

## Содержание

|   |            |
|---|------------|
| <b>Общие положения.....</b>   | <b>3</b>   |
| <b>Матрицы верификации.....</b>   | <b>4</b>   |
| <b>Пример 1. Расчет консольного полукольца (гиб, колено трубопровода) на сосредоточенную нагрузку в плоскости. Сопоставление с аналитическим и численным решением.....</b>  | <b>9</b>   |
| <b>Пример 2. Расчет консольного полукольца (гиб, колено трубопровода) на сосредоточенную нагрузку из плоскости. Сопоставление с аналитическим и численным решением.....</b> | <b>16</b>  |
| <b>Пример 3. Защемленное полукольцо под собственным весом. Сопоставление с другими программами.....</b>   | <b>23</b>  |
| <b>Пример 4. Консоль, нагруженная силой на свободном конце (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением.....</b>   | <b>27</b>  |
| <b>Пример 5. Консоль под равномерно распределенной нагрузкой (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением.....</b>   | <b>32</b>  |
| <b>Пример 6. Консольная балка, нагруженная на конце крутящим моментом (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением.....</b>                                | <b>36</b>  |
| <b>Пример 7. Опорные конструкции, заданные в местной системе координат. Статический расчет.....</b>   | <b>39</b>  |
| <b>Пример 8 Собственные частоты прямолинейной трубы с опорными конструкциями, заданными в местной системе координат.....</b>  | <b>47</b>  |
| <b>Пример 9. Собственные частоты стержня с поперечным сечением общего вида. Сопоставление с аналитическим решением.....</b>   | <b>53</b>  |
| <b>Пример 10. Собственные частоты пространственного криволинейного стержня. Сопоставление с аналитическим решением.....</b>   | <b>60</b>  |
| <b>Пример 11. Вынужденные установившиеся колебания консольного стержня (АСТРА-ВИБР). Сопоставление с аналитическим решением.....</b>  | <b>66</b>  |
| <b>Пример 12. Вынужденные неустановившиеся колебания консольного стержня. Сопоставление с другими программами.....</b>  | <b>71</b>  |
| <b>Пример 13. Расчет собственных частот и форм разветвленной пространственной трубопроводной системы АЭС с РБМК (подвода и сброса пара за ГПК).....</b>                     | <b>78</b>  |
| <b>Пример 14. Расчет собственных частот и форм разветвленной трубопроводной системы АЭС с РБМК (приема паровых сбросов от ГПК).....</b>                                     | <b>85</b>  |
| <b>Пример 15. Проверка правильности определения расчетных усилий и напряжений в элементах трубопровода.....</b>   | <b>91</b>  |
| <b>Пример 16. Проверка правильности расчета частот и форм собственных колебаний и сейсмической реакции.....</b>   | <b>99</b>  |
| <b>Пример 17. Расчет трубопровода с учетом трения в опорах.....</b>   | <b>106</b> |

## Общие положения

1. Настоящее Приложение 1 (том 2) верификационного отчета содержит только примеры, повторяющие задачи из верификационного отчета ПК АСТРА-АЭС 6.1, аттестованного в 1995 г., для подтверждения идентичности АСТРА-АЭС'2009 “старым” возможностям.

Поэтому в качестве одного из “эталонных” решений всегда фигурирует численное решение АСТРА-АЭС 6.1 (7 – в матрице верификации №1). Несущественные отличия результатов по версиям в некоторых задачах вызваны большей точностью и новыми возможностями моделирования в АСТРА-АЭС'2009 (программная реализация значимых вычислительных алгоритмов и хранение массивов с двойной точностью, учет узловых сил и масс непосредственно в узле суперэлементной модели и др.).

2. “Погрешности” (расхождения) полученных результатов по АСТРА-АЭС'2009 с “эталонными” решениями определятся как ( $\delta, \%$ )

$$\delta = |(A - B) / B| \cdot 100,$$

где A – расчетный АСТРА-параметр, B – величина “эталонного” решения.

## Матрицы верификации

## АСТРА-АЭС'2009. Матрица верификации №1, часть 1

| № | Наименование теста  | Сочетание нагрузок/воздействий                        | Тип проверки результатов | Элементы   | Оцениваемые параметры | Максимальное расхождение, % |               |
|---|---|---|--------------------------|--|-----------------------|-----------------------------|---------------|
|   |   |   |                          |  |                       | Эталон                      | АСТРА-АЭС 6.1 |
| 1 | Расчет консольного полукольца (гиб, колено трубопровода) на сосредоточенную нагрузку в плоскости. Сопоставление с аналитическим и численным решением  | Сосредоточенная статическая нагрузка                  | (1), (2-ANSYS), (7)      | Отвод (гиб, колено), прямая труба, мертвая опора (заделка)         | Перемещения           | 0.64                        | 0.00          |
|   |   |   |                          |  | Опорные реакции       | 0.00                        | 0.00          |
| 2 | Расчет консольного полукольца (гиб, колено трубопровода) на сосредоточенную нагрузку из плоскости. Сопоставление с аналитическим и численным решением | Сосредоточенная статическая нагрузка                  | (1), (2-ANSYS), (7)      | Отвод (гиб, колено), прямая труба, мертвая опора (заделка)         | Перемещения           | 0.87                        | 0.00          |
|   |   |   |                          |  | Опорные реакции       | 0.00                        | 0.00          |
| 3 | Зашемленное полукольцо под собственным весом. Сопоставление с другими программами   | Распределённая статическая нагрузка (собственный вес) | (2-ANSYS), (5), (7)      | Отвод (гиб, колено), прямая труба, мертвая опора (заделка)         | Перемещения           | 0.18                        | 0.09          |
|   |   |   |                          |  | Опорные реакции       | 3.81                        | 0.00          |
| 4 | Консоль, нагруженная силой на свободном конце (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением   | Сосредоточенная статическая нагрузка                  | (1), (7)                 | Стержень кольцевого сечения, мертвая опора (заделка)               | Перемещения           | 0.00                        | 0.00          |
| 5 | Консоль под равномерно распределенной нагрузкой (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением   | Распределённая статическая нагрузка (собственный вес) | (1), (7)                 | Стержень кольцевого сечения, мертвая опора (заделка)               | Перемещения           | 0.01                        | 0.08          |
| 6 | Консольная балка, нагруженная на конце крутящим моментом (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением                                | Сосредоточенная статическая нагрузка                  | (1), (7)                 | Прямая труба, стержень кольцевого сечения, мертвая опора (заделка) | Перемещения           | 0.00                        | 0.00          |

| №  | Наименование теста   | Сочетание нагрузок/воздействий        | Тип проверки результатов | Элементы   | Оцениваемые параметры                     | Максимальное расхождение, %        |                                    |
|----|--|---------------------------------------|--------------------------|--|---|------------------------------------|------------------------------------|
|    |  |                                       |                          |  |   | Эталон                             | АСТРА-АЭС 6.1                      |
| 7  | Опорные конструкции, заданные в местной системе координат. Статический расчет  | Сосредоточенная статическая нагрузка  | (6), (7)                 | Прямая труба, направляющая опора, мертвая опора (заделка), опора общего вида                               | Перемещения, реакции в опорах, напряжения | 0.00                               | 0.00                               |
| 8  | Собственные частоты прямолинейной трубы с опорными конструкциями, заданными в местной системе координат                          | Собственные частоты и формы колебаний | (6), (7)                 | Прямая труба, направляющая опора, мертвая опора (заделка), опора общего вида                               | Собственные частоты                       | 0.00                               | 0.00                               |
| 9  | Собственные частоты стержня с поперечным сечением общего вида. Сопоставление с аналитическим решением                            | Собственные частоты и формы колебаний | (1), (5), (7)            | Стержень кольцевого сечения, прямая труба, мертвая опора (заделка)   | Собственные частоты                       | 0.09–<br>низшие<br>0.63–<br>высшие | 0.27–<br>низшие<br>3.97–<br>высшие |
| 10 | Собственные частоты пространственного криволинейного стержня. Сопоставление с аналитическим решением                             | Собственные частоты и формы колебаний | (1), (3), (7)            | Прямая труба, отвод (гиб, колено), мертвая опора (заделка), неподвижная опора (шарнир)                     | Собственные частоты                       | 1.42                               | 0.86                               |
| 11 | Вынужденные установившиеся колебания консольно закрепленного стержня (АСТРА-ВИБР). Сопоставление с аналитическим решением        | Сосредоточенная динамическая нагрузка | (1), (7)                 | Прямая труба, мертвая опора (заделка)  | Перемещения                               | 12.02                              | 0.16                               |
| 12 | Вынужденные неустановившиеся колебания консольно закрепленного стержня. Сопоставление с другими программами                      | Сосредоточенная динамическая нагрузка | (2-ANSYS)<br>(7)         | Прямая труба, мертвая опора (заделка)  | Перемещения                               | 4.53                               | 0.00                               |
| 13 | Расчет собственных частот и форм разветвленной пространственной трубопроводной системы АЭС с РБМК (подвода и сброса пара за ГПК) | Собственные частоты и формы колебаний | (2 - РАМ-ПА), (7)        | Прямая труба, отвод (гиб, колено), тройник, пружинная подвеска, мертвая опора (заделка), опора общего вида | Собственные частоты                       | 12.45                              | 1.50                               |
| 14 | Расчет собственных частот и форм разветвленной трубопроводной системы АЭС с РБМК (приема паровых сбросов от ГПК)                 | Собственные частоты и формы колебаний | (2-РАМПА),<br>(7)        | Прямая труба, отвод (гиб, колено), тройник, мертвая опора (заделка), направляющая опора, опора общего вида | Собственные частоты                       | 24.49                              | 0.95                               |

| №  | Наименование теста   | Сочетание нагрузок/воздействий   | Тип проверки результатов | Элементы  | Оцениваемые параметры | Максимальное расхождение, % |               |
|----|--|--|--------------------------|---|-----------------------|-----------------------------|---------------|
|    |  |  |                          |   |                       | Эталон                      | АСТРА-АЭС 6.1 |
| 15 | Проверка правильности определения расчетных усилий и напряжений в элементах трубопровода | Температура, давление, распределённая статическая нагрузка (собственный вес) | (1), (7)                 | Прямая труба, отвод (гиб, колено), тройник, мертвая опора (заделка)                   | Напряжения            | 0.04                        | 0.00          |
| 16 | Проверка правильности расчета частот и форм собственных колебаний и сейсмической реакции | Сейсмическое воздействие   | (2-CANPIPE), (7)         | Прямая труба, отвод (гиб, колено), мертвая опора (заделка)                            | Собственные частоты   | 1.22                        | 0.00          |
| 17 | Расчет трубопровода с учетом трения в опорах   | Температура, сосредоточенная статическая нагрузка                            | (1), (3), (7)            | Прямая труба, отвод (гиб, колено), опора трения двусторонняя, мертвая опора (заделка) | Перемещения           | 5.40                        | 0.00          |
|    |  |  |                          |   | Силы трения           | 3.82                        | 0.64          |

Примечание:

- (1) – сравнение с аналитическим решением (в т.ч., с нормативными формулами);  
 (2) – сравнение с альтернативными аттестованными ПС;  
 (3) – данные из литературных источников;  
 (4) – эксперимент;  
 (5) – анализируется сходимость решения в зависимости от качества (подробности) расчетной модели;  
 (6) – анализируется инвариантность решения по отношению к конкурирующим вариантам моделирования.  
 (7) – сравнение с ранее аттестованной версией ПС АСТРА-АЭС 6.1.

**АСТРА-АЭС'2009. Матрица верификации №2, часть 1.**  
**Элементы трубопроводной системы**

| Элемент ТС                                  | Номера верификационных примеров                           |
|---|---|
| Прямая труба                                | 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17       |
| Отвод (гиб, колено)                         | 1, 2, 3, 10, 13, 14, 15, 16, 17                           |
| Тройник                                     | 13, 14, 15  |
| Компенсатор (линзовый/сильфонный)           |   |
| Переход                                     |   |
| Фланец                                      |   |
| Донышко (днище, крышка)                     |   |
| Арматура                                    |   |
| Опора трения односторонняя                  |   |
| Опора трения двусторонняя                   | 17  |
| Опора трения направляющая                   | 7, 8, 14  |
| Неподвижная опора (шарнир)                  | 10  |
| Опора мертвая (заделка)                     | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 |
| Пружинная подвеска                          | 13  |
| Жесткая подвеска                            |   |
| Опора общего вида                           | 7, 8, 13, 14  |
| Амортизатор                                 |   |
| Стержень общего вида (некольцевого сечения) | 4, 5, 6, 9  |
| Жесткий элемент (вставка)                   |   |
| Матричный суперэлемент (Крейга-Бемптона)    |   |

АСТРА-АЭС'2009. Матрица верификации №3, часть 1 (элемент ТС/ вид расчета / номер примера)

|  | Прямая труба          | Гиб (отвод)     | Тройник | Компенсатор линейный | Переход | Фланец | Арматура | Доннышко (днище, крышка) | Опора трения односторонняя | Опора трения двусторонняя | Опора трения наклонная | Неподвижная опора (шарнир) | Опора мертвая (заделка)     | Пружинная подвеска | Жесткая подвеска | Опора общего вида | Амортизатор | Стержень общего вида (некольцевое сечение) | Жесткая вставка | Матричный суперэлемент |
|--|-----------------------|-----------------|---------|----------------------|---------|--------|----------|--------------------------|----------------------------|---------------------------|------------------------|----------------------------|-----------------------------|--------------------|------------------|-------------------|-------------|--|-----------------|------------------------|
| Статика и циклика (АСТРА-СТАЦ)                     | 1, 2, 3, 6, 7, 15, 17 | 1, 2, 3, 15, 17 | 15      |                      |         |        |          |                          |                            | 17                        | 7                      |                            | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 15, 17 |                    |                  | 7                 |             | 4, 5, 6                                    |                 |                        |
| Собственные частоты и формы колебаний (АСТРА-ФОРМ) | 8, 9, 10, 13, 14, 16  | 10, 13, 14, 16  | 13, 14  |                      |         |        |          |                          |                            |                           | 8, 14                  | 10                         | 8, 9, 10, 13, 14, 16        | 13                 |                  | 8, 13, 14         |             | 9  |                 |                        |
| Сейсмика (АСТРА-СЕЙСМ)                             | 16                    | 16              |         |                      |         |        |          |                          |                            |                           |                        |                            | 16                          |                    |                  |                   |             |  |                 |                        |
| Вибрации (АСТРА-ВИБР)                              | 11                    |                 |         |                      |         |        |          |                          |                            |                           |                        |                            | 11                          |                    |                  |                   |             |  |                 |                        |
| Динамические воздействия (АСТРА-ДИН)               | 12                    |                 |         |                      |         |        |          |                          |                            |                           |                        |                            | 12                          |                    |                  |                   |             |  |                 |                        |

**Пример 1. Расчет консольного полукольца (гиб, колено трубопровода) на сосредоточенную нагрузку в плоскости. Сопоставление с аналитическим и численным решением<sup>1</sup>**

|  |  |
|--|--|
| <b>Источник(и)</b>                     | 1. Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. “Наукова думка”. Киев. 1988 г.<br>2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995<br>3. ANSYS 11.0. Verification manual, 2007 |
| <b>Тип задачи</b>                      | Статический расчет НДС   |
| <b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b> | Отвод (гиб, колено), прямая труба, мертвая опора (заделка)   |
| <b>Входной файл</b>                    | <a href="#">TEST01.dat</a>   |

### 1.1 Постановка задачи

Рассматривается консольное полукольцо кольцевого поперечного сечения, находящееся под действием сосредоточенной силы, приложенной по диаметру в его плоскости (рис. 1.1).

