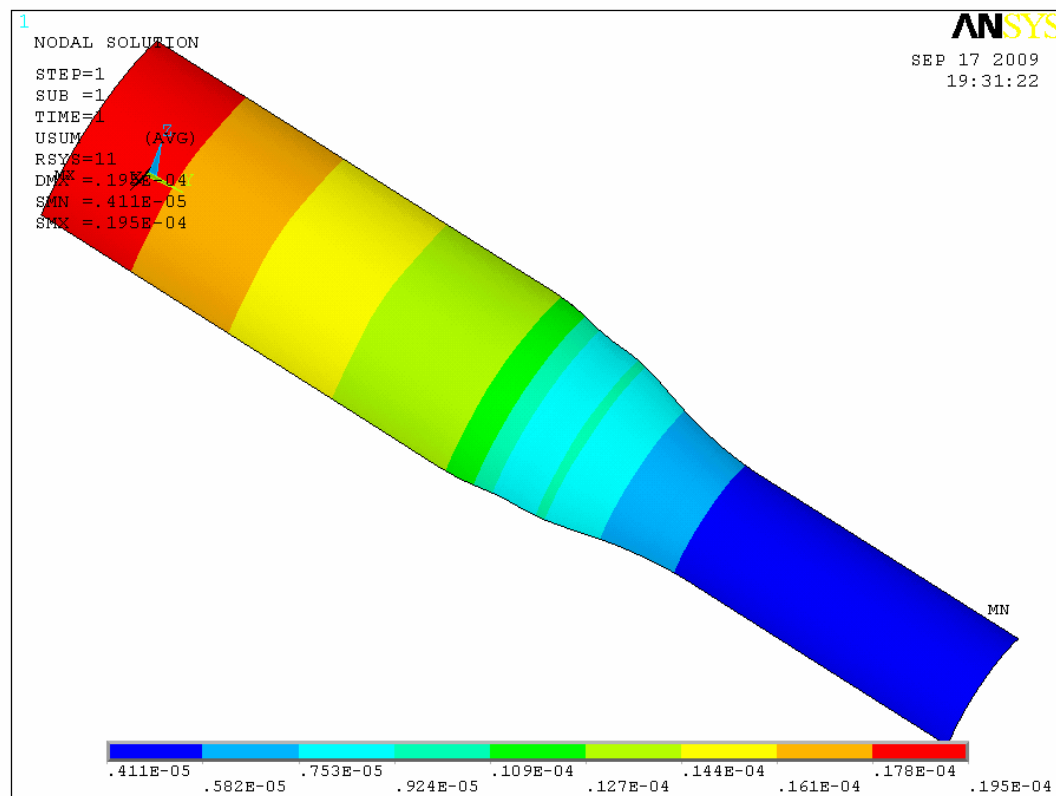
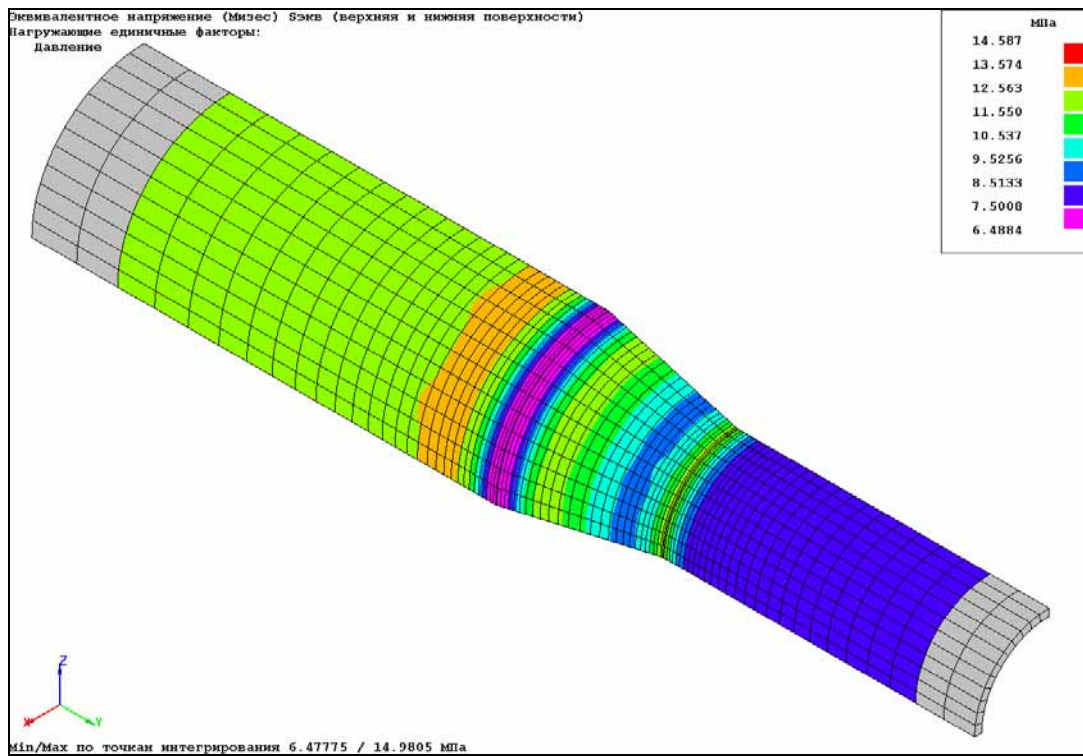


Рис. 30.5 Расчетные перемещения от действия "единичного" внутреннего давления (м)

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

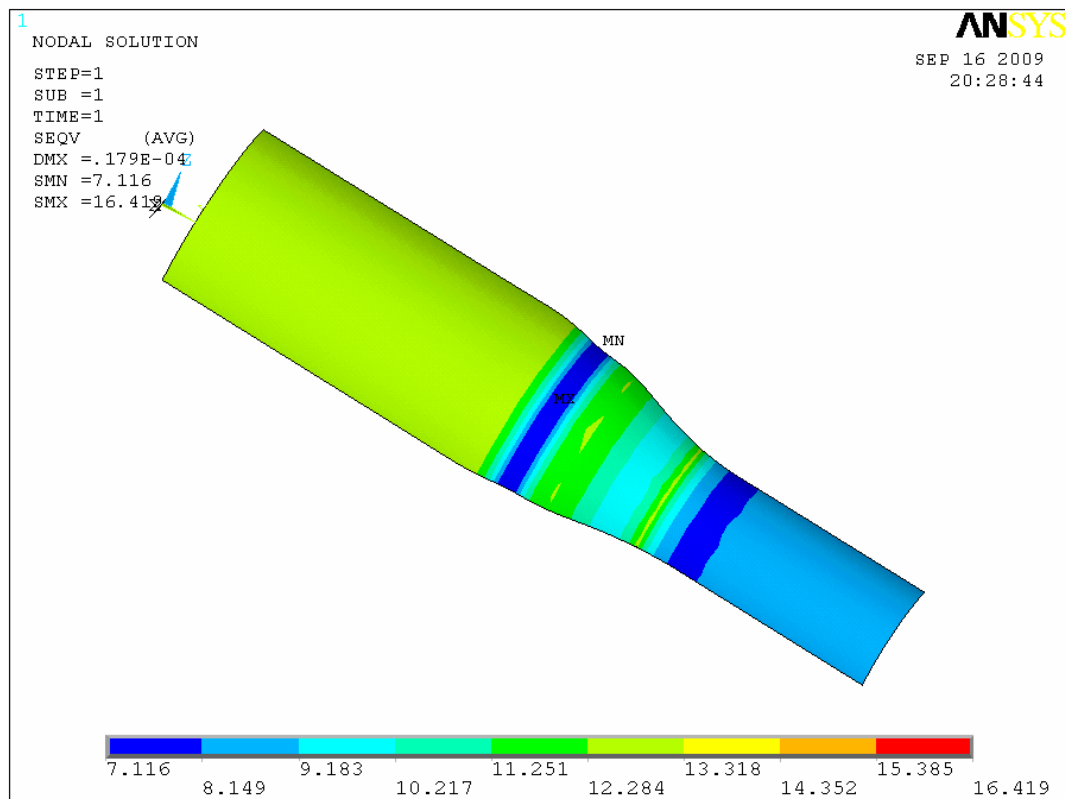
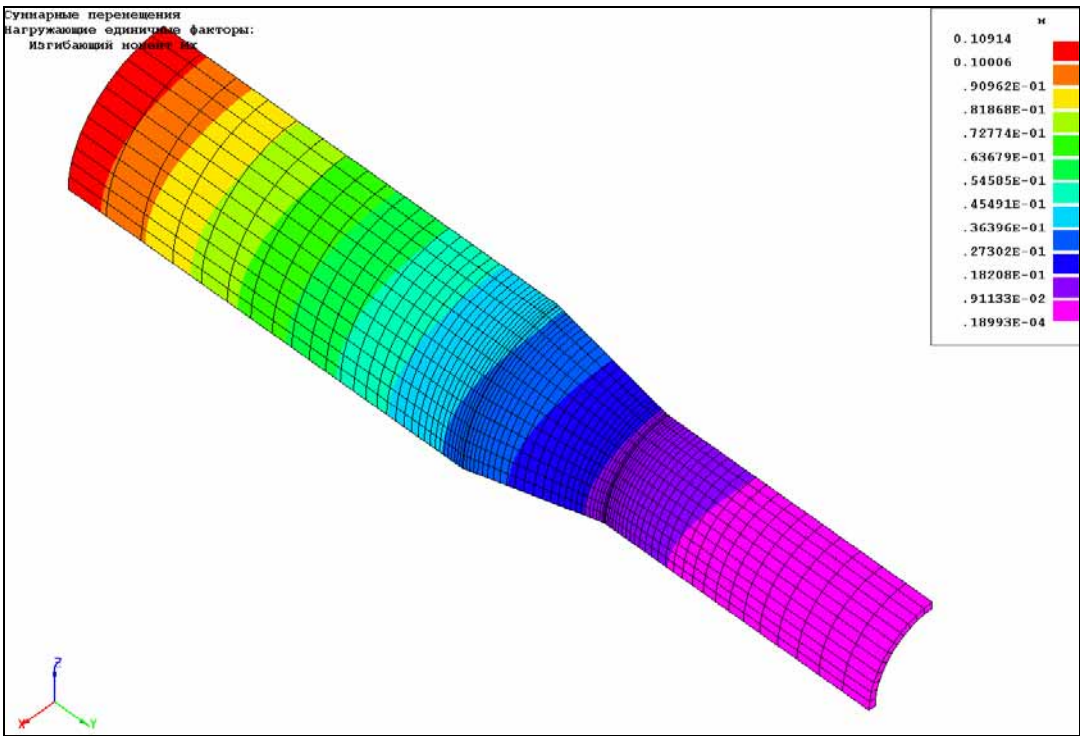


Рис. 30.6 Расчетные эквивалентные напряжения (критерий Мизеса) на внешней поверхности, МПа.
Силовой фактор – внутреннее давление