Требуется определить линейные ( $u, v$ ) и угловые ( $\theta_z$ ) перемещения консольного торца и усилия в заделке.

Провести сравнение с аналитическим решением, приведенном в источнике [1] на стр. 405, и с результатами, полученными по аттестованным программам АСТРА-АЭС 6.1 [2] и ANSYS [3].

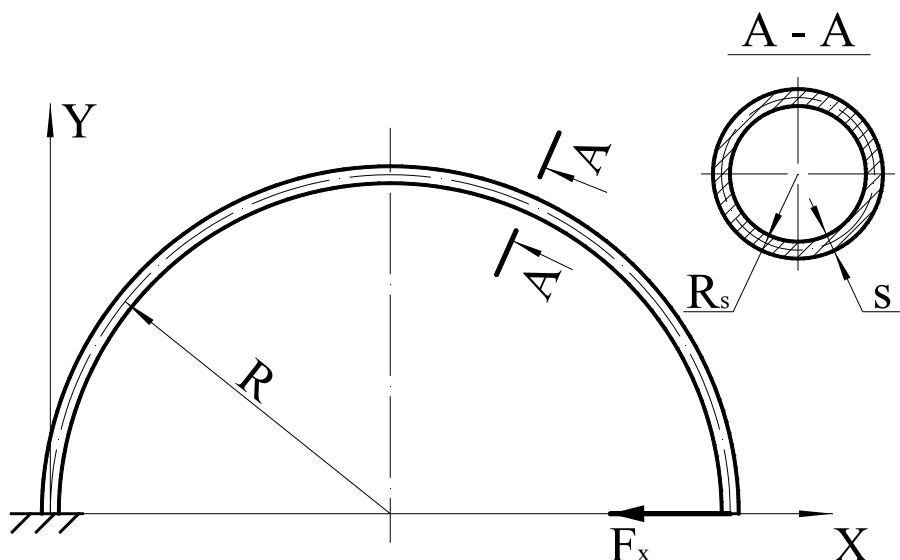


Рис. 1.1 Расчетная схема полукольца по действию сосредоточенной силы

<sup>1</sup> Пример 1 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.



## 1.2 Исходные данные

## Геометрические характеристики

- радиус срединной поверхности трубы  $R_s = 0.02$  м,
- толщина стенки  $S = 0.01$  м,
- радиус гиба  $R = 1$  м.

### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- плотность материала  $\rho = 7.8$  т/м<sup>3</sup>.

### Граничные условия (опоры)

- заземление (заделка) одного из концов.

### Параметры нагрузки

- сосредоточенная сила  $F_x = -1$  кН на другом конце.

### 1.3 Расчетная модель

Полукольцо моделируется двумя последовательно соединенными гибом (рис. 1.2–1.3) с малыми прямолинейными участками длиной 10 мм краям (см. рис. 1.4–1.5). Зона приложения сосредоточенной нагрузки показана на рис. 1.6.

Рис. 1.2 Расчетная АСТРА-модель полукольца. Осевое представление. Узлы, сечения

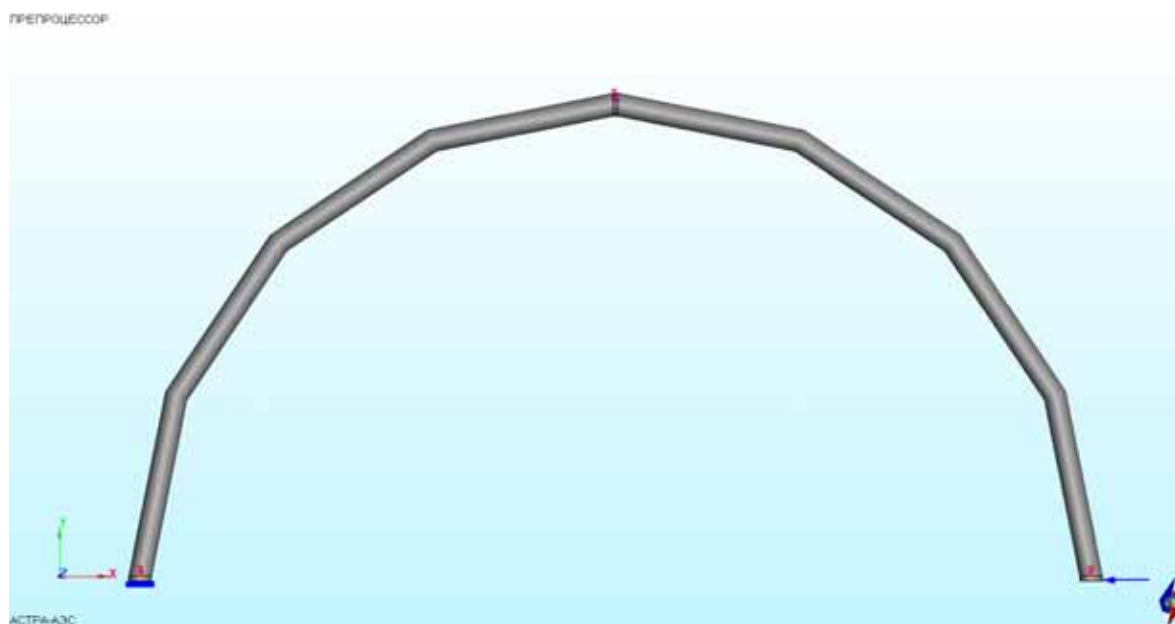


Рис. 1.3 Расчетная АСТРА-модель полукольца. Объемное представление

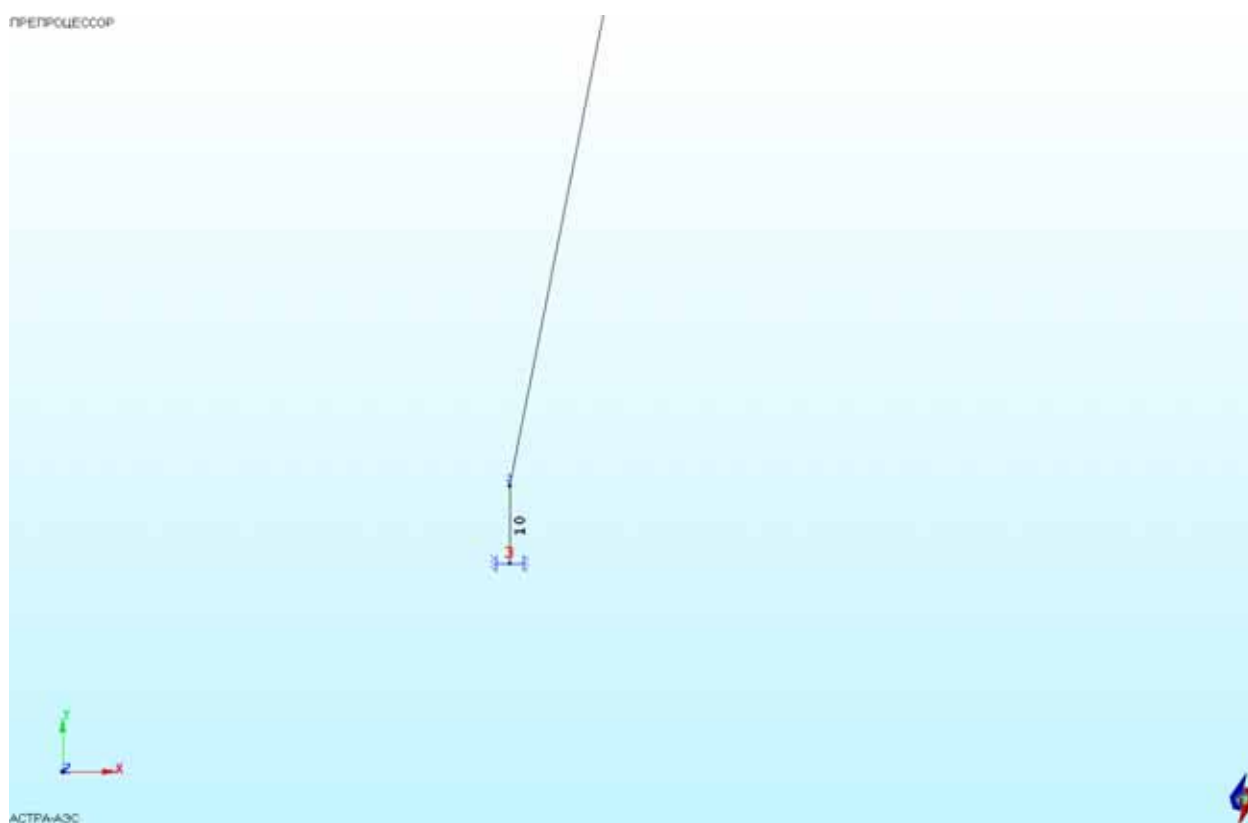


Рис. 1.4 Прямолинейный отрезок (элемент), примыкающий к заделке

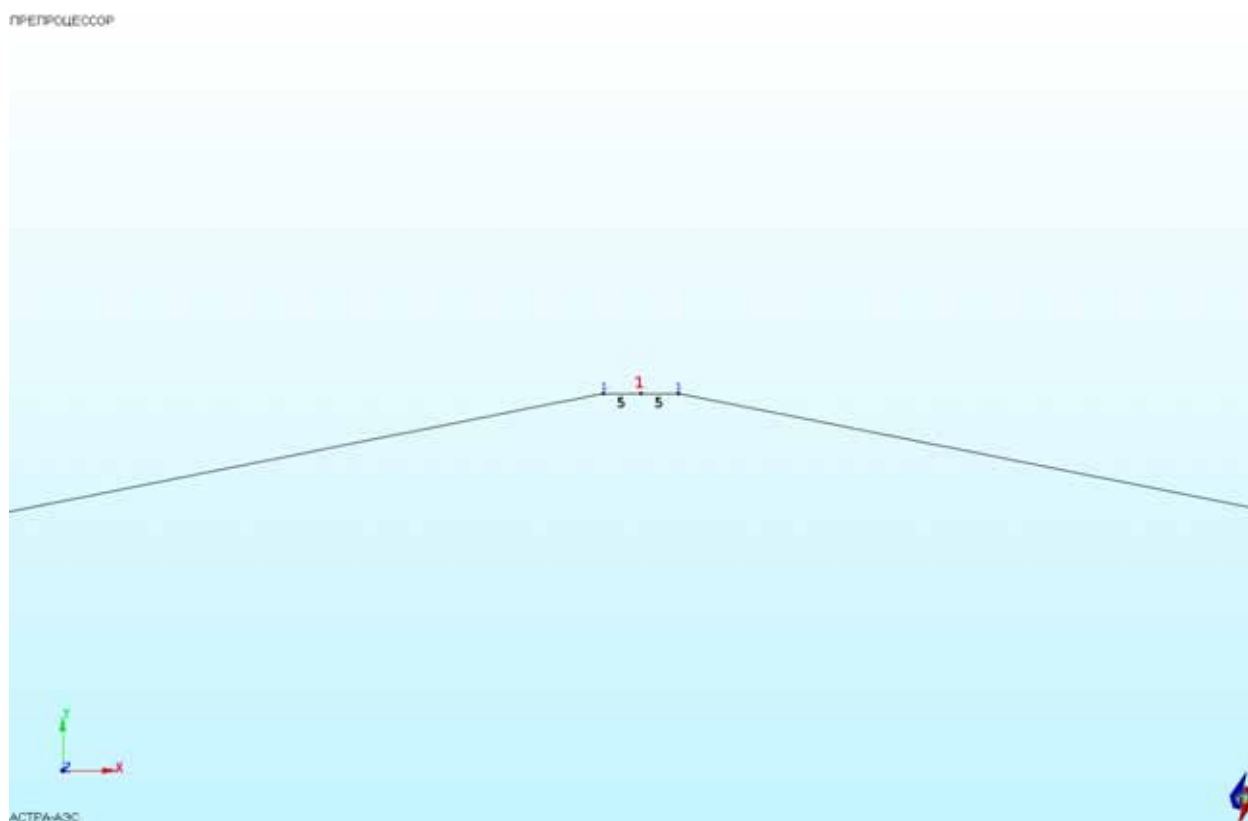


Рис. 1.5 Зона соединения гибов (размеры – в мм)

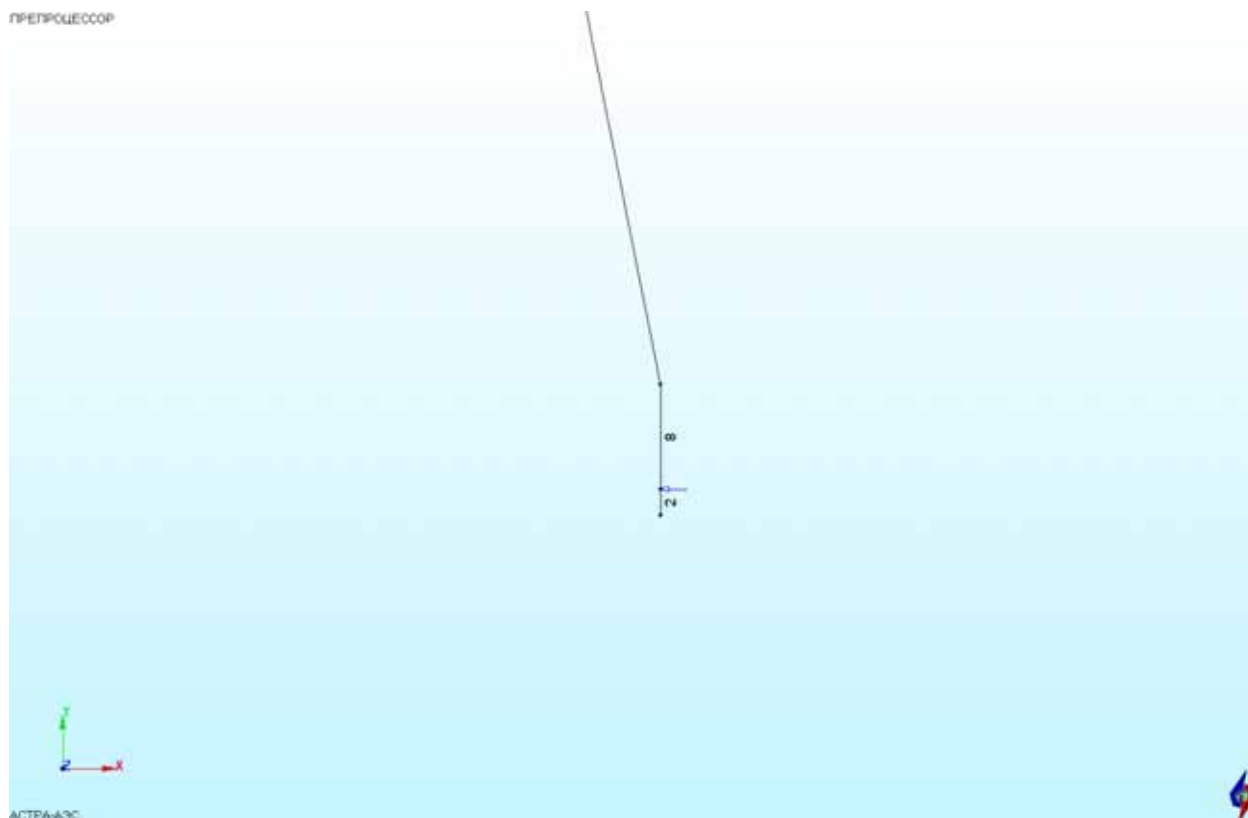


Рис. 1.6 Зона приложения нагрузки

## 1.4 Результаты

### 1.4.1 Аналитическое решение

Используем формулы, приведенные в [1] на стр. 405

Момент инерции:

$$I = \frac{\pi}{64} (0.05^4 - 0.03^4) = 2.67 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4$$

Горизонтальное перемещение:

$$u = \frac{F_x R^3}{EI} \cdot \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) = \frac{-1 \cdot 1^3}{2 \cdot 10^8 \cdot 2.67 \cdot 10^{-7}} \cdot \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\sin 2\pi}{4} \right) = -29.42 \text{ мм}$$

Вертикальное перемещение:

$$v = \frac{F_x R^3}{EI} \cdot \frac{(1 - \cos \alpha)^2}{2} = \frac{-1 \cdot 1^3}{2 \cdot 10^8 \cdot 2.67 \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{(1 - \cos \pi)^2}{2} = -37.45 \text{ мм}$$

Угловое перемещение:

$$\theta_z = \frac{F_x R^2}{EI} \cdot (1 - \cos \alpha) = \frac{-1 \cdot 1^2}{2 \cdot 10^8 \cdot 2.67 \cdot 10^{-7}} \cdot (1 - \cos \pi) = -3.745 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$$

Поперечная сила из условия равновесия:

$$Q = F_x$$

### 1.4.2 Численное решение в АСТРА-АЭС'2009

Результатами расчета являются линейные ( $u, v$ ) и угловые ( $\theta_z$ ) перемещения кон-  
сольного торца и усилия в заделке. Линейные перемещения показаны на рис. 1.7.

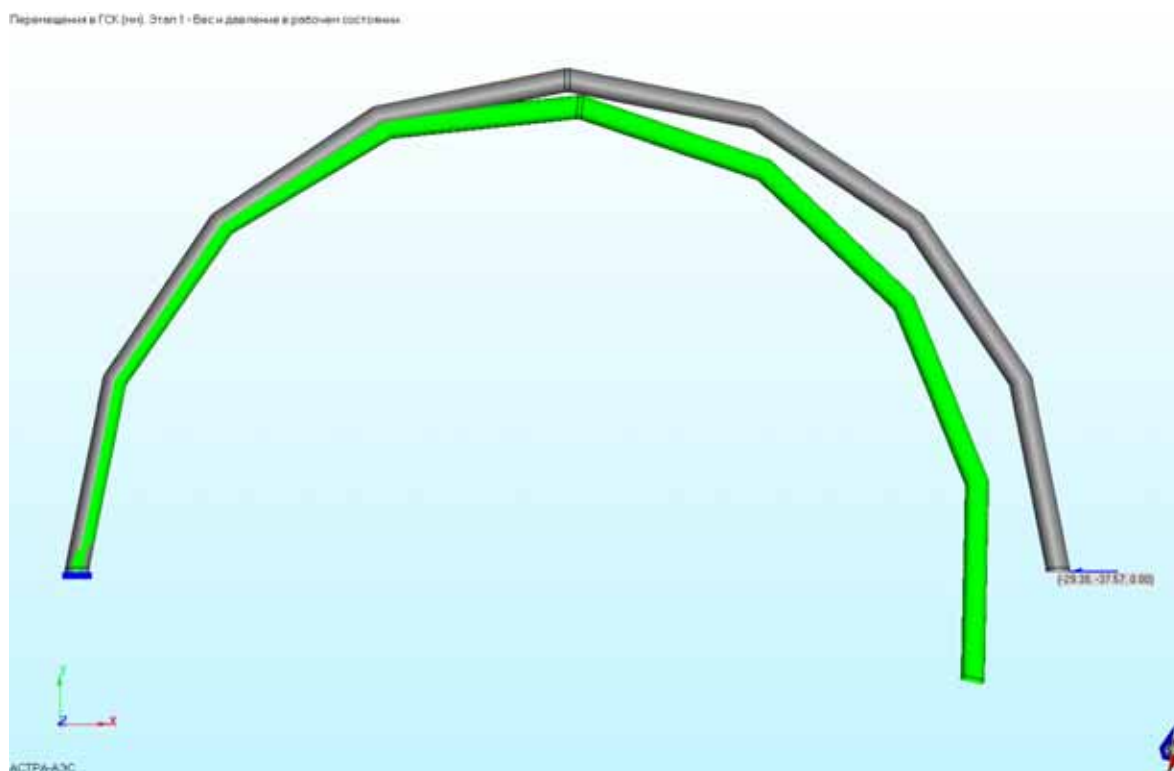


Рис.1.7 АСТРА-АЭС'2009. Перемещения полукольца под действием сосредоточенной силы  $F_x$ , приложенной в его плоскости, мм

### 1.4.3 Сравнение результатов

Сравнение результатов расчета по ПК *АСТРА-АЭС'2009* с аналитическим решением [1], ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС 6.1 [2] и ПК ANSYS [3] приведено в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Сопоставление результатов

| Вариант                            | $U$ , мм      | $V$ , мм      | $\theta_z \times 10^2$ , рад | $Q_x$ , кН    |
|------------------------------------|---------------|---------------|------------------------------|---------------|
| Теория [1]                         | -29.42        | -37.45        | -3.745                       | -1.000        |
| <i>АСТРА-АЭС'2009</i>              | <b>-29.38</b> | <b>-37.57</b> | <b>-3.739</b>                | <b>-1.000</b> |
| АСТРА-АЭС 6.1 [2]                  | -29.38        | -37.57        | -3.738                       | -1.000        |
| ANSYS [3]                          | -29.45        | -37.45        | -3.745                       | -1.000        |
| $\delta$ , %<br>(расчет vs теория) | 0.10          | 0.64          | 0.16                         | 0.00          |

Результаты по верифицируемой версии *АСТРА-АЭС'2009* идентичны таковым по ранее аттестованной ПК АСТРА-АЭС 6.1[2].

### **1.5 Литература**

1. Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. “Наукова думка”. Киев. 1988 г.
2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.
3. ANSYS 11. Verification manual. 2007.

**Пример 2. Расчет консольного полукольца (гиб, колено трубопровода) на сосредоточенную нагрузку из плоскости. Сопоставление с аналитическим и численным решением<sup>2</sup>**

|  |  |
|--|--|
| <b>Источник(и)</b>                     | 1. Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. “Наукова думка”. Киев. 1988 г.<br>2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995<br>3. ANSYS 11.0. Verification manual, 2007 |
| <b>Тип задачи</b>                      | Статический расчет НДС   |
| <b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b> | Отвод (гиб, колено), прямая труба, мертвая опора (заделка)   |
| <b>Входной файл</b>                    | <a href="#">TEST02.dat</a>   |

### 2.1 Постановка задачи

Рассматривается консольное полукольцо кольцевого поперечного сечения, находящееся под действием сосредоточенной силы, направленной нормально к его плоскости (рис. 2.1).

Требуется определить линейное ( $w$ ) и угловые ( $\theta_y$ ,  $\theta_x$ ) перемещения консольного торца и усилия в заделке.

Провести сравнение с аналитическим решением, приведенным в источнике [1] на стр.407, и с результатами, полученными по аттестованным программам АСТРА-АЭС 6.1 [2] и ANSYS [3].

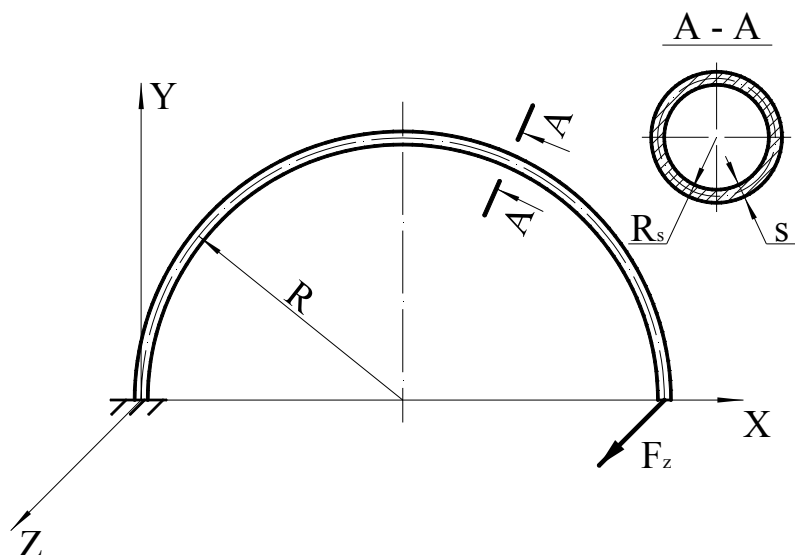


Рис. 2.1 Расчетная схема полукольца под действием сосредоточенной силы

<sup>2</sup> Пример 2 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

## 2.2 Исходные данные

### Геометрические характеристики

- радиус срединной поверхности трубы  $R_s=0.02$  м,
- толщина стенки  $S=0.01$  м,
- радиус гиба  $R=1$  м.

### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E=2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu=0.3$ ;
- плотность материала  $\rho=7.8$  т/м<sup>3</sup>.

### Граничные условия (опоры)

- защемление (заделка) одного из концов.

### Параметры нагрузки

- сосредоточенная сила  $F_z=1$  кН на другом конце.

## 2.3 Расчетная модель

Полукольцо моделируется двумя последовательно соединенными гибом (рис. 2.2–2.3) с малыми прямолинейными участками длиной 10 мм по краям (см. рис. 2.4–2.5). Зона приложения сосредоточенной нагрузки показана на рис. 2.6.