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

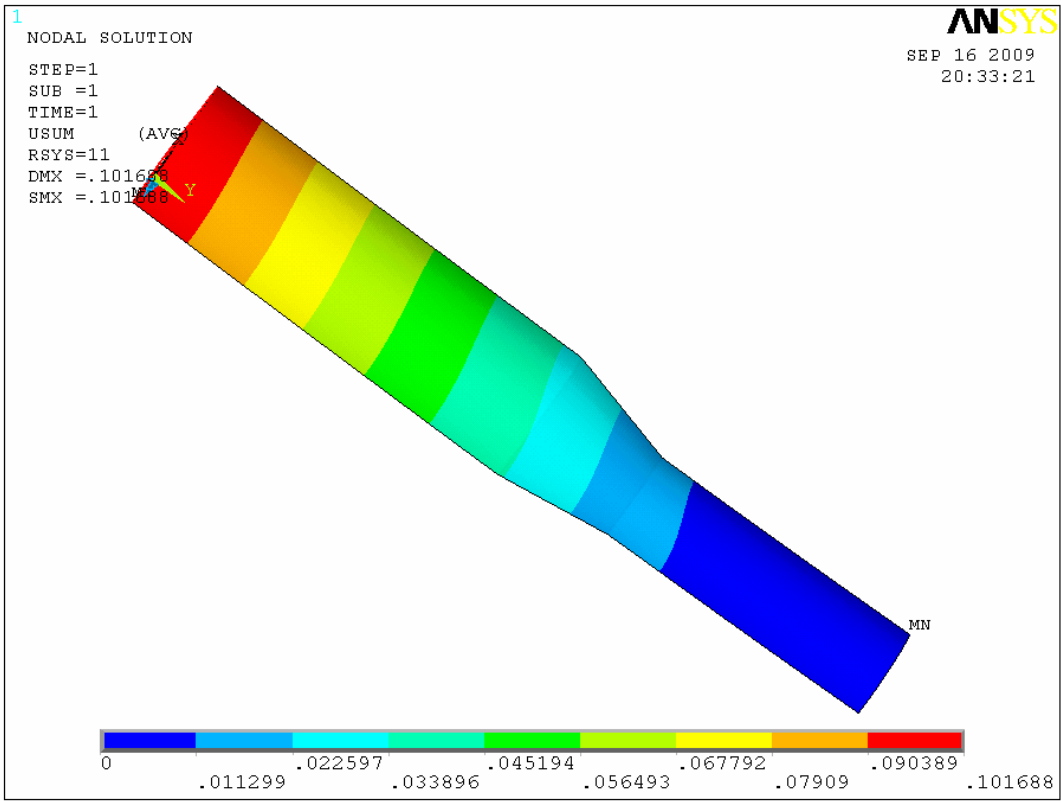
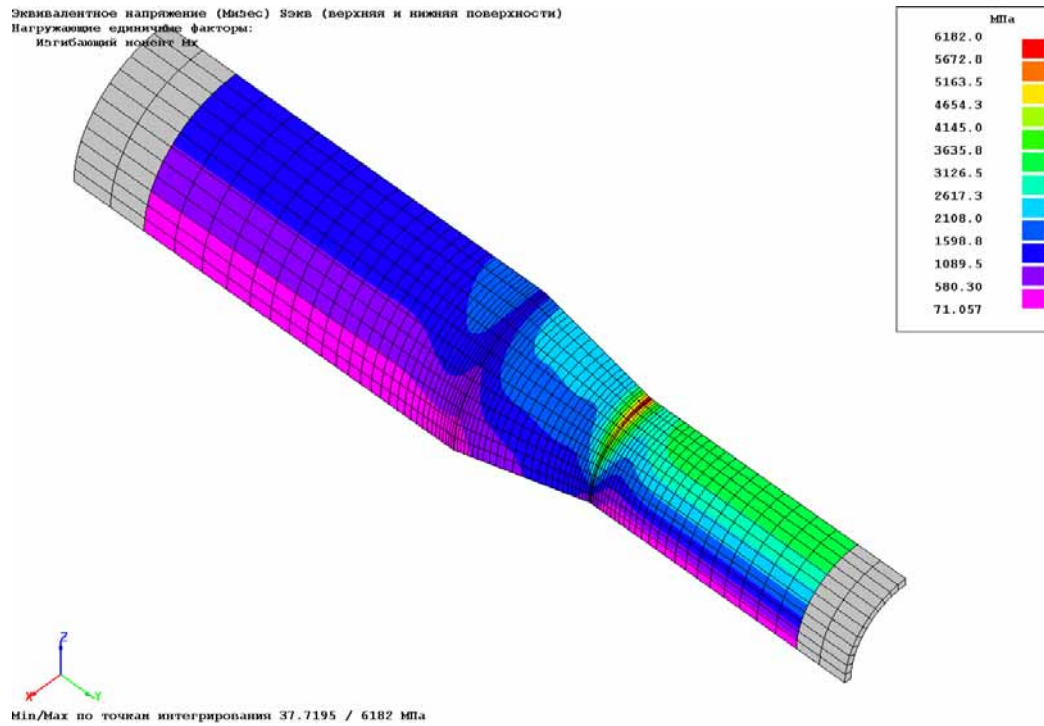


Рис. 30.7 Расчетные перемещения от действия изгибающего момента (м)

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

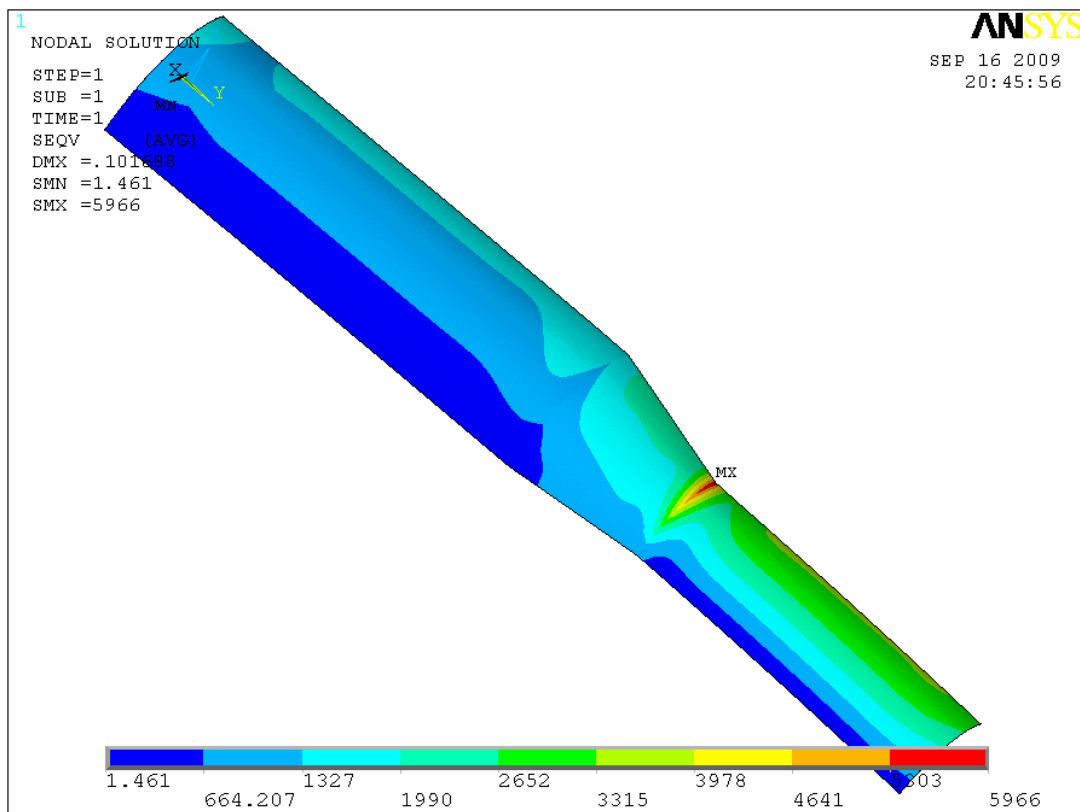


Рис. 30.8 Расчетные эквивалентные напряжения (критерий Мизеса), МПа.
Силовой фактор – изгибающий момент

На рис. 30.5 – 30.8 и в таблице 30.1 представлены и сопоставляются результаты (расчетные перемещения, эквивалентные по критерию Мизеса напряжения), полученные для рассматриваемого конического переходника в программных комплексах *АСТРА-АЭС'2009* (программный модуль АСТРА-СТАДИО) и ANSYS [1].

Таблица 30.1

Максимальные расчетные эквивалентные напряжения, МПа

	АСТРА-АЭС'2009	ANSYS	δ, %
Давление	14.6	16.4	11.00
Изгибающий момент	6182	5966	3.62

Максимальное расхождение составило 11 %.

30.5 Литература

1. ANSYS 11. Verification manual. 2007.

Пример 31. Уточненный расчет линзового компенсатора на статические нагрузки (АСТРА-СТАДИО)

Источник(и)	1. ANSYS 11. Verification manual. 2007.
Тип задачи	Уточненный статический расчет НДС деталей
Тип(ы) верифицируемых элементов	Оболочечные 8-ми узловые СПКЭ
Входной файл	TEST31.ast

31.1 Постановка задачи

Рассматривается линзовый компенсатор трубопровода АЭС (рис. 31.1). Учитываются следующие типы нагрузок:

- внутреннее давление;
- изгибающий момент.

Требуется по уточненной методике метода конечных элементов получить напряженно-деформированное состояние в компенсаторе. Верификация результатов заключается в сравнении таковых с соответствующими решениями по аттестованному ПК ANSYS [1].

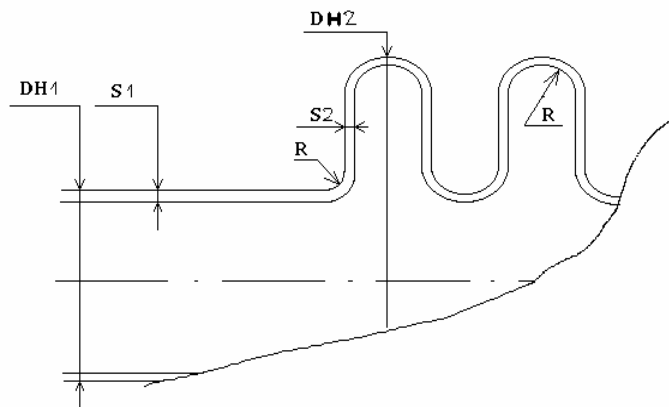


Рис. 31.1 Геометрические характеристики линзового компенсатора

31.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- наружный диаметр трубы $D_{н1} = 219$ мм;
- толщина стенки трубы $S_1 = 6$ мм;
- наружный диаметр линз $D_{н2} = 370$ мм;
- толщина стенок линз $S_2 = 6$ мм;
- радиусы сопряжений $R_k = 14$ мм;
- число линз $n = 2$.

Физико-механические характеристики (изотропный материал)

- модуль упругости $E = 2.05 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$.

Параметры нагрузки

- внутреннее давление $p = 1$ МПа;
- изгибающий момент $M = 1$ МН·м.

31.3 Расчётная модель (рис. 31.2)

В силу симметрии рассматривается $1/8$ часть компенсатора (с наложением соответствующих граничных условий симметрии (антисимметрии)). Расчетная область разбивалась на оболочечные суперпараметрические конечные элементы, реализующие гипотезы Тимошенко, со сгущением в зонах резкого изменения геометрии.

Размерность задачи составила 708 элементов и 2267 узлов.

Параметры конечноэлементной модели расчётного фрагмента компенсатора выбирались, исходя из требований точности определения местных напряжений в зоне концентрации:

- число КЭ на полуокружности сечения – 12;
- размер слоя элементов, примыкающего к линии стыковки магистрали и штуцера: $0.1\sqrt{rs}$, где r – радиус трубы;
- коэффициент сгущения 1.1 (отношение продольных размеров двух смежных слоев конечных элементов в зоне сгущения сетки).

Приняты “мягкие” граничные условия по торцу модели компенсатора – отсутствие ужимающего влияния присоединенных труб.

СПКЭ

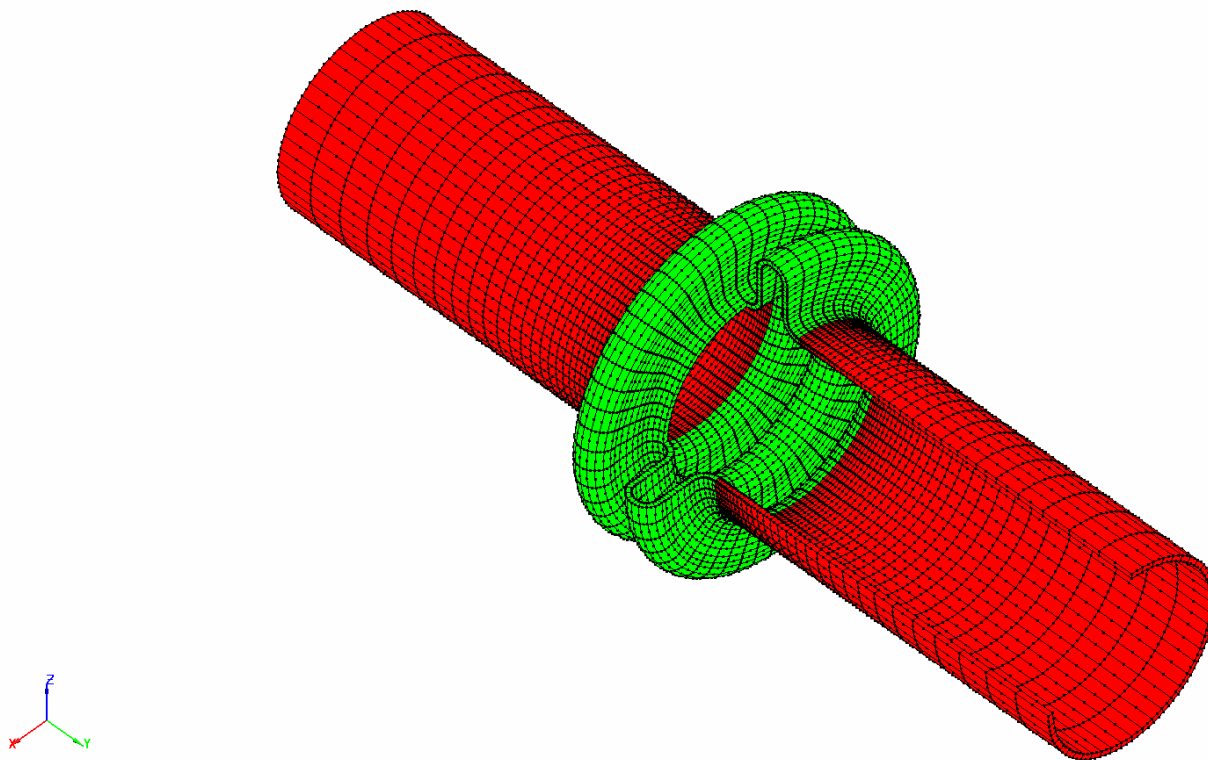
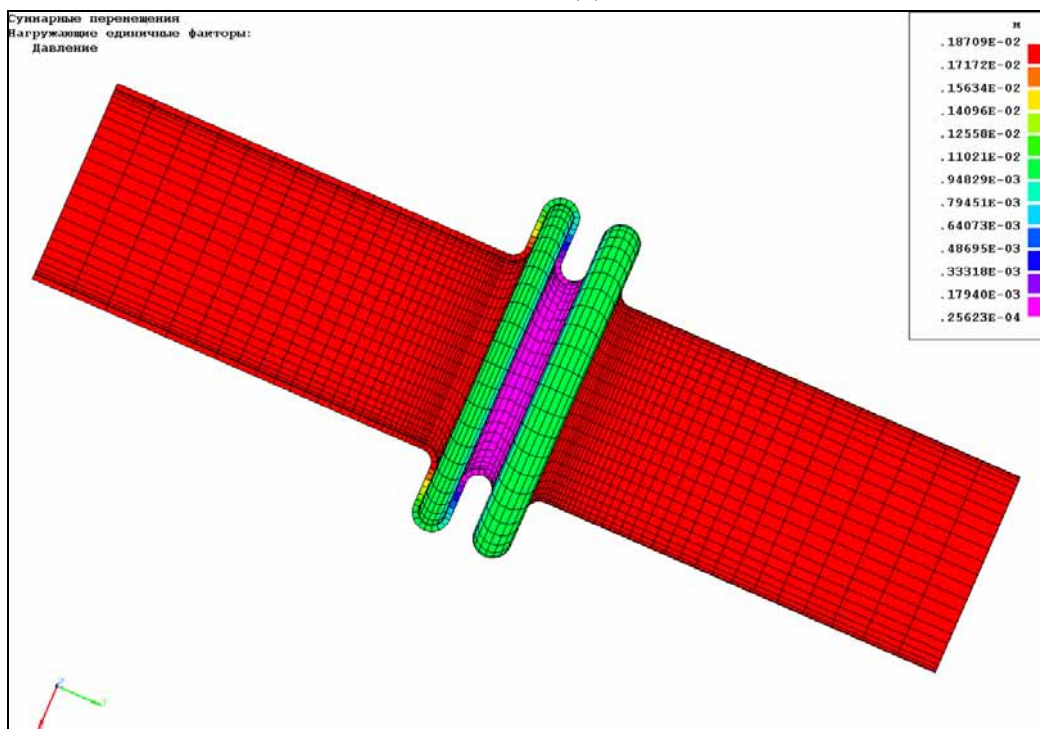


Рис. 31.2 Расчетная оболочечная КЭ-модель линзового компенсатора

31.4 Результаты

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

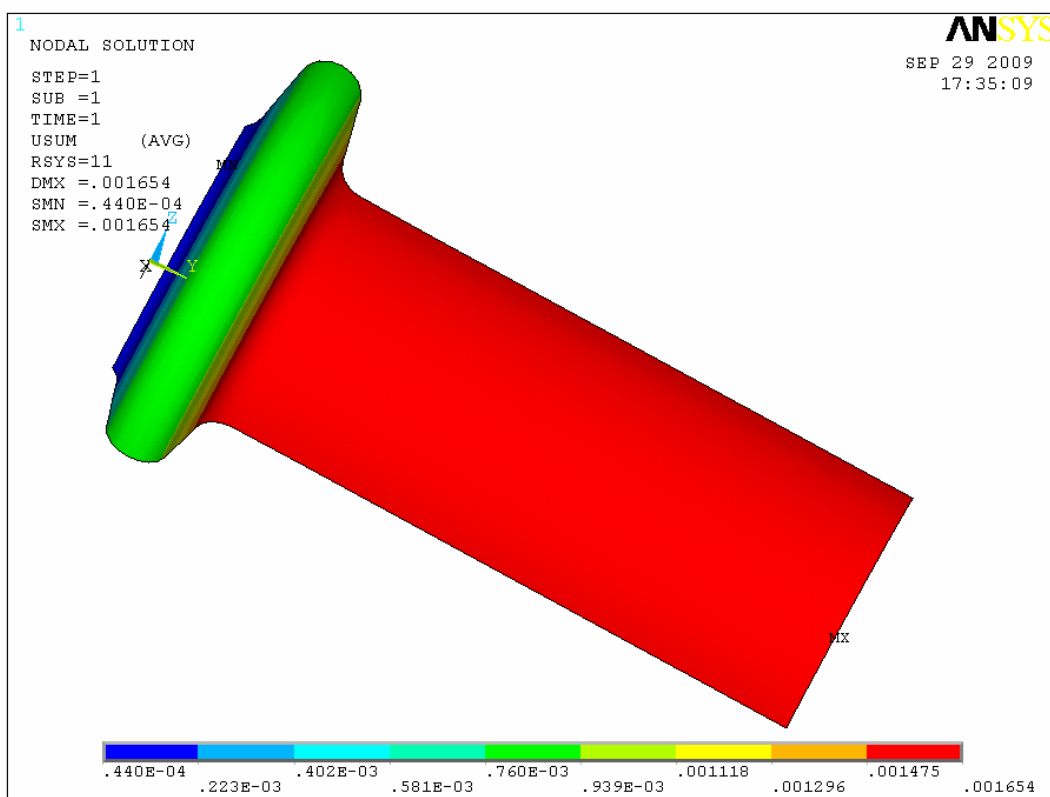
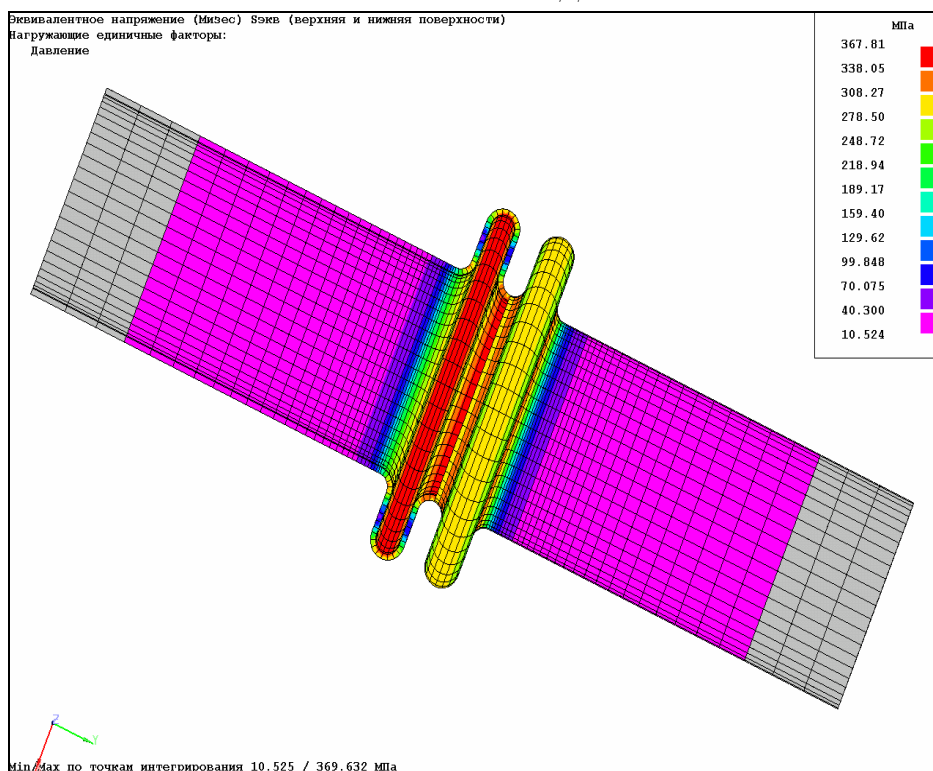


Рис. 31.3 Расчетные перемещения от действия “единичного” внутреннего давления (м)

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

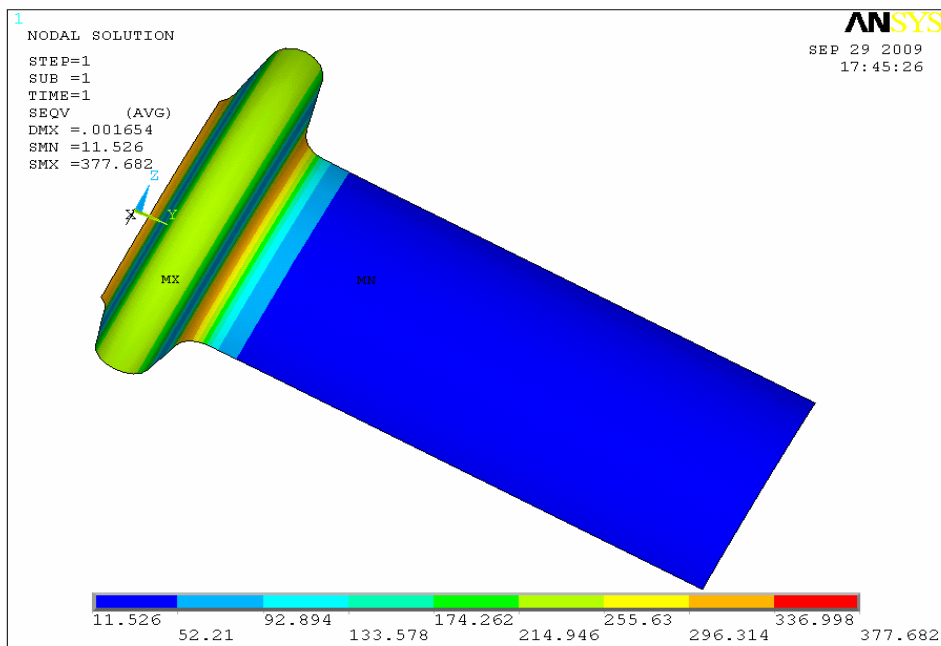
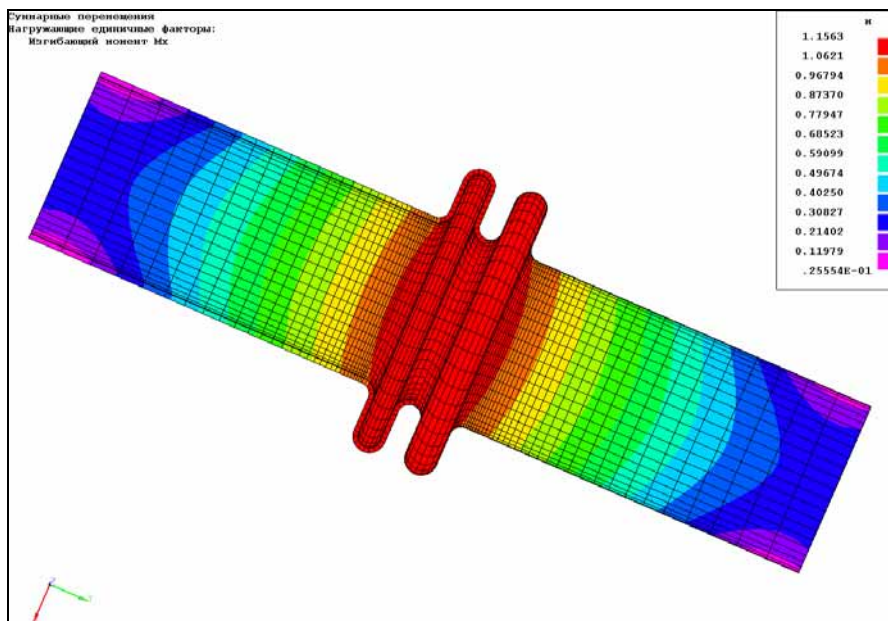