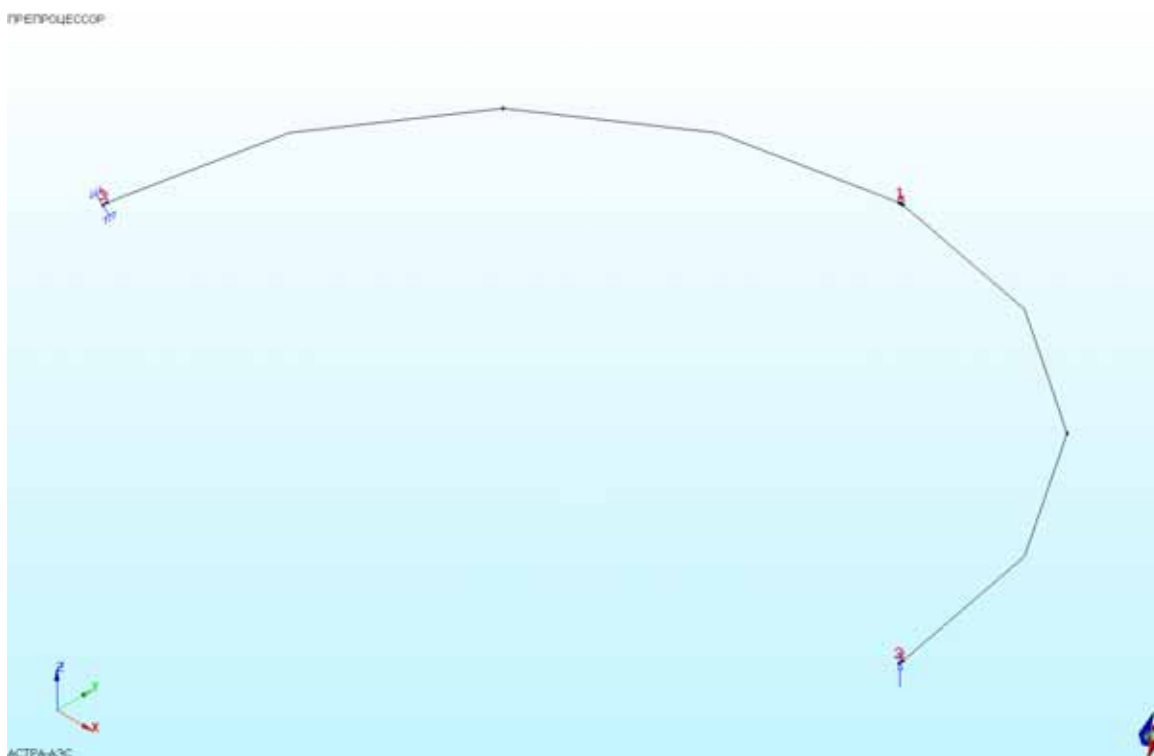


Рис. 2.2 Расчетная АСТРА-модель полукольца. Осевое представление. Узлы, сечения



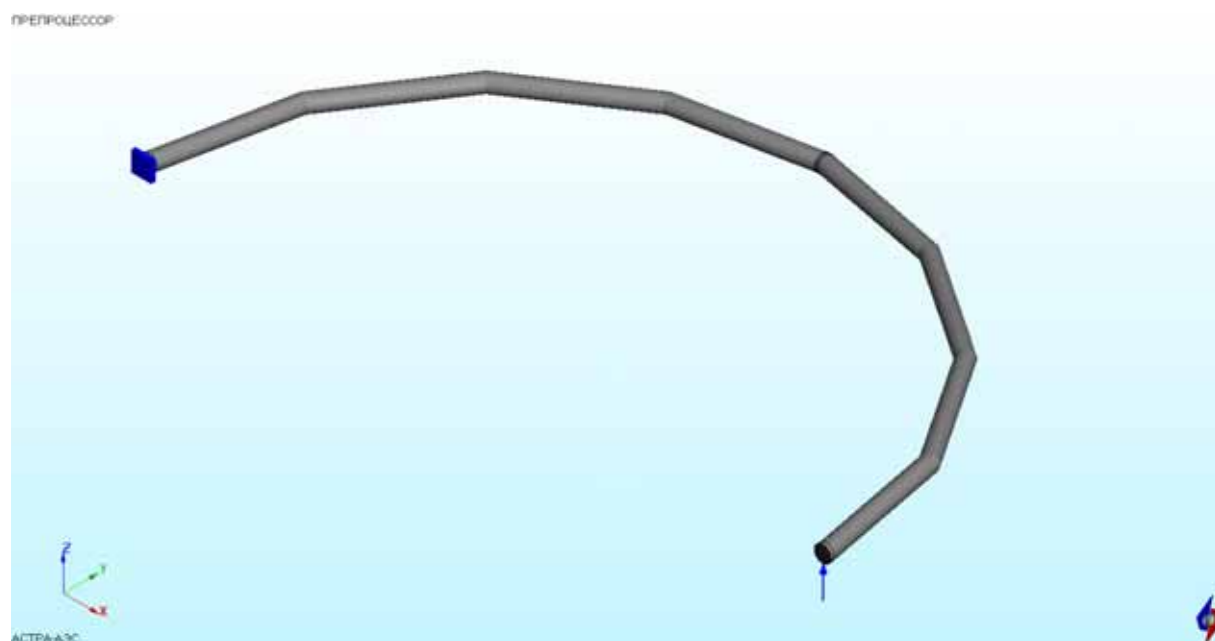


Рис. 2.3 Расчетная АСТРА-модель полукольца. Объемное представление

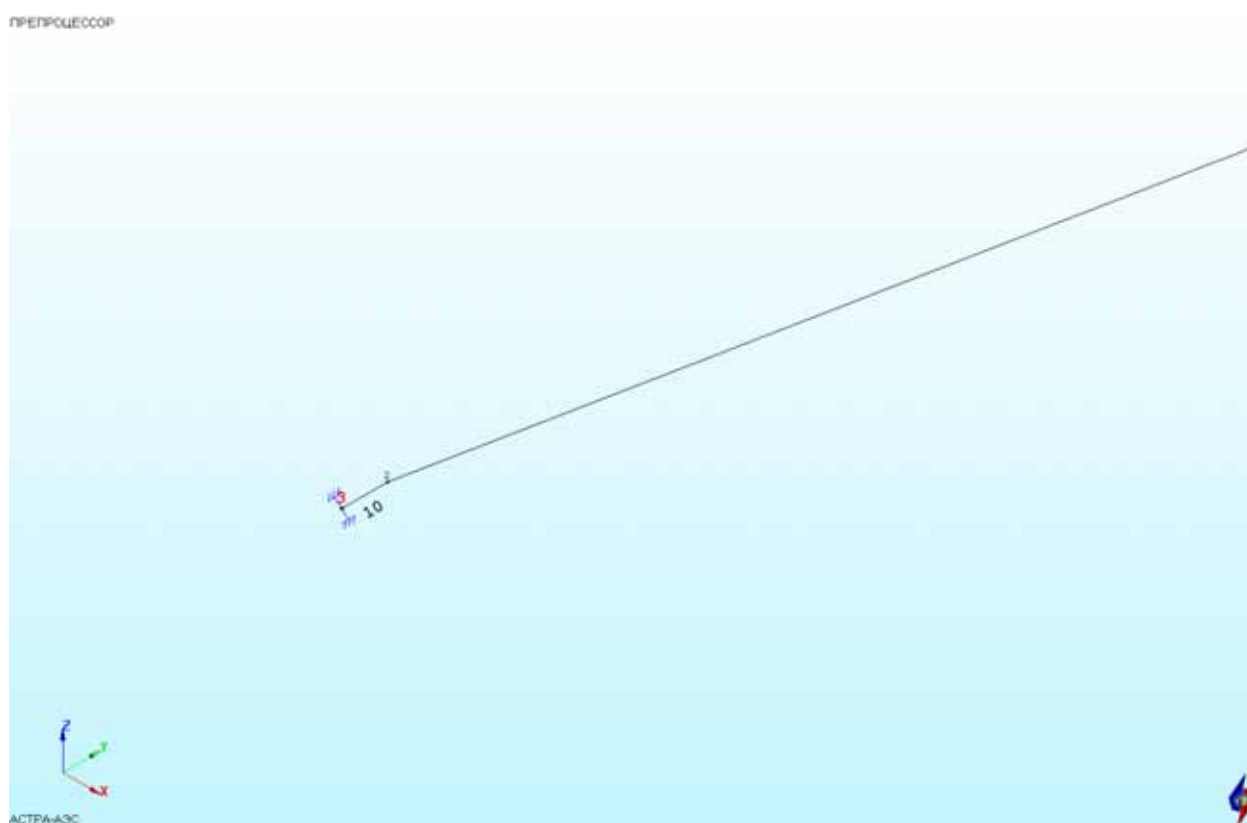


Рис. 2.4 Прямолинейный отрезок (элемент), примыкающий к заделке (размеры – в мм)

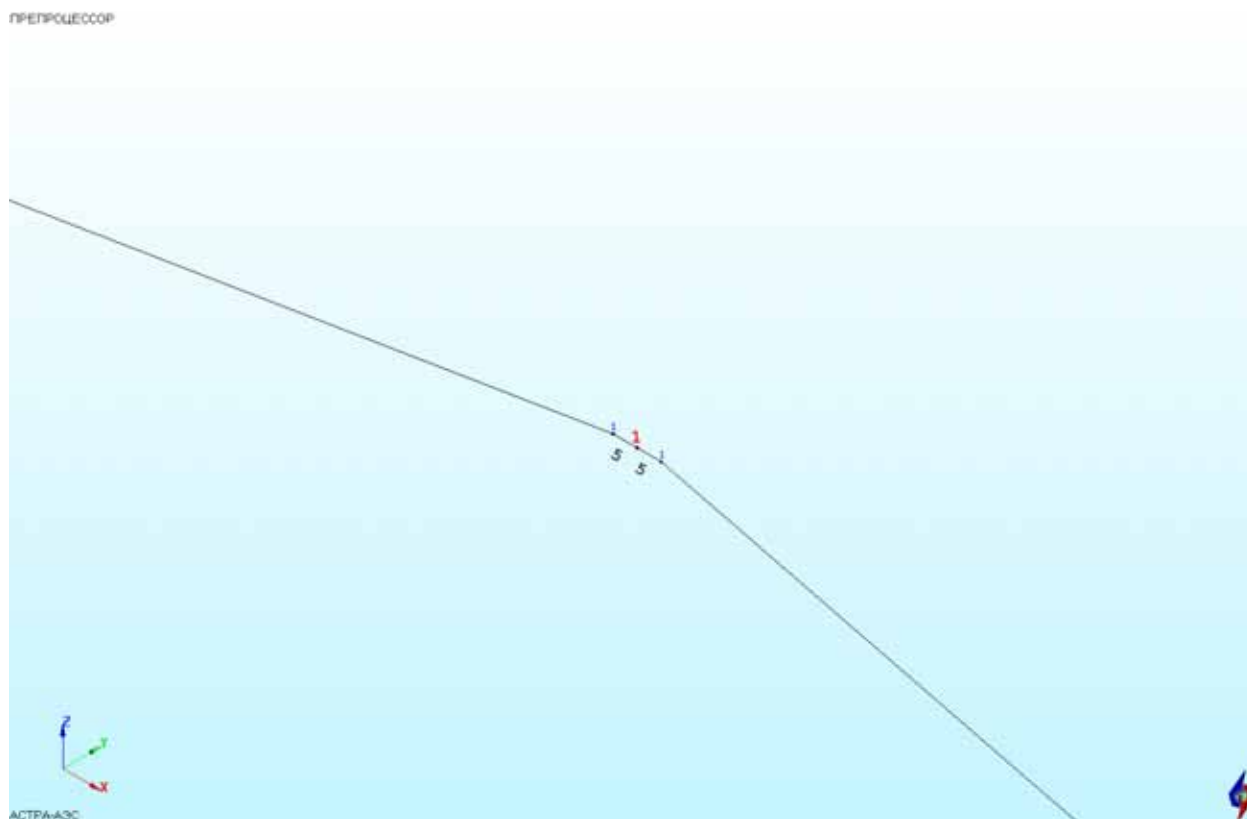


Рис. 2.5 Зона соединения гибов (размеры – в мм)

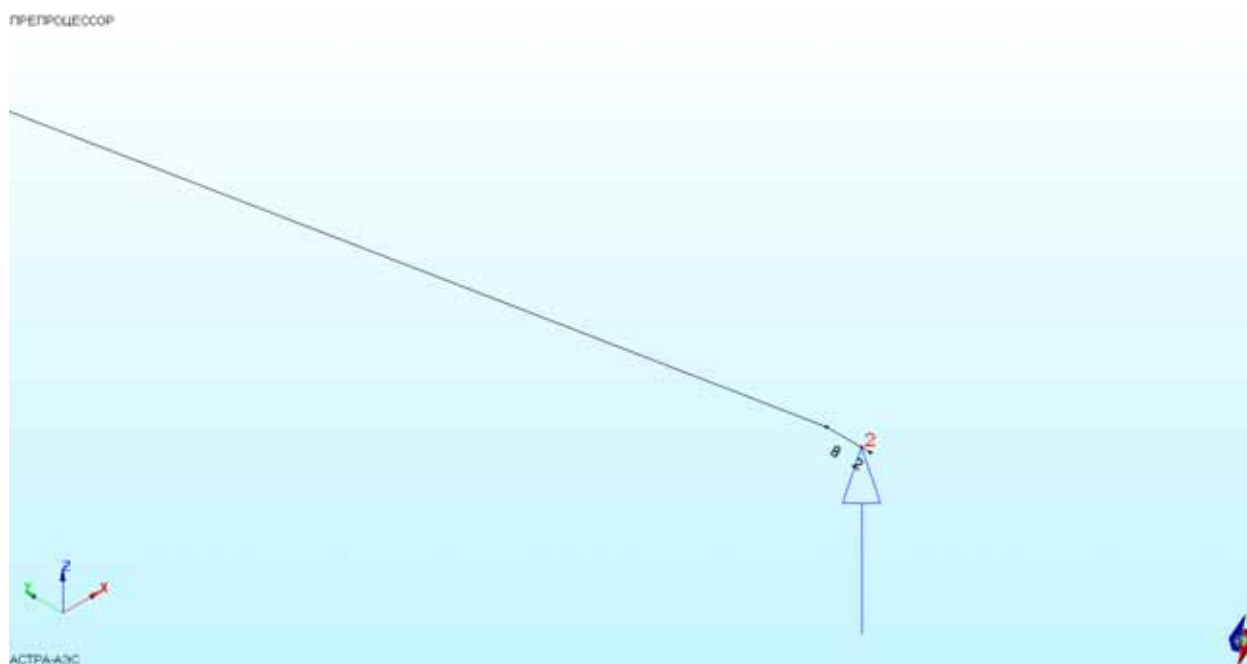


Рис. 2.6 Зона приложения нагрузки (размеры – в мм)

## 2.4 Результаты

### 2.4.1 Аналитическое решение

Получаем по формулам, приведенным в [1] на стр. 407.

Перемещение вдоль оси  $z$

$$W = \frac{F_z R^3}{EI} \cdot \left( \frac{1+3\lambda}{2} \cdot \alpha + \frac{\lambda-1}{4} \cdot \sin 2\alpha - 2\lambda \cdot \sin \alpha \right) =$$

$$= \frac{1 \cdot 1^3}{2 \cdot 10^8 \cdot 2,671 \cdot 10^{-7}} \cdot \left( \frac{1+3 \cdot 1,3}{2} \cdot \pi + \frac{1,3-1}{4} \cdot \sin 2\pi - 2 \cdot 1,3 \cdot \sin \pi \right) = 1,441 \cdot 10^{-1} \text{ м}$$

где

$$I = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} = \frac{3,142}{64} \cdot (0,05^4 - 0,03^4) = 2,671 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4$$

$$\lambda = \frac{EI}{GI_k} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot (D^4 - d^4) \cdot 32}{7,7 \cdot 10^4 \cdot 64 \cdot \pi \cdot (D^4 - d^4)} = 1,3$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = \frac{2 \cdot 10^5}{2 \cdot (1 + 0,3)} = 7,7 \cdot 10^4 \text{ МПа}$$

Угловое перемещение  $\theta_x$ :

$$\theta_x = \frac{-F_z R^2}{EI} \cdot \left[ \frac{\lambda-1}{2} \cdot \sin^2 \alpha + \lambda \cdot (1 - \cos \alpha) \right] =$$

$$= \frac{-0,001 \cdot 1^2}{2 \cdot 10^5 \cdot 2,671 \cdot 10^{-7}} \cdot \left[ \frac{1,3-1}{2} \cdot \sin^2 \pi + 1,3 \cdot (1 - \cos \pi) \right] = -4,867 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$$

Угловое перемещение  $\theta_y$ :

$$\theta_y = \frac{-F_z R^2}{EI} \cdot \left( \frac{\lambda-1}{2} \cdot \sin 2\alpha + \frac{1+\lambda}{2} \cdot \alpha - \lambda \cdot \sin \alpha \right) =$$

$$= \frac{-0,001 \cdot 1^2}{2 \cdot 10^5 \cdot 2,671 \cdot 10^{-7}} \cdot \left( \frac{1,3-1}{2} \cdot \sin 2\pi + \frac{1+1,3}{2} \cdot \pi - 1,3 \cdot \sin \pi \right) = -6,764 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$$

### 2.4.2 Численное решение в АСТРА-АЭС'2009

Результатами расчета являются линейное ( $w$ ) и угловые ( $\theta_y$ ,  $\theta_x$ ) перемещения консольного торца и усилия в заделке. Линейные перемещения показаны на рис. 2.7.

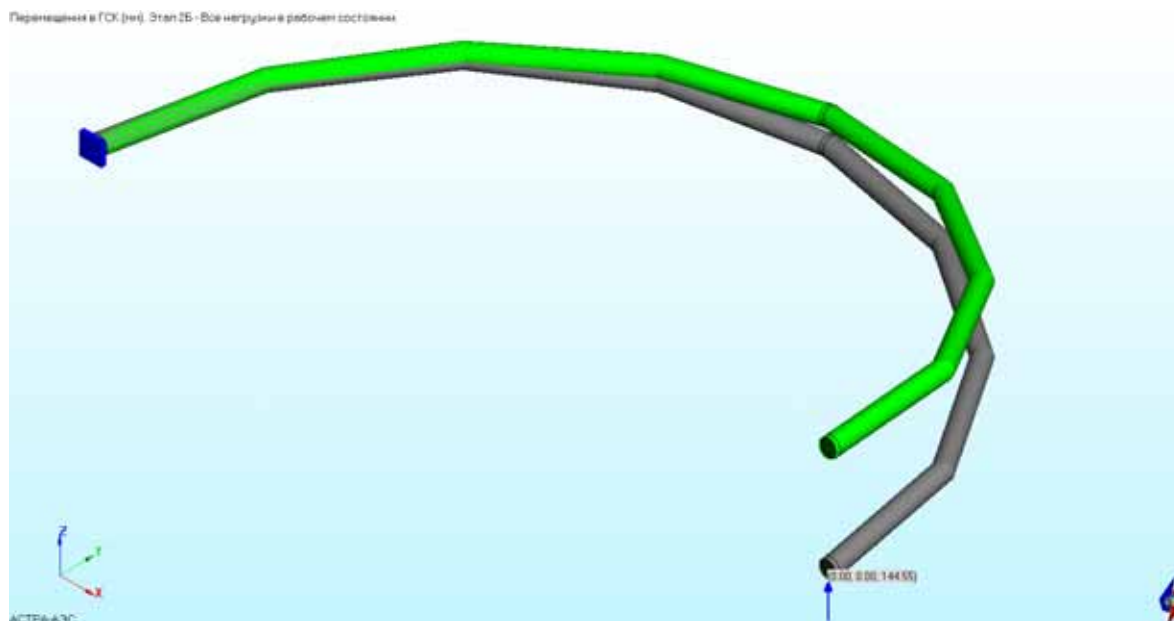


Рис. 2.7 Линейные перемещения полукольца под действием сосредоточенной силы, нормальной к его плоскости, мм

### 2.4.3 Сравнение результатов

Сравнение результатов расчета по ПК АСТРА-АЭС'2009 с аналитическим решением [1], ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС 6.1[2] и ПК ANSYS[3] приведено в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Сопоставление результатов

| Вариант                            | $W$ , мм      | $\theta_x \times 10^2$ , рад | $\theta_y \times 10^2$ , рад | $Q_z$ , кН   |
|------------------------------------|---------------|------------------------------|------------------------------|--------------|
| Теория [1]                         | 144.10        | -4.867                       | -6.764                       | 1.000        |
| <b>АСТРА-АЭС'2009</b>              | <b>144.55</b> | <b>-4.856</b>                | <b>-6.823</b>                | <b>1.000</b> |
| АСТРА-АЭС 6.1 [2]                  | 144.55        | -4.856                       | -6.823                       | 1.000        |
| ANSYS [3]                          | 144.20        | -4.869                       | -6.766                       | 1.000        |
| $\delta$ , %<br>(расчет vs теория) | 0.31          | 0.23                         | 0.87                         | 0.00         |

Результаты по верифицируемой версии АСТРА-АЭС'2009 идентичны таковым по ранее аттестованной ПК АСТРА-АЭС 6.1.