Рис. 31.4 Расчетные эквивалентные напряжения (критерий Мизеса), МПа.
Силовой фактор – внутреннее давление

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

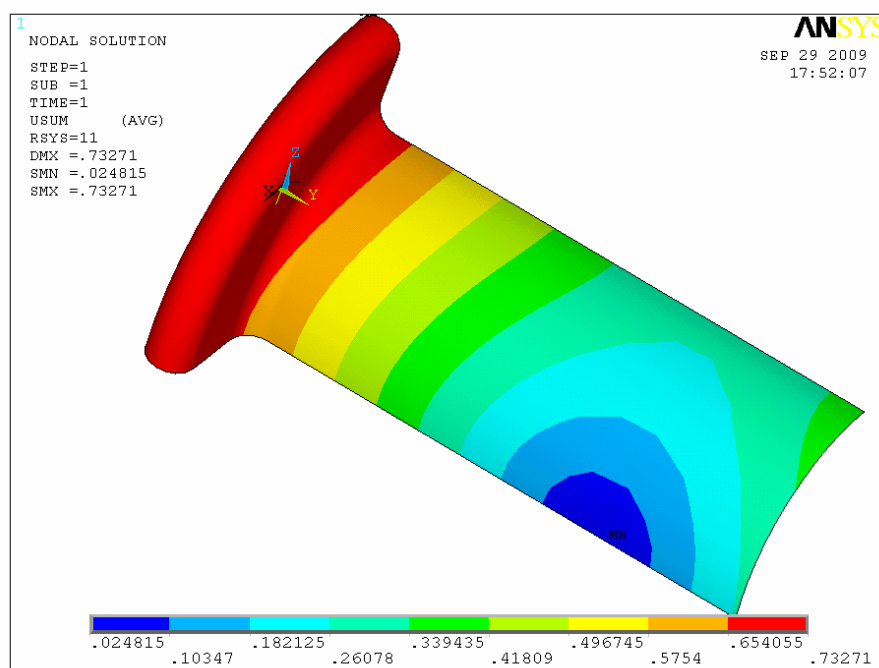
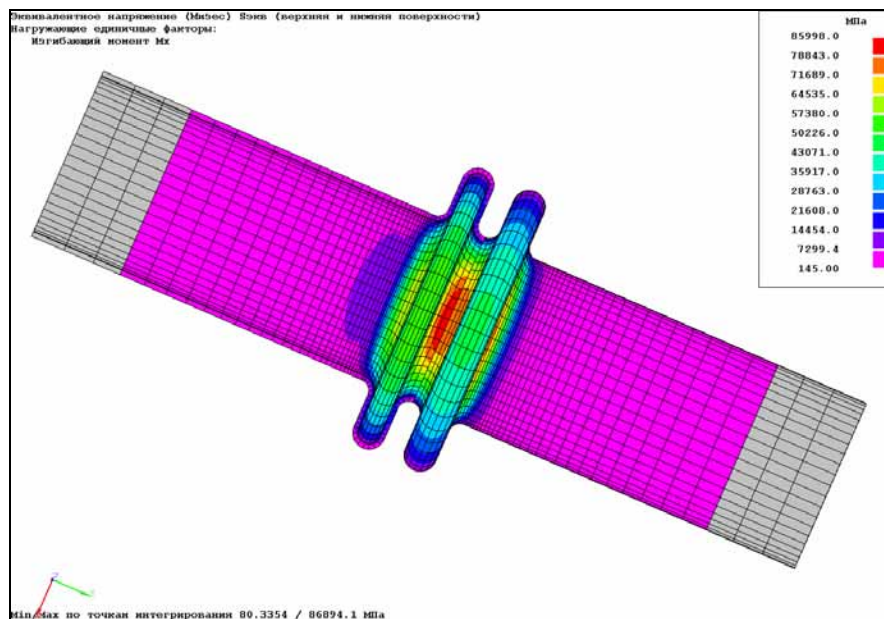


Рис. 31.5 Расчетные перемещения от действия изгибающего момента (м)

АСТРА-СТАДИО



ANSYS

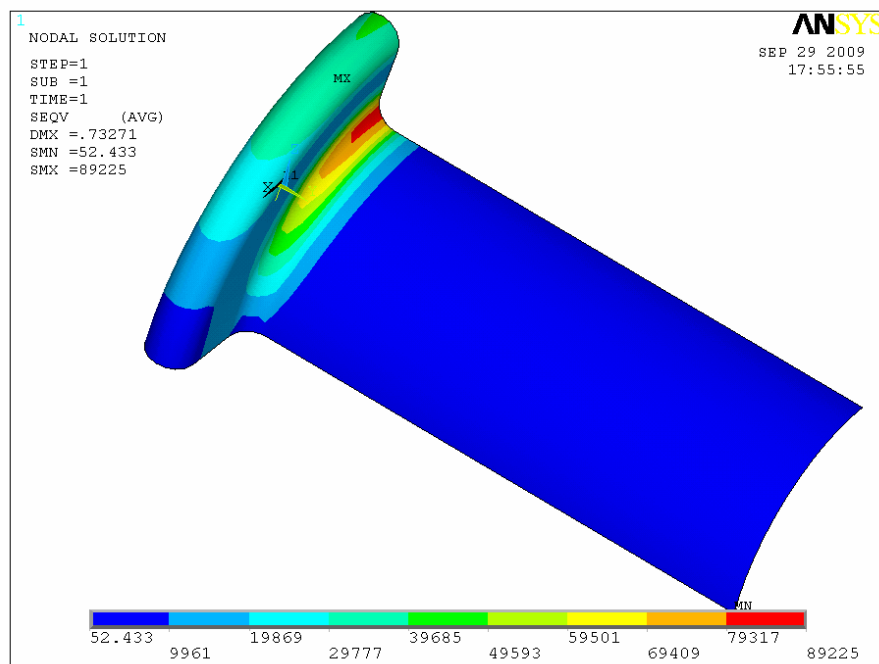


Рис. 31.6 Расчетные эквивалентные напряжения (критерий Мизеса), МПа.
Силовой фактор – изгибающий момент

Расчетные перемещения от действия внутреннего давления и изгибающего момента, полученные по ПК *АСТРА-АЭС'2009* (программный модуль АСТРА-СТАДИО) и ANSYS для рассматриваемого линзового компенсатора показаны на рис. 31.3 – 31.5. Расчетные эквивалентные напряжения (по критерию Мизеса) представлены на рис. 31.4 – 31.6 и в таблице 31.1.

Таблица 31.1

Максимальные расчетные эквивалентные напряжения, МПа

	АСТРА-АЭС'2009	ANSYS	δ, %
Давление	367.8	377.7	2.62
Изгибающий момент	85998.0	89225.0	3.62

Максимальное расхождение результатов составило 3.62%.

31.5 Литература

1. ANSYS 11. Verification manual. 2007.

Пример 32. Суперэлементный динамический расчет трубопроводной системы. Алгоритм Крейга-Бемптона (формирование и учет редуцированных матриц)

Источник(и)	1. Белостоцкий А.М., Клепец О.Ю. Верификация алгоритма Крейга-Бемптона на примере суперэлементного динамического расчета трубопроводных систем. // Вопросы прикладной математики и вычислительной механики: Сб. научн. тр. №10. – М.: МГСУ, 2007, с. 80-86.
Тип задачи	Расчет собственных частот и форм (модальный синтез подконструкций)
Тип(ы) верифицируемых элементов	<i>Прямая труба, стержень кольцевого сечения, отвод (гиб, колено), тройник, арматура, пружинная подвеска, односторонняя опора трения, мертвая опора (заделка), матричный суперэлемент Крейга-Бемптона</i>
Входные файлы	TEST31V1(full).dat – исходная (единая) модель TEST31V2(pipe).dat – редуцированная модель TEST31V3(sp).dat – динамический суперэлемент

32.1 Постановка задачи

Рассматривается система «трубопроводы – оборудование (сепараторы пара) – опорные конструкции» АЭС с РБМК.

Требуется вычислить 400 низших собственных частот и форм колебаний системы методом динамического синтеза подконструкций (Крейга-Бемптона) для вариантов учета различного количества внутренних степеней свободы подсистемы-суперэлемента (2 сепаратора пара на опорных конструкциях).

Провести сравнение с результатами динамического расчета единой системы «трубопроводы – оборудование (сепараторы пара) – опорные конструкции».

32.2 Исходные данные

Во входных файлах.

32.3 Расчетная модель

Полная модель сложной системы «трубопроводы – оборудование (сепараторы пара) – опорные конструкции» АЭС с РБМК и ее редуцированный аналог «трубопроводы – матрицы К-Б оборудования и опорных конструкций» представлены на рис. 32.1. Полная модель содержит 119 суперэлементных узлов, 182 участков-суперэлементов, 1834 элементов, 2375 динамических степеней свободы; «матричная» подсистема, имитирующая сепараторы пара на опорных конструкциях (с двумя уравнительными трубами) – 25 внешних и 25 внутренних узлов, 212 элементов, 150 динамических степеней свободы.

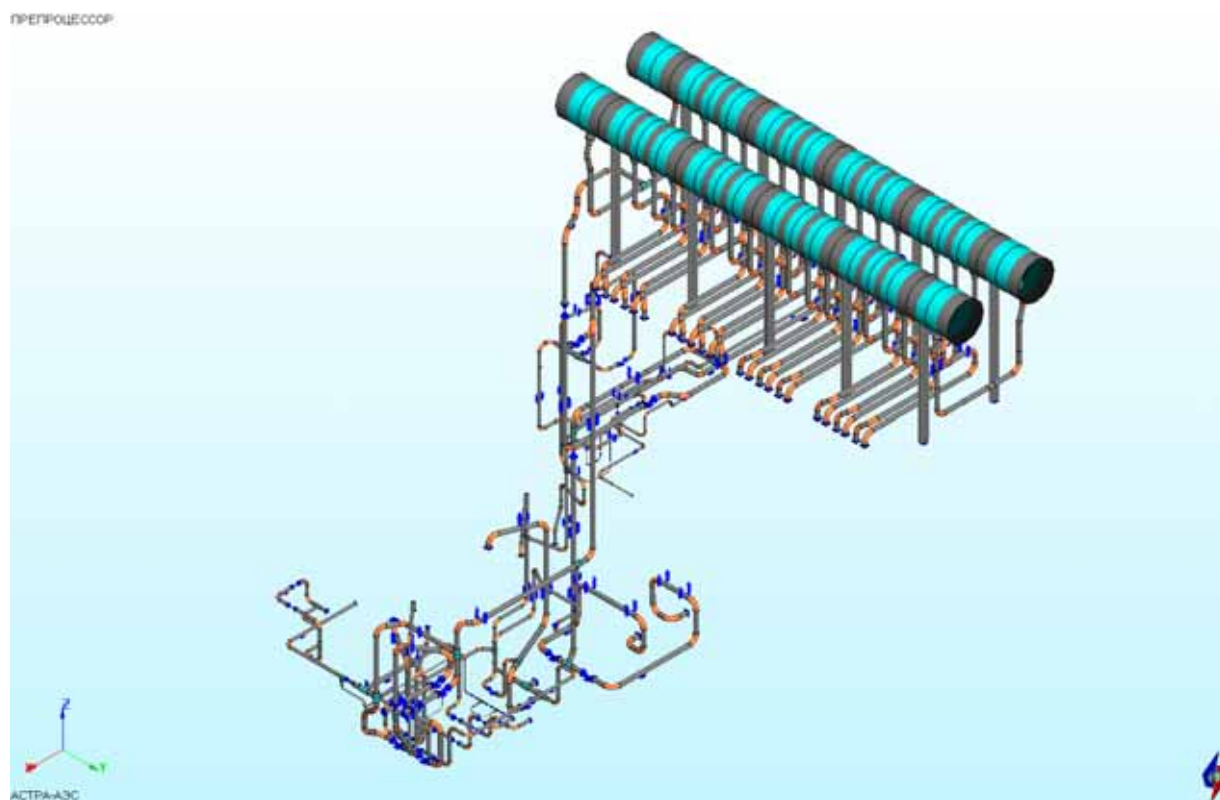
32.4 Расчетная методика

Применен естественный и исчерпывающий критерий соответствия реализованной редуцированной модели с матрицами Крейга-Бемптона (К-Б) «натуре» – идентичность вычисленного спектра собственных частот и форм колебаний таковому для полной модели с подсистемами, на основе которых эти матрицы и были получены.

Решение частных проблем собственных значений – расчет собственных частот и форм колебаний полной системы, определение "внутренних" степеней свободы закрепленной подсистемы (для формирования редуцированных матриц) и спектральный анализ

системы с редуцированными матрицами К-Б – выполнялось по ПК *АСТРА-АЭС'2009* блочным методом Ланцоша (блочность – 10, точность вычисления высшей собственной частоты – $5 \cdot 10^{-5}$).

а



б

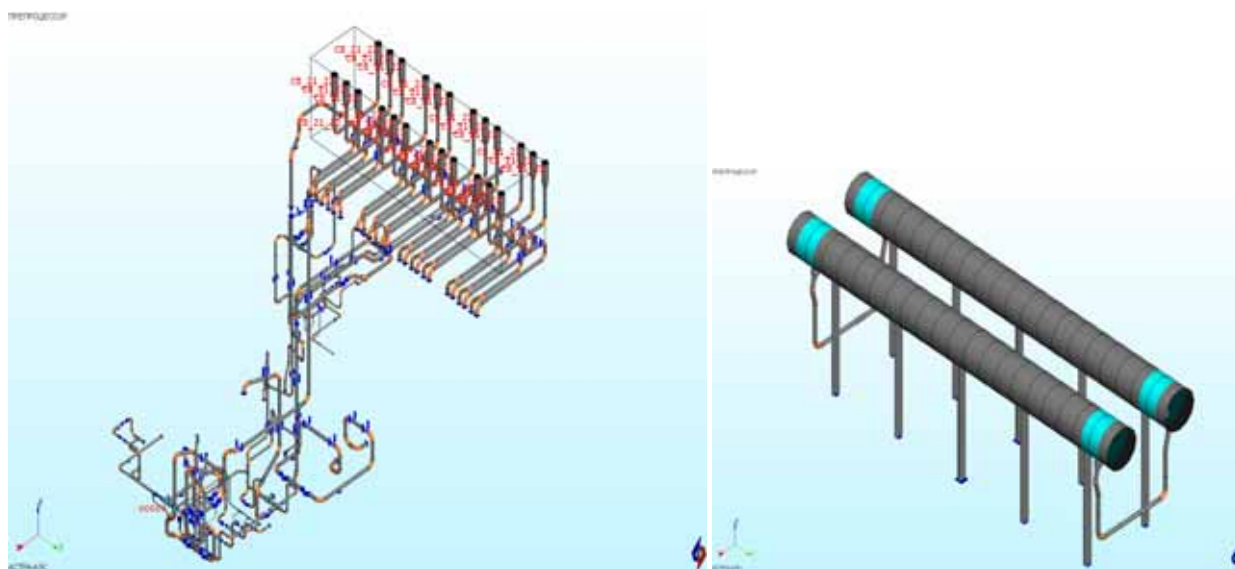


Рис. 32.1 Суперэлементные модели системы “трубопроводы-оборудование”.
а) полная модель; б) модель с матричным СЭ К-Б (оборудование на опорах)

32.5 Результаты

Таблица 32.1

Вычисленные собственные частоты колебаний системы
"трубопроводы – сепараторы пара на опорах", Гц

№ частоты формы	Полная модель системы	СЭ Крейга-Бемптона	Модели трубопроводов с присоединенными матричными СЭ (Крейга-Бемптона)				
			N = 0	N = 2	N = 5	N = 10	N = 20
1	0.402		0.402	0.402	0.402	0.402	0.402
2	0.415		0.415	0.415	0.415	0.415	0.415
3	0.619		0.619	0.619	0.619	0.619	0.619
4	0.689		0.689	0.689	0.689	0.689	0.689
5	0.728		0.728	0.728	0.728	0.728	0.728
6	0.807		0.807	0.807	0.807	0.807	0.807
7	1.033		1.033	1.033	1.033	1.033	1.033
8	1.100		1.100	1.100	1.100	1.100	1.100
9	1.220		1.220	1.220	1.220	1.220	1.220
10	1.319		1.319	1.319	1.319	1.319	1.319
...
85	4.506		4.506	4.506	4.506	4.506	4.506
86	4.533	4.529	–	4.533	4.533	4.533	4.533
87	4.642		4.642	4.642	4.642	4.642	4.642
...
142	6.523		6.523	6.523	6.523	6.523	6.523
143	6.569	6.629	–	6.570	6.570	6.569	6.569
144	6.599		6.599	6.599	6.599	6.599	6.599
...
198	10.367		10.367	10.367	10.367	10.367	10.367
199	10.498	10.500	–	–	10.499	10.499	10.498
200	10.536		10.536	10.536	10.536	10.536	10.536
...
338	17.872		17.872	17.872	17.872	17.872	17.872
339	18.022	18.118	–	–	18.029	18.029	18.023
340	18.172		18.172	18.172	18.172	18.172	18.172
...
366	21.533		21.533	21.533	21.533	21.533	21.533
367	21.538	21.546	–	–	21.540	21.540	21.538
368	21.959		21.959	21.959	21.959	21.959	21.959
...
400	23.126		23.126	23.126	23.126	23.126	23.126

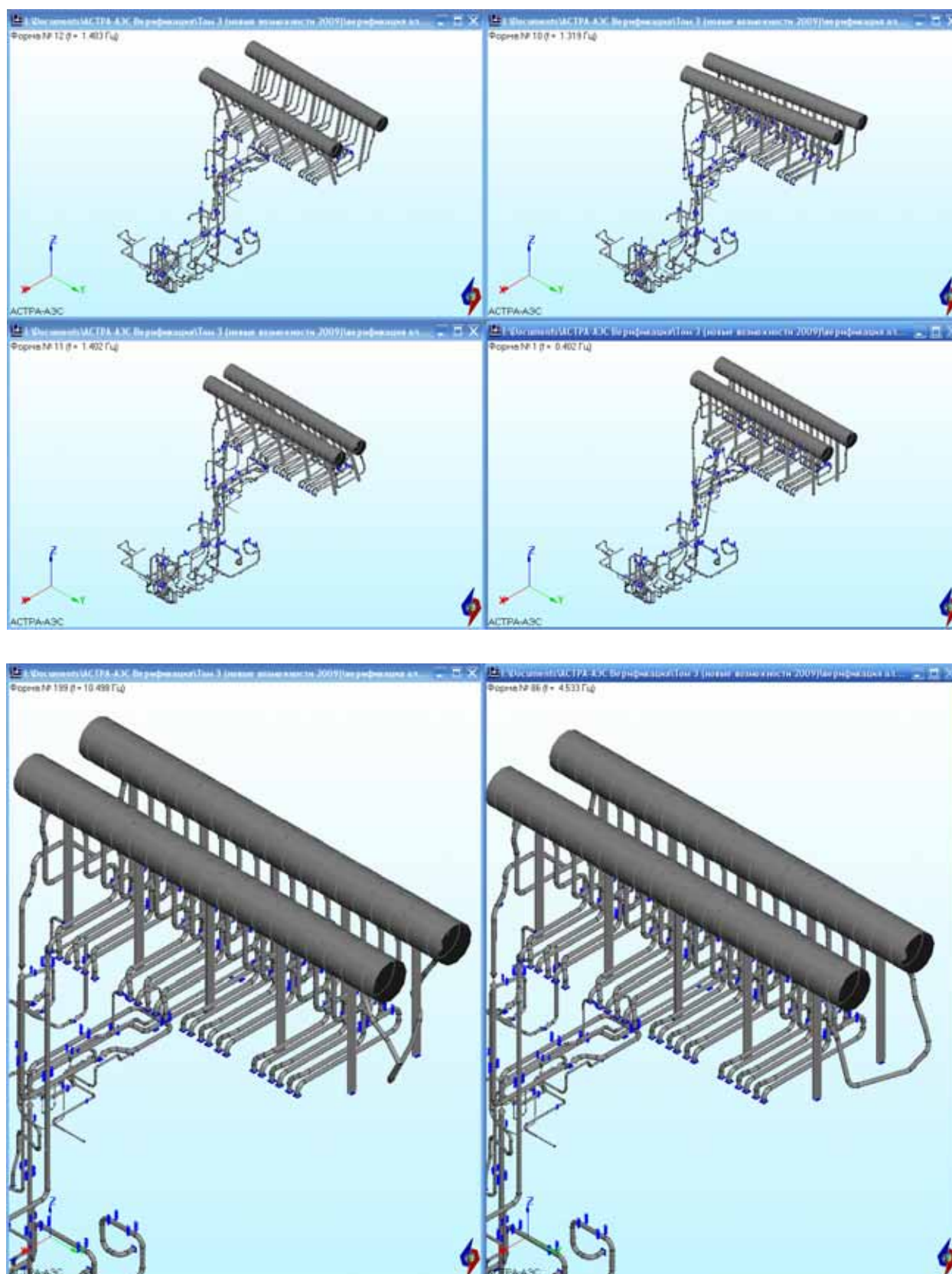


Рис.32.2 Собственные формы колебаний полной (исходной) модели
а) общесистемные; б) 86-я и 199-я локальные (уравнительная труба)