## 2.5 Литература

1. Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. “Наукова думка”. Киев. 1988 г.
2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.
3. ANSYS 11. Verification manual. 2007.

**Пример 3. Защемленное полукольцо под собственным весом. Сопоставление с другими программами<sup>3</sup>**

|  |  |
|--|--|
| <b>Источник(и)</b>                     | 1. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет.<br>НИЦ СтаДиО, 1995<br>2. ANSYS 11. Verification manual. 2007     |
| <b>Тип задачи</b>                      | Статический расчет НДС   |
| <b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b> | Отвод (гиб, колено), прямая труба, мертвая опора (заделка)   |
| <b>Входной файл</b>                    | <a href="#">TEST03V1.dat</a> – вариант с 2-мя гибом<br><a href="#">TEST03V2.dat</a> – вариант с 4-мя гибом |

### 3.1 Постановка задачи

Рассматривается защемленное полукольцо, находящееся под действием собственного веса (рис. 3.1).

Требуется определить максимальный прогиб  $W_{max}$  и усилия в заделке.

Исследовать сходимость алгоритма статического расчета на сгущающейся сетке элементов.

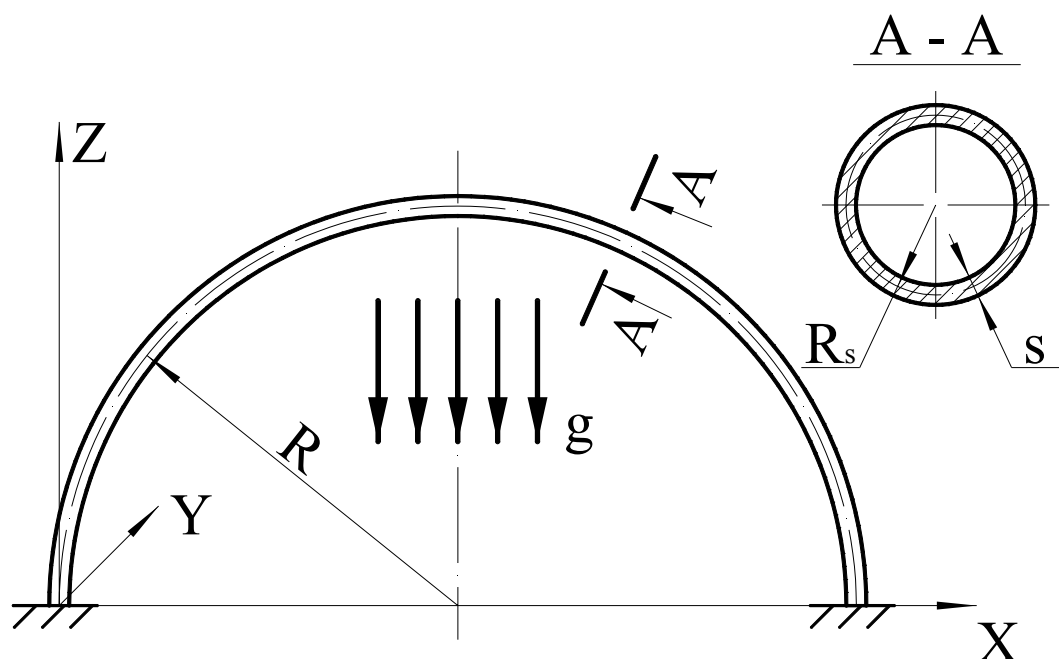


Рис. 3.1 Расчетная схема задачи: полукольцо под действием собственного веса

### 3.2 Исходные данные

*Геометрические характеристики*

- радиус срединной поверхности трубы  $R_s = 0.02$  м,
- толщина стенки  $S = 0.01$  м,
- радиус гiba  $R = 10$  м.

<sup>3</sup> Пример 3 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- плотность материала  $\rho = 7.8$  т/м<sup>2</sup>.

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) обоих концов.

*Параметры нагрузки*

- собственный вес ( $g = 9.81$  м/с<sup>2</sup>).

### 3.3 Расчетная модель

Полукольцо рассчитывалось по нескольким суперэлементным АСТРА-моделям. Рассмотрено 2 варианта. В первом варианте (рис. 3.2) полукольцо моделируется двумя гйбами соединенными малым (10 мм) прямолинейным отрезком; во втором – 4 гйбами, также соединенными малыми (10 мм) отрезками (рис. 3.3).

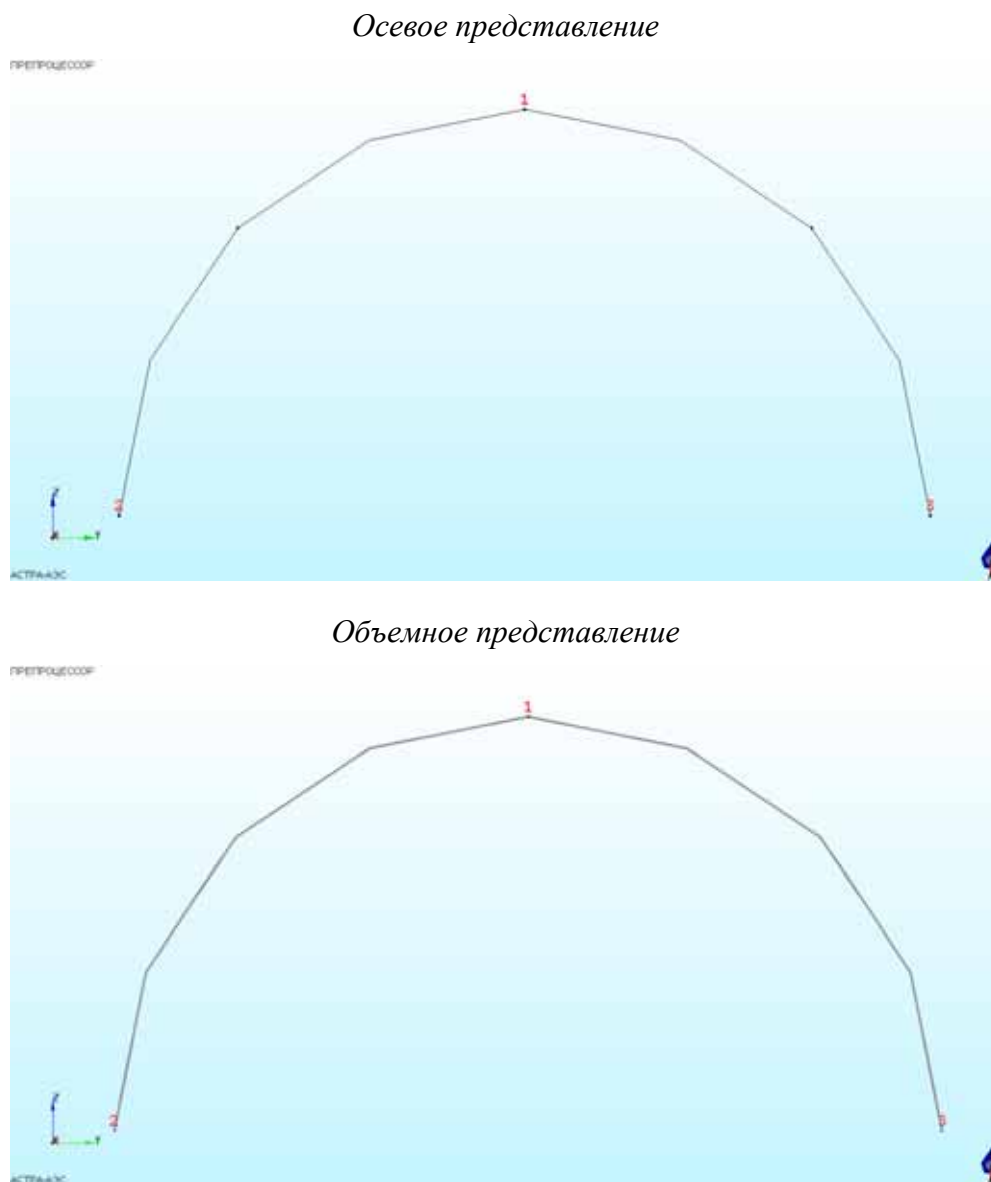
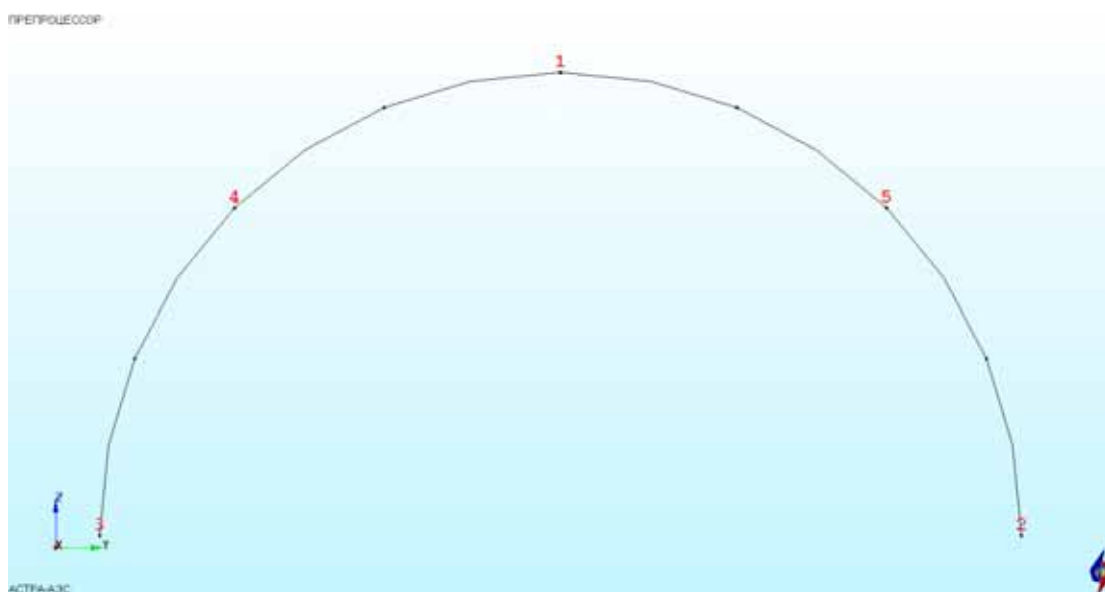


Рис. 3.2 Расчетная АСТРА-модель. Два суперэлемента

*Осевое представление*



*Объемное представление*

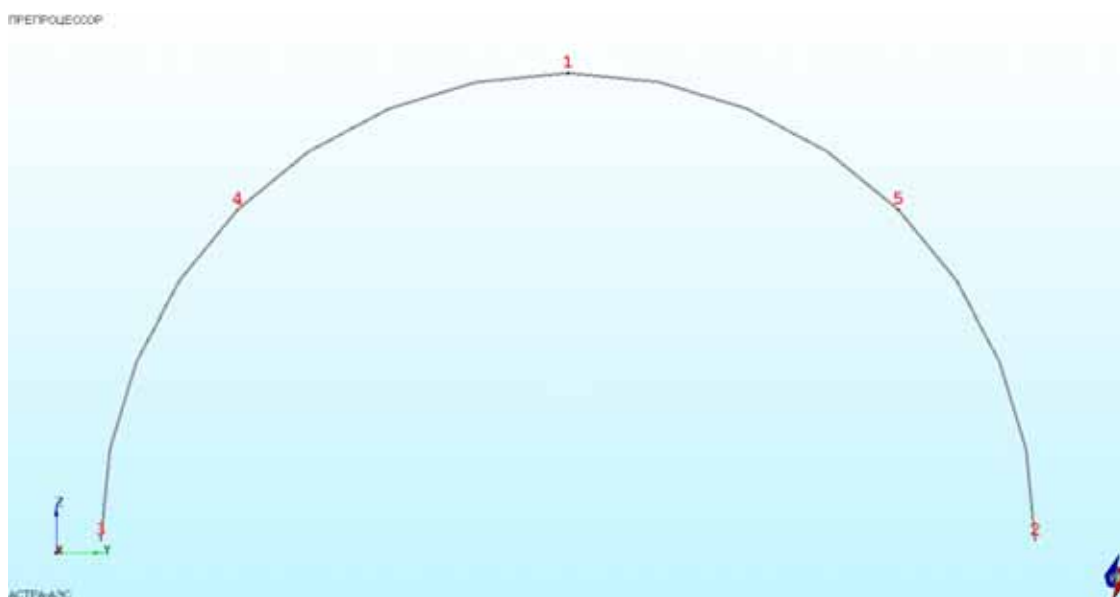


Рис. 3.3 Расчетная АСТРА-модель. Четыре суперэлемента



### 3.4 Результаты

В таблице 3.1. представлены результаты расчета (максимальный прогиб и усилия в заделках) по ПК АСТРА-АЭС'2009, ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС 6.1[1] и по ПК ANSYS[2]. Проводится их сопоставление.

Таблица. 3.1

| Результаты расчета                         |                 |            |            |              |
|--|-----------------|------------|------------|--------------|
| Число супер-элементов                      | $W_{\max}$ , мм | $Q_y$ , кН | $N_z$ , кН | $M_x$ , кН·м |
| <i>АСТРА-АЭС'2009</i>                      |                 |            |            |              |
| 2  | -108.7          | 0.61       | -1.50      | -0.85        |
| 4  | -112.3          | 0.62       | -1.51      | -1.01        |
| АСТРА-АЭС 6.1 [1]                          |                 |            |            |              |
| 2  | -108.8          | 0.61       | -1.50      | -0.85        |
| 4  | -112.4          | 0.62       | -1.51      | -1.01        |
| ANSYS [2]                                  | -112.5          | 0.62       | -1.51      | -1.05        |
| $\delta$ , %<br>АСТРА vs<br>ANSYS          | 0.18            | 0.00       | 0.00       | 3.81         |
| $\delta$ , %<br>АСТРА'2009 vs<br>АСТРА 6.1 | 0.09            | 0.00       | 0.00       | 0.00         |

Максимальное расхождение с ANSYS составило 0.18% по перемещениям, 3.81% по опорным реакциям, а с ранее верифицированной версией программы АСТРА-АЭС 6.1 – 0,09% по перемещениям, по опорным реакциям результаты идентичны.