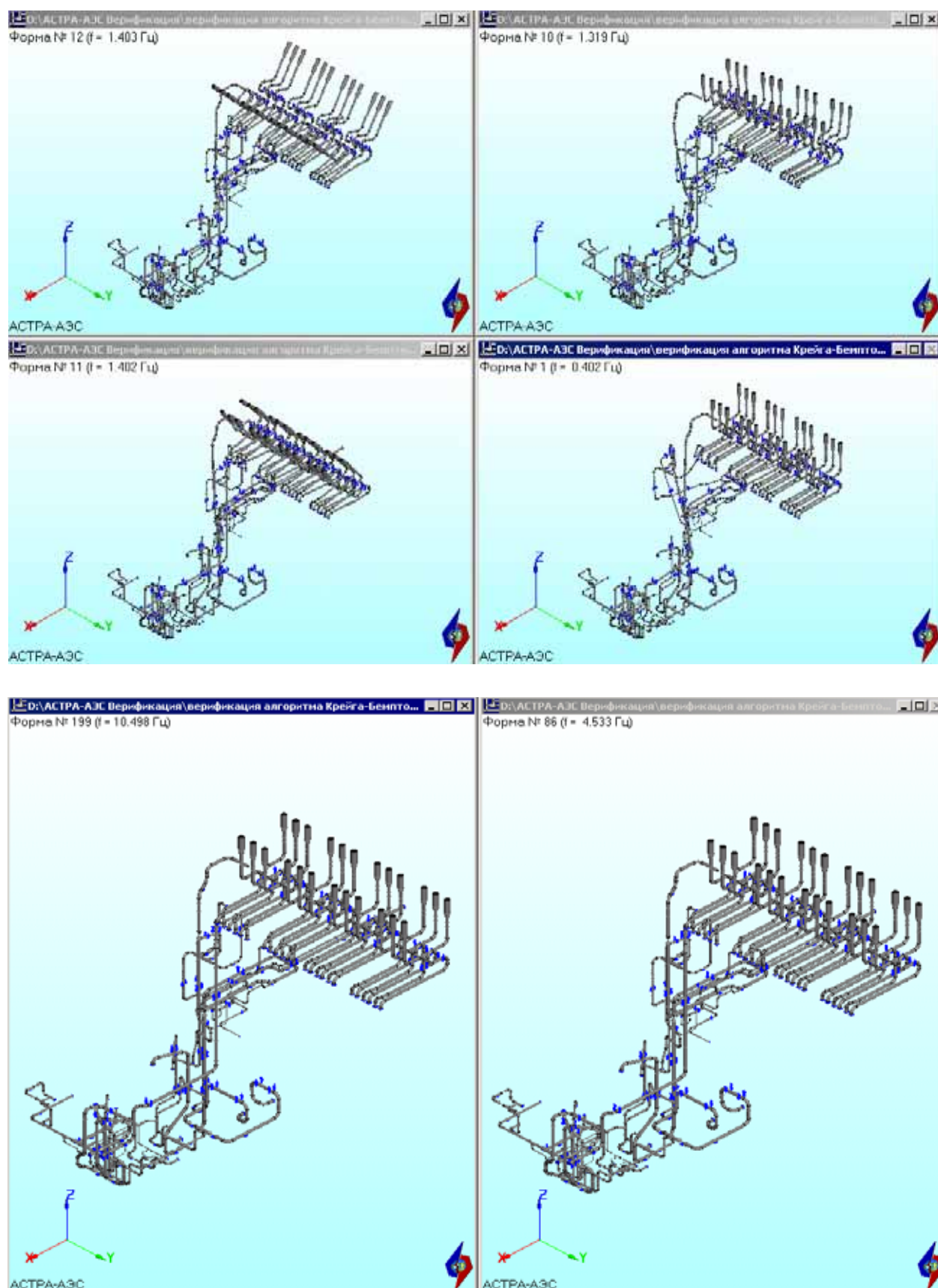


Рис.32.3 Собственные формы колебаний редуцированной модели
а) общесистемные; б) 86-я и 199-я – внутренние матричного СЭ (не видны)

Результаты сравнительных расчетов собственных частот и форм колебаний подтверждают количественные выводы и рекомендации, полученные на более простых модельных задачах (таблица 32.1, рис. 32.2 – 32.3), и согласуются с выводами, опубликованные ранее рядом авторов (в частности, по ПК NASTRAN и ANSYS).

Так, учет недостаточного числа внутренних степеней свободы подсистемы ведет к прогнозируемой неточности в определении динамических характеристик всей системы (см. табл. 32.1). Эти результаты еще раз показывают реальную цену вынужденно упрощенных подходов к динамическому синтезу подконструкций, при которых не в полной мере учитывались их динамические характеристики. Отметим также выявленный и физически осязаемый численный результат: колебания системы не чувствительны к пропуску парциальных форм подсистем, носящих выраженный локальный характер (см. частоты, отвечающие колебаниям уравнильной трубы в составе “матричной” подсистемы в таблице 32.1).

Представляет интерес и сравнение “машинного” времени счета при анализе полной и редуцированной моделей. Как и ожидалось, редуцированная модель вычислительно конкурентна даже в относительно неблагоприятном для себя рассмотренном случае – большом количестве внешних узлов и определяемых “внутренних” частот и форм, простоте КЭ-модели подсистемы. Впечатляющий вычислительный выигрыш был бы достигнут, если бы, например, оборудование (сепараторы пара) подробно моделировалось по оболочечной или трехмерной схемам МКЭ.

Результаты проведенной верификации программно реализованного алгоритма Крейга-Бемптона количественно подтверждают эффективность необходимого, в практически важных случаях (многокомпонентные, ответственные, тяжело нагруженные, достаточно гибкие системы), перехода от традиционного расчета собственно трубопроводов к современному моделированию динамики связанных систем “трубопроводы–оборудование–строительные конструкции”.

32.6 Литература

1. Белостоцкий А.М., Клепец О.Ю. Верификация алгоритма Крейга-Бемптона на примере суперэлементного динамического расчета трубопроводных систем. // Вопросы прикладной математики и вычислительной механики: Сб. научн. тр. №10. – М.: МГСУ, 2007, с. 80-86.
2. Белостоцкий А.М., Дубинский С.И., Потапенко А.Л. Методы динамического синтеза подконструкций в задачах моделирования сложных инженерных систем. “Строительная механика и расчет сооружений”, 2006 г., № 6, с. 45-51.
3. Белостоцкий А.М., Потапенко А.Л., Клепец О.Ю. Реализация и верификация алгоритма Крейга-Бемптона в программных комплексах СТАДИО и АСТРА-НОВА. Труды XXII Международной конференции “Математическое моделирование в механике сплошных сред на основе методов граничных и конечных элементов”. BEM&FEM-2007, С-Петербург, 2007 г., с. 65-69

Пример 33. Применение матричных суперэлементов для моделирования деталей трубопроводов (на примере криволинейных труб)

Источник(и)	—
Тип задачи	Статический расчет НДС (формирование и использование матричных суперэлементов)
Тип(ы) верифицируемых элементов	Отвод (гиб, колено), прямая труба, мертвая опора (заделка), матричный суперэлемент
Входной файл	

33.1 Постановка задачи

Рассматривается статическое напряженно-деформированное состояние гнутого отвода с примыкающими прямыми участками.

Требуется провести моделирование отвода при помощи матричного суперэлемента, сформированного в АСТРА-АЭС'2009 (модуль АСТРА-СТАДИО) по пространственно-оболочечной КЭ-модели. Сравнить поведение полученной таким образом модели с поведением стандартной стержневой модели отвода с учетом и без учета податливости.

Для большей «представительности» рассматривается несколько вариантов задачи:

- вариант №1 (рис. 33.1 а): к отводу примыкают прямые трубы одинаковой длины, для которых задана разность температур. Концы прямых труб жестко закреплены;
- вариант №2 (рис. 33.1 б): к отводу примыкают прямые трубы одинаковой длины, к одному из концов приложен сосредоточенный изгибающий момент, второй конец жестко закреплен;
- вариант №3 (рис. 33.1 в): отличается от варианта №2 сравнительно малой длиной участка прямой трубы, примыкающего к заделке, что позволяет исключить (с определенной погрешностью) влияние податливости указанного участка на работу всей системы.

В качестве параметров для сравнения поведения различных моделей при выше указанных типах нагружения принимаются перемещения конца отвода и консольного конца прямой трубы (при наличии такового).

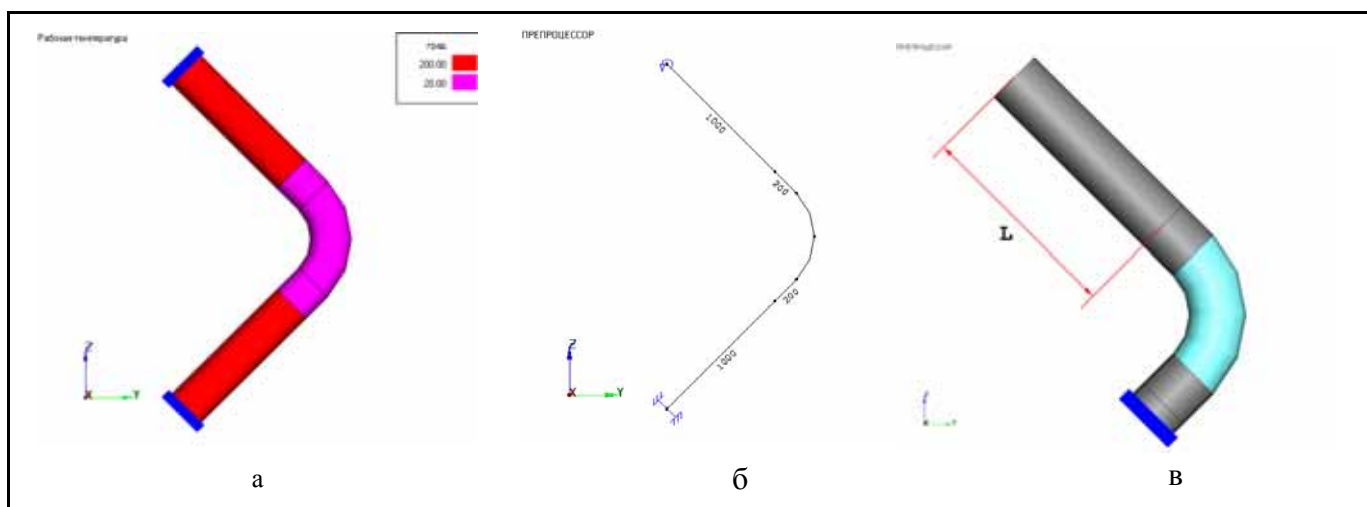


Рис. 33.1 Варианты задачи

33.2 Исходные данные

Геометрические характеристики

- радиус гiba $R = 400$ мм;
- наружный диаметр трубы $D_n = 273$ мм;
- толщина стенки $S = 11$ мм.

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 2.00 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$;
- коэффициент теплового расширения $\alpha^t = 1.15 \cdot 10^{-5}$.

Параметры нагрузки

- изгибающий момент в плоскости отвода $M = 100$ кН·м;
- перепад температур $\Delta T = 180^\circ\text{C}$.

33.3 Расчетная модель

В рамках данного тестового примера строятся три модели отвода:

- стержневая модель без учета податливости: гиб моделируется последовательно соединенными под некоторым углом отрезками прямых труб (рис. 33.2 а);
- стержневая модель с учетом податливости: гиб задается как стандартный криволинейный элемент АСТРА-АЭС'2009 (рис. 33.2 б);
- модель, включающая матричный суперэлемент (рис. 33.2 в).

Матрица жесткости суперэлемента отвода формируется при помощи криволинейных 8-узловых оболочечных КЭ суперпараметрического семейства (СПКЭ). Для связи оболочечной модели отвода со стержневой моделью используются стержневые КЭ, модуль упругости которых в 10^5 раз больше, чем модуль материала самого отвода (рис. 33.3).

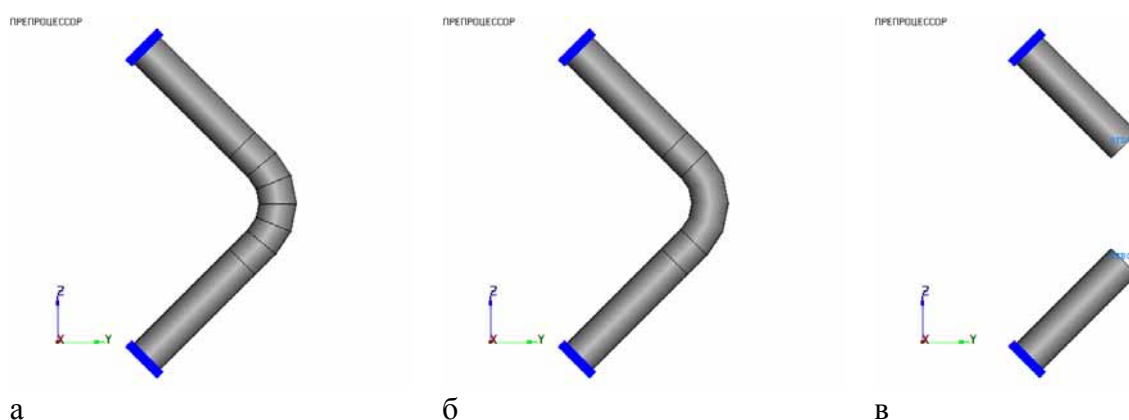


Рис. 33.2 Три способа моделирования отвода в АСТРА-НОВА(АЭС)

- а) Отвод без учета податливости; б) Отвод с учетом податливости;
в) Моделирование отвода при помощи матрицы жесткости оболочечного СЭ

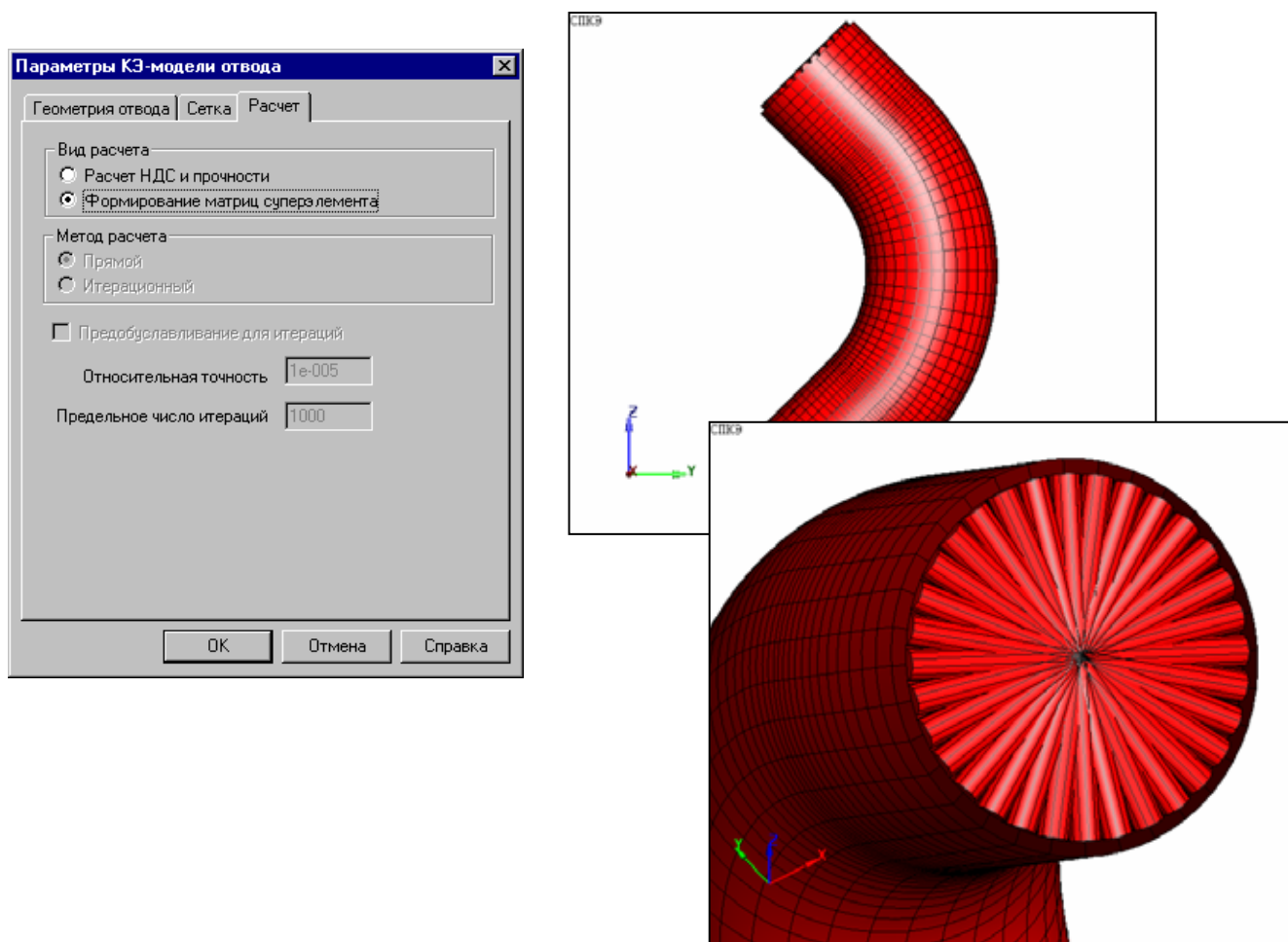


Рис. 33.3 Модель отвода с прямыми участками для формирования матрицы жесткости СЭ

33.4 Результаты

В таблицах 33.1 – 33.5 приведены перемещения точек конца отвода (а также точки приложения момента при наличии такового) для различных вариантов задачи и различных моделей отвода в зависимости от длины примыкающих прямых труб.

Проанализировав и сопоставив полученные результаты, можно сделать вывод о хорошем соответствии между стержневой моделью криволинейного элемента (гиба) с учетом податливости и комбинированной оболочечно-стержневой модели, построенной с использованием матричного суперэлемента.

Таблица 33.1

Перемещения конца отвода для варианта №1

	Перемещения, мм						δ%,	
	Без податливо- сти		С податливо- стью		МСЭ			
Длина плеча, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	Y	Z
1000	2.72	0.38	2.65	0.48	2.67	0.46	0.75	4.35
2000	5.98	0.31	5.82	0.49	5.85	0.46	0.51	6.52
3000	9.23	0.25	9.05	0.46	9.07	0.43	0.22	6.98
5000	15.69	0.17	15.49	0.39	15.51	0.37	0.13	5.41

Таблица 33.2

Перемещения конца отвода для варианта №2

	Перемещения, мм						δ, %	
	Без податливо- сти		С податливо- стью		МСЭ			
Длина плеча, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	Y	Z
1000	-11.07	1.30	-17.49	-1.96	-17.41	-1.91	0.46	2.62
2000	-23.98	8.47	-30.40	5.21	-30.09	5.26	1.03	0.95
3000	-41.68	20.43	-48.10	17.17	-47.55	17.22	1.16	0.29
5000	-91.39	58.67	-97.82	55.41	-88.84	63.43	10.11	12.64

Таблица 33.3

Перемещения точки приложения момента для варианта №2

	Перемещения, мм						δ, %, Z	
	Без податливости		С податливостью		МСЭ			
Длина плеча, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	Y	Z
1000	-23.14	-10.78	-40.26	-24.73	-41.15	-25.65	2.16	3.59
2000	-62.47	-30.02	-90.29	-54.68	-91.91	-56.56	1.76	3.32
3000	-120.94	-58.83	-159.47	-94.2	-161.83	-97.05	1.46	2.94
5000	-295.16	-145.11	-355.1	-201.87	-358.94	-190.75	1.07	5.83

Таблица 33.4

Перемещения конца отвода для варианта №3

	Перемещения, мм						δ, %	
	Без податливо- сти		С податливо- стью		МСЭ			
Длина плечей, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	Y	Z
200	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17
500	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17
800	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17
1000	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17
2000	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17
3000	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17
5000	-3.54	-1.07	-9.96	-4.33	-10.1	-4.28	1.39	1.17

Таблица 33.5

Перемещения точки приложения момента для варианта №3

	Перемещения, мм						δ,%	
	Без податливо- сти		С податливостью		МСЭ			
Длина плечей, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	По Y, мм	По Z, мм	Y	Z
200	-4.71	-2.24	-13.27	-7.64	-13.6	-7.78	2.43	1.80
500	-6.82	-4.36	-18.59	-12.97	-19.22	-13.4	3.28	3.21
800	-9.37	6.9	-24.35	-18.72	-25.26	-19.44	3.60	3.70
1000	-11.3	-8.84	-28.43	-22.8	-29.53	-23.71	3.73	3.84
2000	-23.85	-21.39	-51.68	-46.05	-53.74	-47.93	3.83	3.92
3000	-41.19	-38.72	-79.72	-74.09	-82.75	-76.93	3.66	3.69
5000	-90.19	-87.72	-150.11	-144.48	-155.07	-149.25	3.20	3.20

*δ - различие между результатами для модели, включающей суперэлемент, и стержневой модели с учетом оболочечной податливости

Максимальное различие составило 12,64 %.

Пример 34. Тесты на размерность задачи

Источник(и)	—
Тип задачи	Расчет собственных частот и форм колебаний
Тип(ы) верифицируемых элементов	Прямая труба, стержень кольцевого сечения, отвод (гиб, колено), тройник, опора трения односторонняя, опора трения двусторонняя, мертвая опора, арматура, пружинная подвеска
Входной файл	TEST34V1.dat – 8355 динамических степеней свободы TEST34V2.dat – 13467 динамических степеней свободы TEST34V3.dat – 23475 динамических степеней свободы

34.1 Постановка задачи

Рассматривается сложная пространственно разветвленная трубопроводная система с большим количеством (24) повторяющихся блоков.

Требуется проверить сходимость алгоритма расчета собственных частот, реализованного в ПК АСТРА-АЭС'2009 (блочный Ланцош), при последовательном увеличении числа динамических степеней свободы (масс).

34.2 Исходные данные

Физико-механические характеристики

- модуль упругости $E = 188600$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$.

Граничные условия (опоры)

- двухсторонние опоры, запрещающие вертикальные перемещения ($U_z = 0$);
- односторонние опоры, запрещающие вертикальные перемещения вниз ($U_z = 0$);
- мертвые опоры, запрещающие все перемещения (линейные и угловые);
- пружинные подвески с жесткостью $k = 114,286$ кН/м.

Параметры нагрузки

- внутреннее давление:
 - в магистрали $p_1 = 1.35$ МПа;
 - в блоках $p_2 = 0.5$ МПа – блоки.
- температура в рабочем состоянии $T_p = 214^\circ\text{C}$, в холодном – $T_x = 20^\circ\text{C}$
- распределенная весовая нагрузка (по сортаментам):
 - $m_1 = -0.50$ кН/м (трубы с наружным диаметром 273 мм);
 - $m_2 = -1.00$ кН/м (трубы с наружным диаметром 219 мм);
 - $m_3 = -1.20$ кН/м (трубы с наружным диаметром 133 мм).
- сосредоточенные силы в промежуточных сечениях:
 - $F_1 = -0.4$ кН;
 - $F_2 = -2$ кН.

Геометрия (трасса, сечения, элементы) – во входном файле [TEST34V1.dat](#).

34.3 Расчетная модель

Расчетная модель, построенная в ПК АСТРА-АЭС'2009 и показанная на рис. 34.1 – 34.3, содержит 745 суперэлементных узлов, 768 участков-суперэлементов, 7128 элементов. В составе анализируемой модели имеются 24 одинаковых блока, включенные с целью

проверки эффективности определения кратных собственных частот. Рассматривается три варианта данной модели с различным количеством динамических степеней свободы (8355, 13467 и 23475).