### 3.5 Литература

1. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995
2. ANSYS 11. Verification manual. 2007

**Пример 4. Консоль, нагруженная силой на свободном конце (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением<sup>4</sup>**

|  |  |
|--|--|
| <b>Источник(и)</b>                     | 1. В.И.Феодосьев. Сопротивление материалов. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.<br>2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995 |
| <b>Тип задачи</b>                      | Статический расчет НДС   |
| <b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b> | <i>Стержень кольцевого сечения, мертвая опора (заделка)</i>  |
| <b>Входной файл</b>                    | <a href="#">TEST04.dat</a>   |

#### 4.1 Постановка задачи

*Рассматривается консольная балка квадратного поперечного сечения, нагруженная сосредоточенной силой (рис. 4.1).*

*Требуется определить перемещение консольного конца балки.*

*Провести сравнение с аналитическим решением [1].*

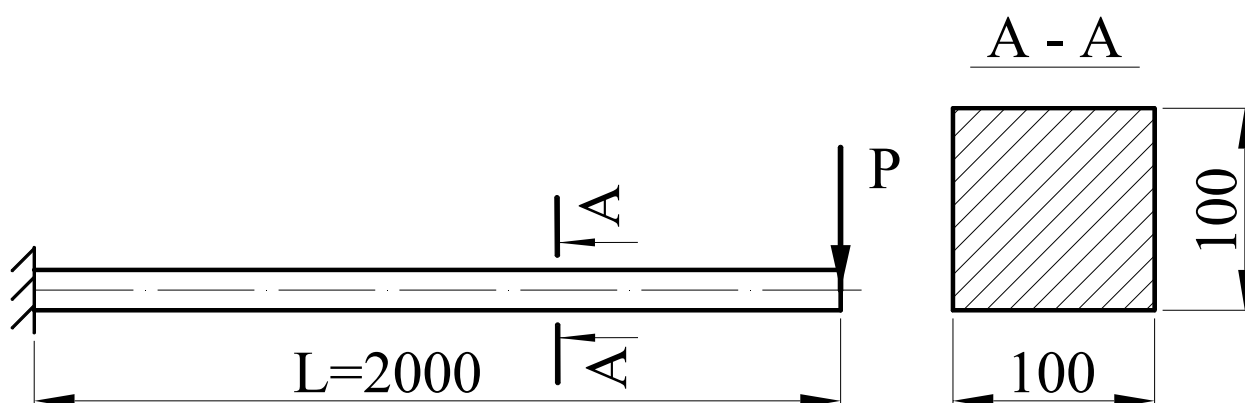


Рис. 4.1 Расчетная схема задачи: консольная балка, нагруженная сосредоточенной силой

#### 4.2 Исходные данные

*Геометрические характеристики*

- длина балки  $L = 2$  м;
- поперечное сечение - квадрат со стороной  $a = 0.1$  м.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 205000$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) одного из концов.

*Параметры нагрузки*

- сосредоточенная сила  $P = 100$  кН на другом конце.

<sup>4</sup> Пример 4 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

### 4.3 Расчетная модель

Консольная балка аппроксимируется двумя прямолинейными участками (суперэлементами), состоящими из различного количества элементов (см. рис. 4.2–4.3). Суперэлемент с узлами 1 и 3 образован двумя элементами одинаковой длины (0.5 м), а суперэлемент с узлами 1 и 2 – тремя элементами различной длины (0.5; 0.3 и 0.2 м).

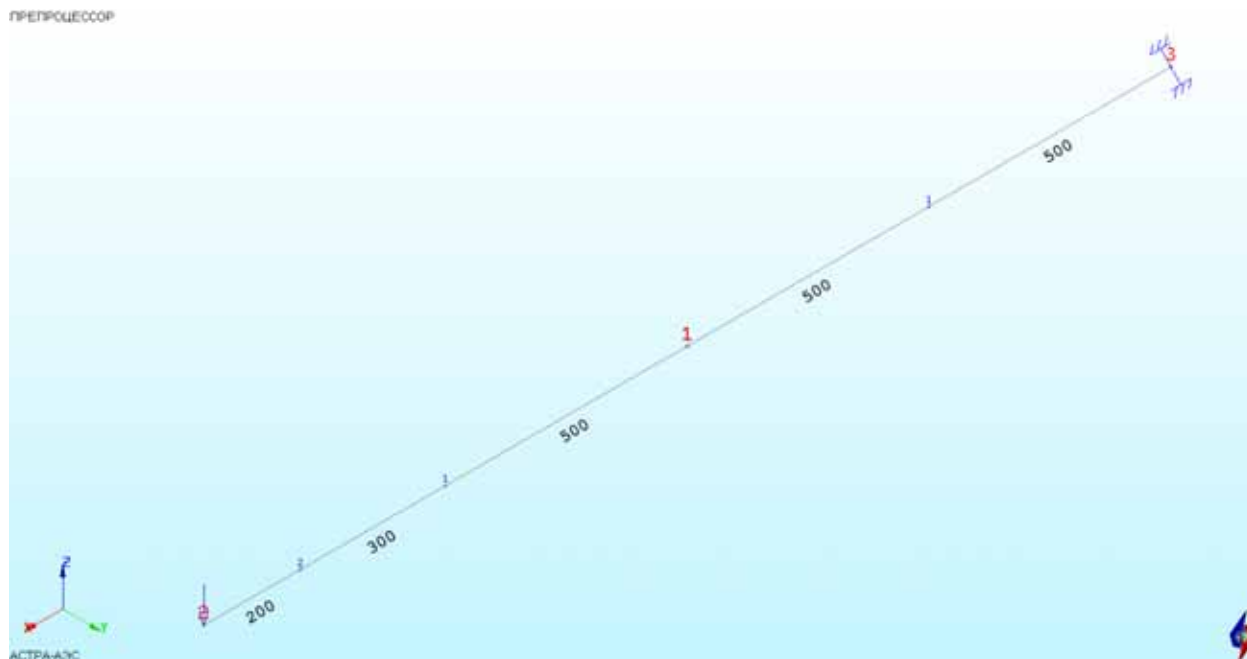


Рис.4.2 Расчетная АСТРА-модель. Осевое представление



Рис. 4.3 Расчетная АСТРА-модель. Объемное (твердотельное) представление

## 4.4 Результаты

### 4.4.1 Аналитическое решение

Перемещение конца балки  $\delta$  под действием силы  $P$  равно:

$$\delta = \frac{PL^3}{3EJ_{x,y}} = \frac{100 \cdot 8}{3 \cdot 205000 \cdot 10^3 \cdot 8.333 \cdot 10^{-6}} = 0.1561 \text{ м}$$

$$\text{где } J_{x,y} = \frac{a^4}{12} = \frac{0.1^4}{12} = 8.333 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4.$$

Формула взята из [1], стр.234, пример 5.2.

### 4.4.2 Численное решение в ПК АСТРА-АЭС'2009

Деформированная схема и значение прогиба консольного конца для рассматриваемой балки показаны на рис. 4.4 для варианта учета сдвига и на рис. 4.5 для варианта неучета.

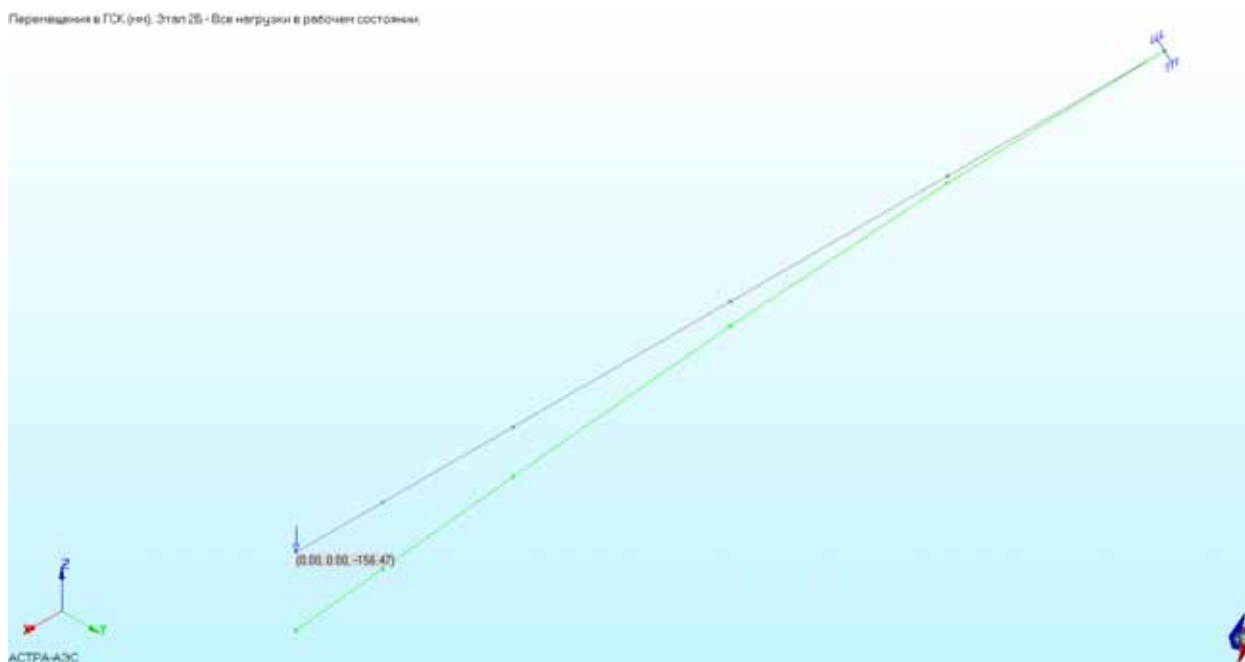


Рис.4.4 Расчетное деформированное состояние при учете сдвига (перемещения в мм)

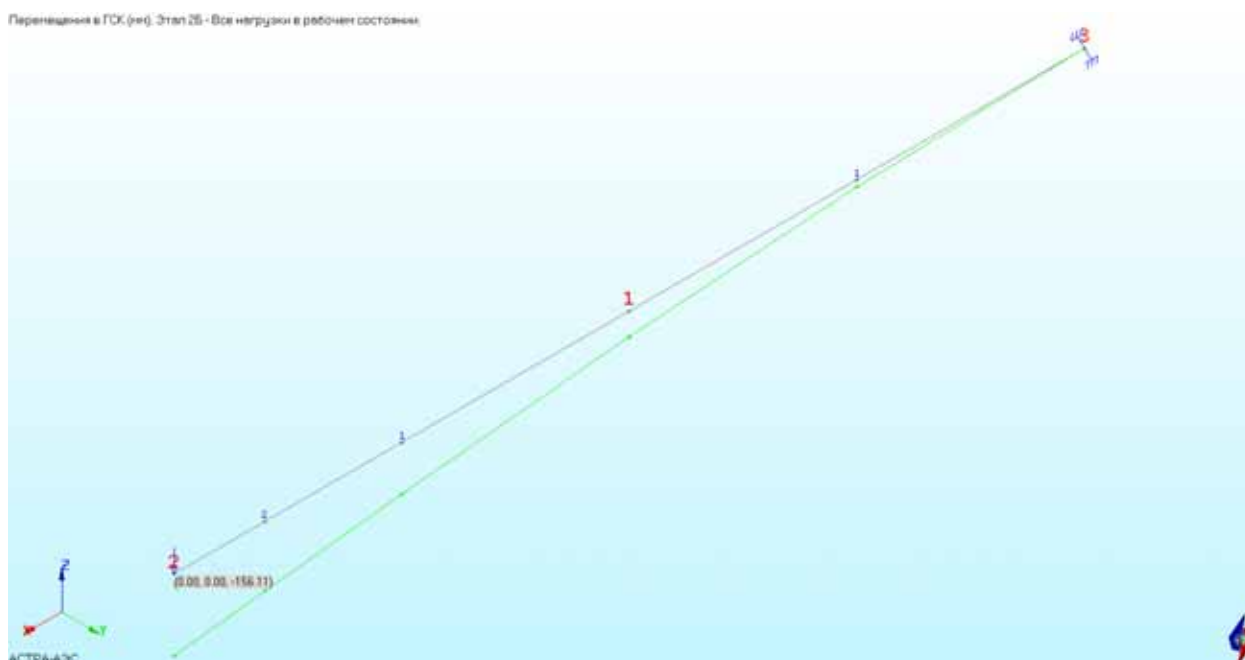


Рис.4.5 Расчетное деформированное состояние при неучете сдвига (перемещения в мм)

#### 4.4.3 Сравнение результатов

Сопоставление результатов расчета по ПК АСТРА-АЭС'2009 с ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС 6.1[2] (при учете сдвига,  $k=1.2$ ) приведено в таблице 4.1, сопоставление с аналитическим решением – в таблице 4.2.

Таблица 4.1

Сравнение с ранее аттестованной версией программы (учет сдвига,  $k = 1.2$ )

| Номер точки | Расстояние от заделки (м) | Перемещения по оси Z, м |                   | Поворот вокруг оси Y, рад |                   |
|-------------|---------------------------|-------------------------|-------------------|---------------------------|-------------------|
|             |                           | АСТРА-АЭС'2009          | АСТРА-АЭС 6.1 [2] | АСТРА-АЭС'2009            | АСТРА-АЭС 6.1 [2] |
| 1           | заделка                   | 0                       | 0                 | 0                         | 0                 |
| 2           | 0.5                       | 0.0135                  | 0.0135            | 0.0512                    | 0.0512            |
| 3           | 1.0                       | 0.0490                  | 0.0490            | 0.0878                    | 0.0878            |
| 4           | 1.5                       | 0.0991                  | 0.0991            | 0.1098                    | 0.1098            |
| 5           | 1.8                       | 0.1331                  | 0.1331            | 0.1159                    | 0.1159            |
| 6           | 2.0                       | 0.1565                  | 0.1565            | 0.1171                    | 0.1171            |

Результаты по верифицируемой версии АСТРА-АЭС'2009 идентичны таковым по ранее аттестованной ПК АСТРА-АЭС 6.1.

Таблица 4.2

## Сравнение результатов численного и аналитического решений

|                     | Аналитическое решение [1] | АСТРА-АЭС'2009               |                            | $\delta$ , %<br>численное решение vs. [1] |
|---------------------|---------------------------|------------------------------|----------------------------|---|
|                     |                           | учет сдвига<br>( $k = 1.2$ ) | неучет сдвига<br>( $k=0$ ) |   |
| прогиб на конце, мм | 156.1                     | <b>156.5</b>                 | <b>156.1</b>               | 0.0                                       |

Результаты, полученные по ПК АСТРА-АЭС'2009 для балки без учета сдвига, совпадают с аналитическим решением (в рамках гипотез Бернулли).

#### 4.5 Литература

1. В.И.Феодосьев. Сопротивление материалов. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.
2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.

**Пример 5. Консоль под равномерно распределенной нагрузкой (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением<sup>5</sup>**

|  |  |
|--|--|
| <b>Источник(и)</b>                     | 1. В.И.Феодосьев. Сопротивление материалов. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.<br>2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995 |
| <b>Тип задачи</b>                      | Статический расчет НДС   |
| <b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b> | <i>Стержень кольцевого сечения, мертвая опора (заделка)</i>  |
| <b>Входной файл</b>                    | <a href="#">TEST05.dat</a>   |

### 5.1 Постановка задачи

Рассматривается консольная балка квадратного поперечного сечения, находящаяся под действием равномерно распределенной нагрузки (рис. 5.1).

Требуется определить прогиб в центральной точке А.

Провести сравнение с аналитическим решением [1].

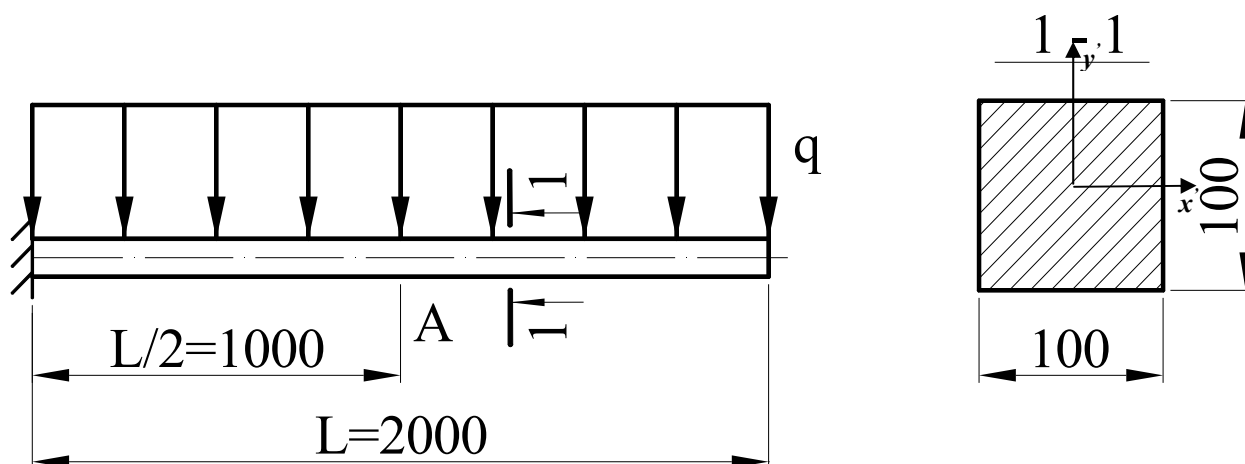


Рис. 5.1 Расчетная схема задачи: консольная балка под действием распределенной нагрузки

### 5.2 Исходные данные

*Геометрические характеристики*

- длина балки  $L = 2$  м;
- поперечное сечение - квадрат со сторонами  $a = 0.1$  м;
- осевые моменты инерции сечения  $J_{x,y} = 8.333 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4$ .

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 205000$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

<sup>5</sup> Пример 5 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

- заземление (заделка) одного из концов.

#### *Параметры нагрузки*

- распределенная нагрузка  $q = -18.1$  кН/м.

### 5.3 Расчетная модель

Консольная балка аппроксимируется двумя равными по длине прямолинейными участками (суперэлементами) (см. рис. 5.2–5.3). Каждый суперэлемент образован 10-ю отрезками длиной по 100 мм.

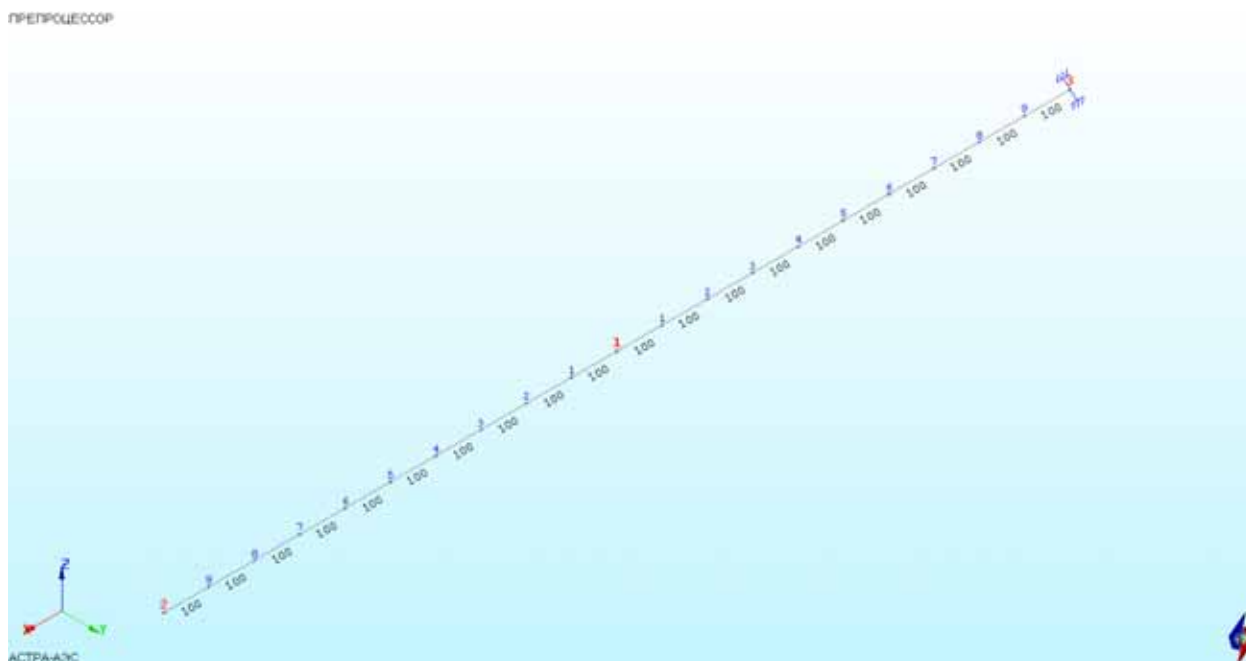


Рис. 5.2 Расчетная АСТРА-модель. Осевое представление

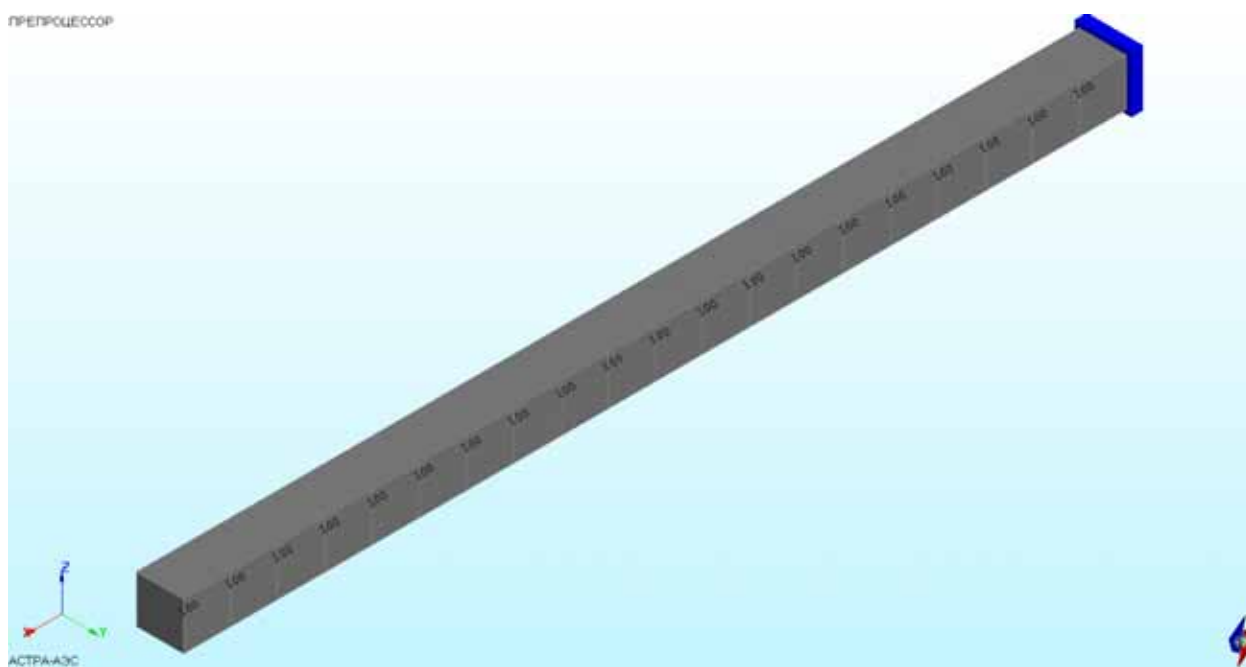


Рис. 5.3 Расчетная АСТРА-модель. Объемное (твердотельное) представление



## 5.4 Результаты

### 5.4.1 Аналитическое решение

Прогиб  $\delta$  центральной точки А балки равен:

$$\delta = \frac{17}{384} \cdot \frac{qL^4}{EJ_{x,y}} = -\frac{17}{384} \cdot \frac{18.1 \cdot 10^3 \cdot 16}{205 \cdot 10^9 \cdot 8.333 \cdot 10^{-6}} = -7.505 \text{ мм.}$$

Формула взята из [1], стр.248, пример 5.9.

### 5.4.2 Численное решение в АСТРА-АЭС'2009

Деформированная схема и значение прогиба в центральной точке балки показаны на рис. 5.4.

Перемещения в ГСК (мм). Этап 25 - Все нагрузки в рабочем состоянии.

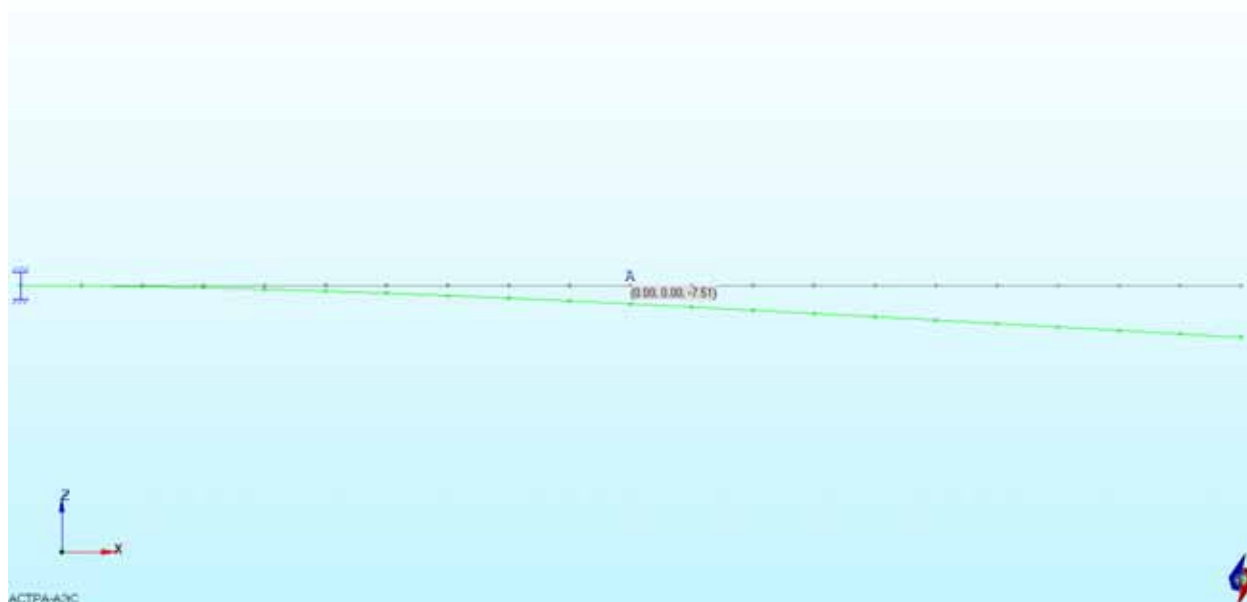


Рис. 5.4 Расчетное деформированное состояние (перемещения в мм)

### 5.4.3 Сравнение результатов

Сопоставление результатов расчета по ПК АСТРА-АЭС'2009 с ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС 6.1 [2] приведено в таблице 5.1, сопоставление с аналитическим решением [1] – в таблице 5.2.

Таблица 5.1

Сравнение с ранее аттестованной версией программы

| Номер точки | Расстояние от заделки, мм | Перемещения по оси Z, мм |                   | Углы поворота вокруг оси Y, рад |                   |
|-------------|---------------------------|--------------------------|-------------------|---------------------------------|-------------------|
|             |                           | АСТРА-АЭС'2009           | АСТРА-АЭС 6.1 [2] | АСТРА-АЭС'2009                  | АСТРА-АЭС 6.1 [2] |
| 1           | заделка                   | 0                        | 0                 | 0                               | 0                 |
| 2           | 100                       | -0.102                   | -0.103            | 0.00202                         | 0.00202           |
| 3           | 200                       | -0.396                   | -0.396            | 0.00383                         | 0.00383           |
| 4           | 300                       | -0.862                   | -0.862            | 0.00545                         | 0.00545           |

| Номер точки | Расстояние от заделки, мм | Перемещения по оси Z, мм |                   | Углы поворота вокруг оси Y, рад |                   |
|-------------|---------------------------|--------------------------|-------------------|---------------------------------|-------------------|
|             |                           | АСТРА-АЭС'2009           | АСТРА-АЭС 6.1 [2] | АСТРА-АЭС'2009                  | АСТРА-АЭС 6.1 [2] |
| 5           | 400                       | -1.481                   | -1.481            | 0.00689                         | 0.00690           |
| 6           | 500                       | -2.235                   | -2.236            | 0.00817                         | 0.00817           |
| 7           | 600                       | -3.109                   | -3.110            | 0.00928                         | 0.00929           |
| 8           | 700                       | -4.087                   | -4.088            | 0.01025                         | 0.01025           |
| 9           | 800                       | -5.154                   | -5.156            | 0.01108                         | 0.01108           |
| 10          | 900                       | -6.298                   | -6.300            | 0.01178                         | 0.01178           |
| <b>11</b>   | <b>1000</b>               | <b>-7.506</b>            | <b>-7.508</b>     | <b>0.01236</b>                  | <b>0.01237</b>    |
| 12          | 1100                      | -8.767                   | -8.770            | 0.01284                         | 0.01284           |
| 13          | 1200                      | -10.071                  | -10.074           | 0.01322                         | 0.01323           |
| 14          | 1300                      | -11.408                  | -11.413           | 0.01352                         | 0.01353           |
| 15          | 1400                      | -12.772                  | -12.777           | 0.01375                         | 0.01375           |
| 16          | 1500                      | -14.156                  | -14.161           | 0.01391                         | 0.01391           |
| 17          | 1600                      | -15.558                  | -15.558           | 0.01402                         | 0.01402           |
| 18          | 1700                      | -16.957                  | -16.963           | 0.01408                         | 0.01409           |
| 19          | 1800                      | -18.367                  | -18.374           | 0.01411                         | 0.01412           |
| 20          | 1900                      | -19.779                  | -19.786           | 0.01413                         | 0.01413           |
| 21          | 2000                      | -21.192                  | -21.200           | 0.01413                         | 0.01413           |

Результаты по верифицируемой версии ПК АСТРА-АЭС'2009 близки к таковым по ранее аттестованной ПК АСТРА-АЭС 6.1. Небольшие различия (0,08% для центральной точки А) обусловлены более точным заданием параметров (осевой момент инерции сечения) в новой расчетной АСТРА-модели.

Таблица 5.2

Сравнение результатов численного и аналитического решений

|                                     | Аналитическое решение [1] | АСТРА-АЭС'2009 | различие, % |
|-------------------------------------|---------------------------|----------------|-------------|
| Прогиб в точке А (см. рис. 5.1), мм | -7.505                    | -7.506         | 0.01        |

Результаты численного расчета по ПК АСТРА-АЭС'2009 практически идентичны (с точностью до 0.01%) результатам аналитического решения [1].