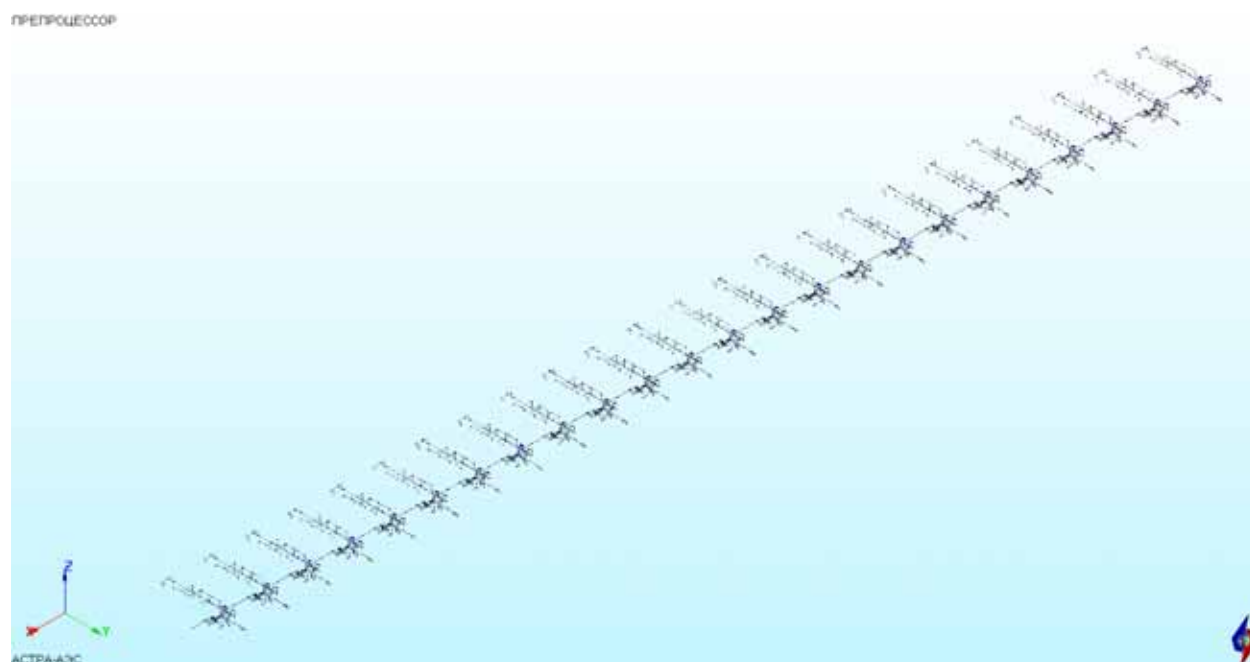


Рис. 34.1 Расчетная АСТРА-модель трубопроводной системы

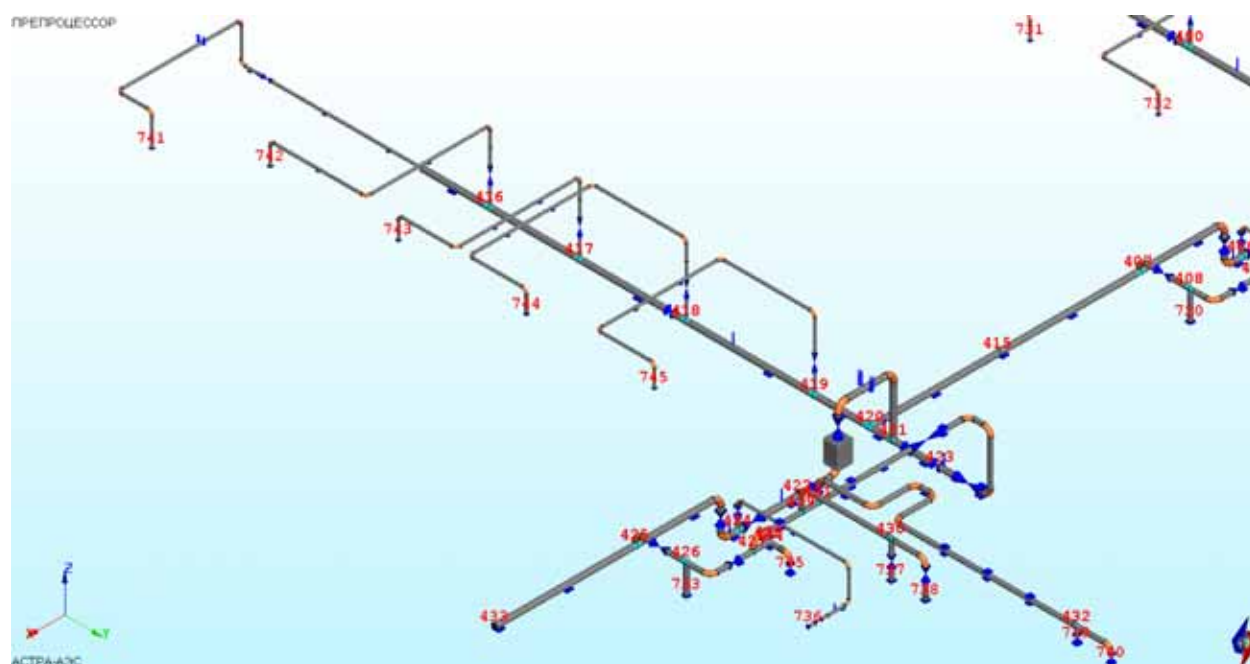


Рис. 34.2 Крайний блок АСТРА-модели трубопроводной системы

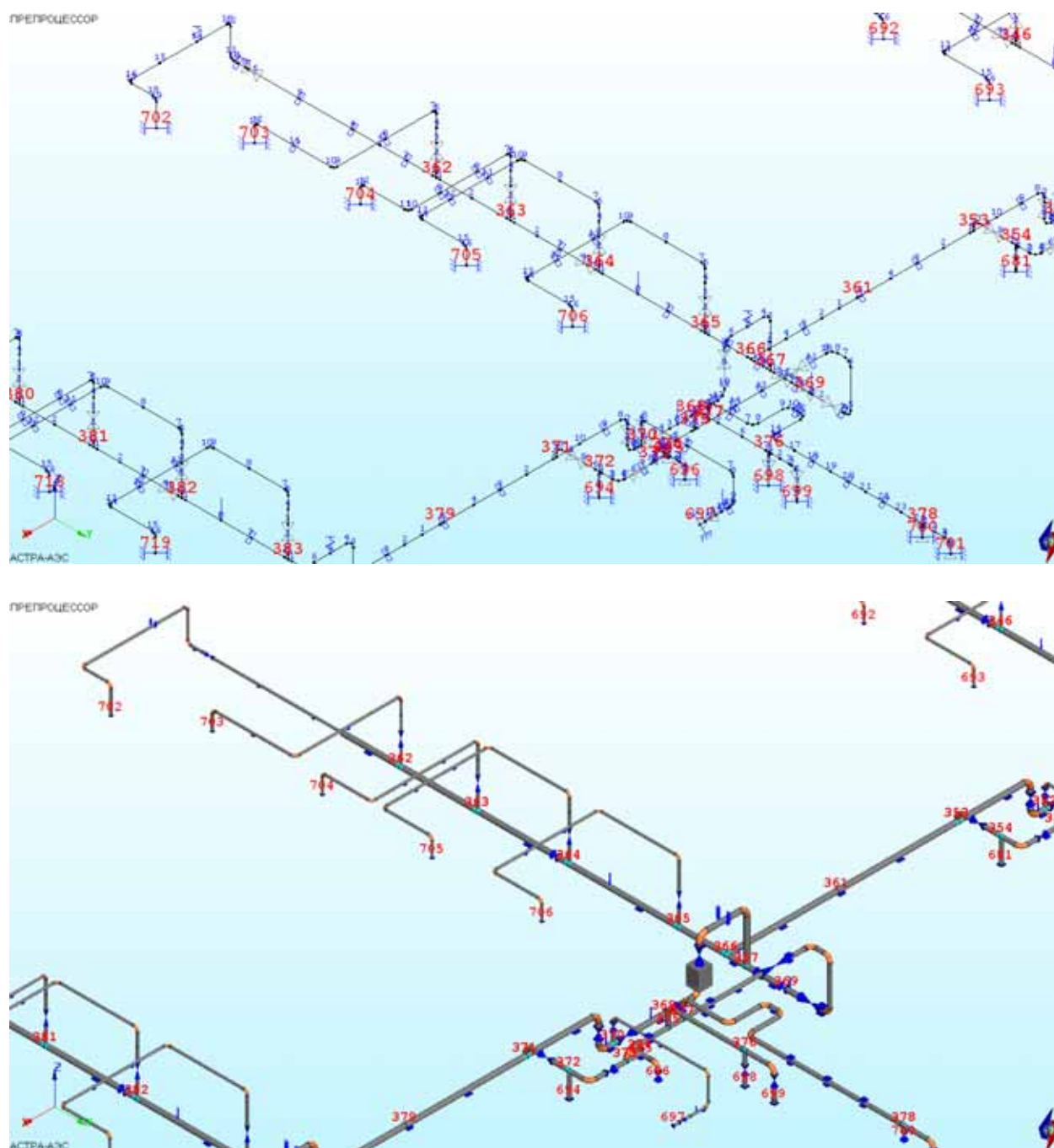


Рис. 34.3 Типовой блок АСТРА-модели ТС

34.4 Расчетная методика

Для решения частичной проблемы собственных значений (определение 50-ти низших собственных частот рассматриваемой трубопроводной системы) применяется блочный метод Ланцоша с блочностью 10 и точностью вычисления высшей собственной частоты $5 \cdot 10^{-5}$.

34.5 Результаты

В таблице 34.1 приведены расчетные значения 50-ти низших собственных частот для различного числа динамических степеней свободы. Показана сходимость результатов при увеличении числа динамических степеней свободы. Также указано время счета для ПЭВМ со следующими характеристиками:

- тактовая частота процессора 3.00 ГГц;
- ОЗУ 2.00 ГБ.

Таблица 34.1

Расчетные собственные частоты, Гц

№ частоты/формы	Вариант 1. (8355 динам. ст. св.)	Вариант 2. (13467 динам. ст. св.)	Вариант 3. (23475 динам. ст. св.)	δ_{12} , % вар.1 vs. вар. 2	δ_{23} , % вар. 2 vs. вар. 3
1	0.5584	0.5639	0.5647	0.98	0.14
2	0.6292	0.6357	0.6366	1.03	0.14
3	0.6300	0.6364	0.6374	1.02	0.16
4	0.6312	0.6377	0.6386	1.03	0.14
5	0.6329	0.6394	0.6403	1.03	0.14
6	0.6350	0.6415	0.6424	1.02	0.14
7	0.6376	0.6441	0.6450	1.02	0.14
8	0.6405	0.6470	0.6479	1.01	0.14
9	0.6437	0.6503	0.6512	1.03	0.14
10	0.6473	0.6539	0.6547	1.02	0.12
11	0.6510	0.6576	0.6585	1.01	0.14
12	0.6550	0.6616	0.6624	1.01	0.12
13	0.6590	0.6656	0.6665	1.00	0.14
14	0.6631	0.6697	0.6705	1.00	0.12
15	0.6671	0.6737	0.6746	0.99	0.13
16	0.6711	0.6777	0.6785	0.98	0.12
17	0.6749	0.6814	0.6823	0.96	0.13
18	0.6784	0.6850	0.6858	0.97	0.12
19	0.6817	0.6883	0.6891	0.97	0.12
20	0.6846	0.6912	0.6920	0.96	0.12
21	0.6871	0.6937	0.6945	0.96	0.12
22	0.6892	0.6957	0.6965	0.94	0.11
23	0.6906	0.6971	0.6979	0.94	0.11
24	0.6916	0.6980	0.6988	0.93	0.11
25	0.8809	0.8442	0.8448	4.17	0.07
26	0.9450	0.8868	0.8878	6.16	0.11
27	0.9450	0.8868	0.8878	6.16	0.11
28	0.9451	0.8869	0.8879	6.16	0.11

№ частоты/формы	Вариант 1. (8355 динам. ст. св.)	Вариант 2. (13467 динам. ст. св.)	Вариант 3. (23475 динам. ст. св.)	δ_{12} , % вар.1 vs. вар. 2	δ_{23} , % вар. 2 vs. вар. 3
29	0.9451	0.8870	0.8880	6.15	0.11
30	0.9452	0.8871	0.8881	6.15	0.11
31	0.9453	0.8873	0.8882	6.14	0.10
32	0.9455	0.8874	0.8884	6.14	0.11
33	0.9456	0.8876	0.8886	6.13	0.11
34	0.9457	0.8879	0.8888	6.11	0.10
35	0.9459	0.8881	0.8891	6.11	0.11
36	0.9461	0.8883	0.8893	6.11	0.11
37	0.9462	0.8886	0.8896	6.09	0.11
38	0.9464	0.8889	0.8899	6.08	0.11
39	0.9466	0.8891	0.8901	6.07	0.11
40	0.9467	0.8894	0.8904	6.05	0.11
41	0.9469	0.8897	0.8907	6.04	0.11
42	0.9470	0.8899	0.8909	6.03	0.11
43	0.9471	0.8901	0.8912	6.02	0.12
44	0.9473	0.8903	0.8914	6.02	0.12
45	0.9473	0.8905	0.8915	6.00	0.11
46	0.9474	0.8906	0.8917	6.00	0.12
47	0.9475	0.8907	0.8918	5.99	0.12
48	0.9475	0.8908	0.8918	5.98	0.11
49	1.4004	1.3330	1.3344	4.81	0.11
50	1.7396	1.6879	1.6872	2.97	0.04
время счета t , с	31.28	72.42	864.35	-	

Следует отметить, что количество кратных (или близких к таковым) собственных частот по результатам расчета составило 22 (при числе повторяющихся блоков 24). Этот факт можно объяснить расположением 2-х из блоков по краям рассматриваемой трубопроводной системы, что обуславливает их отличные от остальных повторяющихся фрагментов динамические свойства.