### 5.5 Литература

1. В.И.Феодосьев. Соппротивление материалов. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 1999 г.
2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995

**Пример 6. Консольная балка, нагруженная на конце крутящим моментом (сечение общего вида). Сопоставление с аналитическим решением<sup>6</sup>**

|  |  |
|--|--|
| <b>Источник(и)</b>                     | 1. В.И.Феодосьев. Сопротивление материалов. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.<br>2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995 |
| <b>Тип задачи</b>                      | Статический расчет НДС   |
| <b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b> | Прямая труба, стержень не кольцевого сечения, мертвая опора (заделка)  |
| <b>Входной файл</b>                    | <a href="#">TEST06.dat</a>   |

### 6.1 Постановка задачи

Рассматривается консольная балка квадратного поперечного сечения, нагруженная на свободном краю крутящим моментом (рис. 6.1).

Требуется определить угол поворота в точке приложения нагрузки.

Провести сравнение с аналитическим решением.

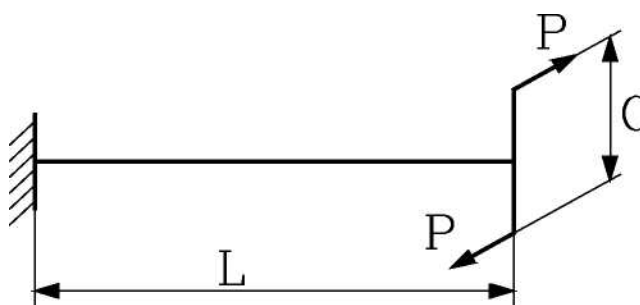


Рис. 6.1 Расчетная схема задачи: балка, нагруженная крутящим моментом

### 6.2 Исходные данные

*Геометрические характеристики*

- длина балки  $L = 1$  м;
- поперечное сечение - квадрат со сторонами  $a = 0.1$  м;
- полярный момент инерции сечения  $J_p = 0.0000141$  м<sup>4</sup>.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 205000$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Параметры нагрузки*

- величины сосредоточенных сил  $P = 100$  кН;
- плечо момента  $C = 2$  м.

<sup>6</sup> Пример 6 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

### 6.3 Расчетная модель

Консольная балка моделируется одним прямолинейным участком (суперэлементом), состоящим из двух конечных элементов одинаковой длины (рис. 6.2–6.3). Крутящий момент задан как пара сил, лежащих в плоскости, перпендикулярной продольной оси балки, для передачи усилий используются два вспомогательных элемента кольцевого сечения.

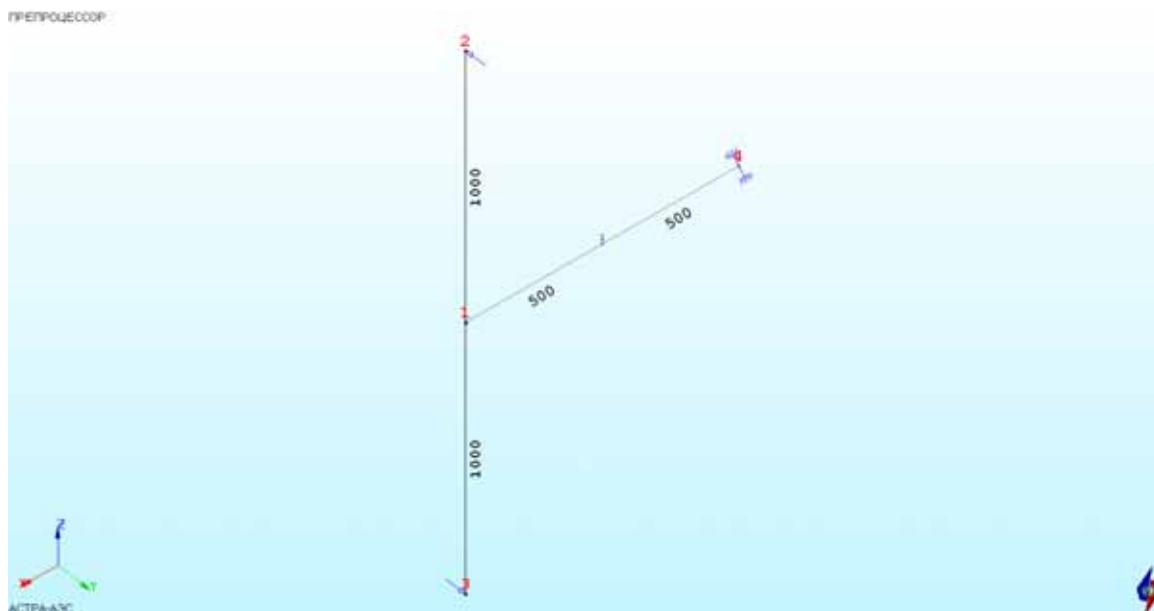


Рис. 6.2 Расчетная АСТРА-модель. «Ниточное» представление

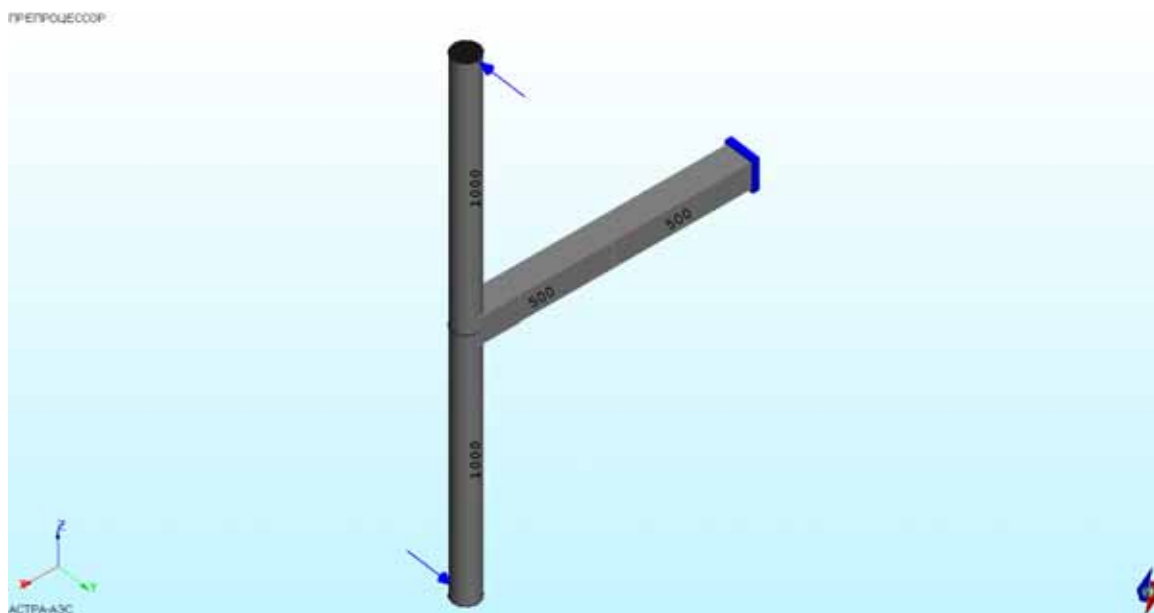


Рис. 6.3 Расчетная АСТРА-модель. Объемное представление

## 6.4 Результаты

### 6.4.1 Аналитическое решение

Воспользуемся формулой, приведенной в [1] на стр. 113.

Угол поворота  $\varphi$  правого торца, нагруженного моментом М равен:

$$\varphi = \frac{ML}{GJ_p} = \frac{100 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2.6}{1.41 \cdot 10^{-5} \cdot 205 \cdot 10^6} = 0.1799 \text{ рад},$$

где:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = \frac{E}{2 \cdot 1.3} = \frac{E}{2.6} = \frac{205 \cdot 10^6}{2.6}$$

### 6.4.2 Численное решение в ПК АСТРА-АЭС'2009

Поворот балки вокруг оси **X** на свободном краю при расчете по комплексу АСТРА-АЭС составил 0,1799 рад, что в точности соответствует значению, полученному по указанной выше формуле.

### 6.4.3 Сравнение результатов

Сопоставление результатов, полученных численно в ПК АСТРА-АЭС'2009, аналитически [1] и в ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС 6.1[2], приведено в таблице 6.1.

Таблица 6.1.

Сравнение результатов аналитического и численного решений

|                 | Аналитическое<br>решение [1] | АСТРА-<br>АЭС 6.1<br>[2] | АСТРА-<br>АЭС'2009 | $\delta$ , %<br>расчет vs. теория |
|-----------------|------------------------------|--------------------------|--------------------|-----------------------------------|
| $\varphi$ , рад | 0.1799                       | <b>0.1799</b>            | 0.1799             | 0.00                              |

## 6.5 Литература

1. В.И.Феодосьев. Сопротивление материалов. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.
2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.

### Пример 7. Опорные конструкции, заданные в местной системе координат. Статический расчет<sup>7</sup>

|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| Источник(и)                     | 1. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.  |
| Тип задачи                      | Статический расчет НДС  |
| Тип(ы) верифицируемых элементов | Прямая труба, направляющая опора, мертвая опора (заделка), опора общего вида  |
| Входной файл                    | <a href="#">TEST07V1(global).dat</a><br><a href="#">TEST07V2(local).dat</a><br><a href="#">TEST07V3(local 60 grad).dat</a><br><a href="#">TEST07V4(local 45 grad).dat</a> |

#### 7.1 Постановка задачи

Рассматриваются три случая задания базового консольного прямолинейного трубопровода относительно основной системы координат.

Требуется проверить идентичность результатов расчета по комплексу АСТРА-АЭС'2009 (перемещения, нагрузки на опоры, напряжения), для различных способов задания ориентации трубопровода.

#### 7.2 Исходные данные

##### Геометрические характеристики

- длина балки  $L = 2$  м;
- наружный диаметр трубы 0.01 м;
- толщина стенки трубы 0.001 м.

##### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 205000$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

##### Граничные условия (опоры)

- защемление (заделка) одного из концов;
- двухсторонняя опора на расстоянии 1.5 м от заделки, запрещающая линейные поперечные перемещения балки.

##### Параметры нагрузки

- вертикальная сосредоточенная нагрузка величиной 100 кН, приложенная на расстоянии 1.9 м от заделки.

#### 7.3 Расчетная модель

За базовый трубопровод принимается модель, состоящая из двух участков (суперэлементов), направляющей опоры в местной системе координат (по двум направлениям) и одной поперечной сосредоточенной силы, действующей рядом с консольным концом балки (рис. 7.1). Другой торец балки защемлен. В таблице 7.1 показаны различные варианты задания опоры в местной системе координат.

Первый вариант характерен тем, что ось балки совпадает с направлением глобальной оси X. Направляющая опора работает по направлениям Y и Z. Поэтому опору можно задать как в глобальной системе координат, так и в местной.

<sup>7</sup> Пример 7 в верификационном отчете комплекса программ АСТРА-АЭС 6.1, 1994 г. ЗАО НИЦ СтаДиО ([www.stadyo.ru](http://www.stadyo.ru) [stadyo@stadyo.ru](mailto:stadyo@stadyo.ru)), 2009

Для второго варианта опора задана в местной системе координат и повернута вокруг глобальной оси  $X$  на  $60^\circ$ . При этом ось балки совпадает с направлением оси  $X$ . Направляющая опора работает по осям  $x''$  и  $y''$ , повернутым относительно местной системы координат на  $60^\circ$ . Так как сосредоточенная нагрузка в  $100\text{ кН}$  задана также под углом  $60^\circ$  к плоскости  $XU$ , она раскладывается на две составляющие:  $50\text{ кН}$  по оси  $Y$  и  $86,6\text{ кН}$  по оси  $Z$ .

В третьем варианте ось балки направлена под углом  $45^\circ$  к глобальным осям  $X$  и  $Y$ . Направляющая опора задана в местной системе координат и работает по направлениям  $x'$  и  $y'$ . Сосредоточенная сила направлена вертикально вниз по оси  $Z$ .

ПРЕПРОЦЕССОР

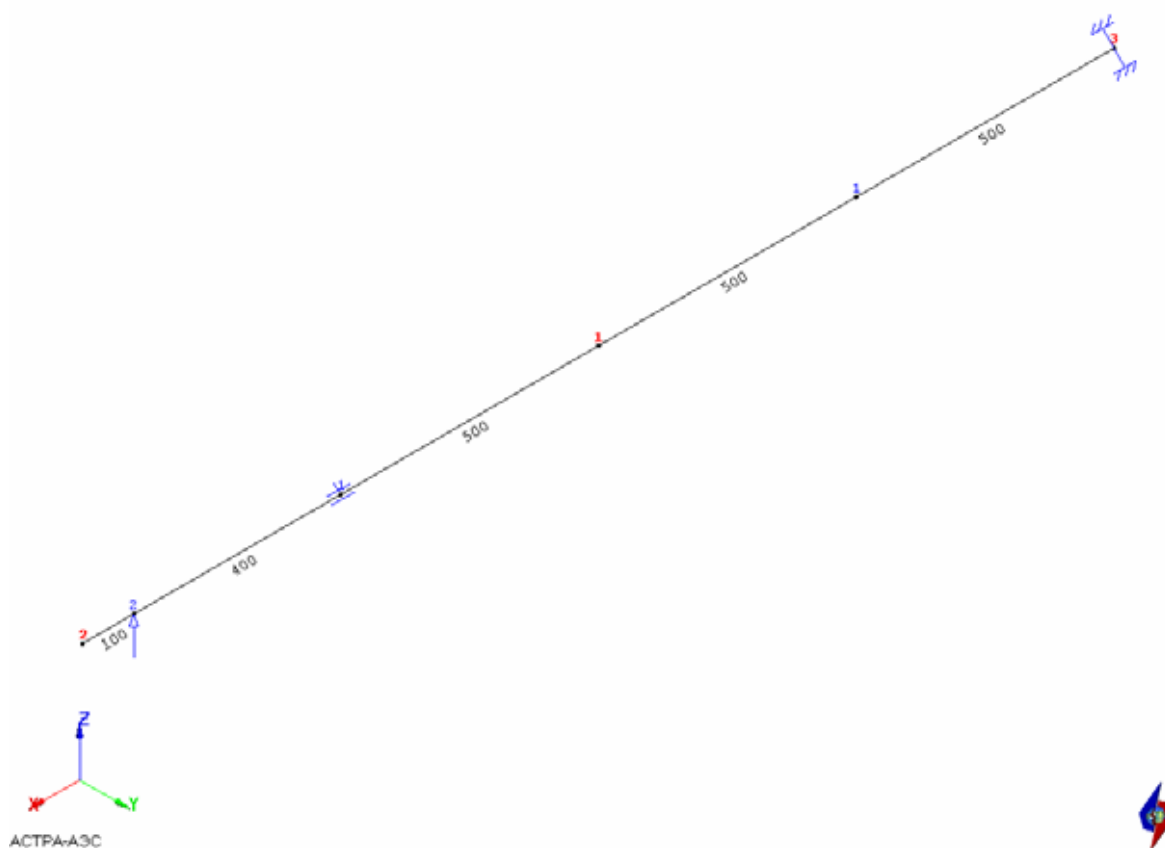
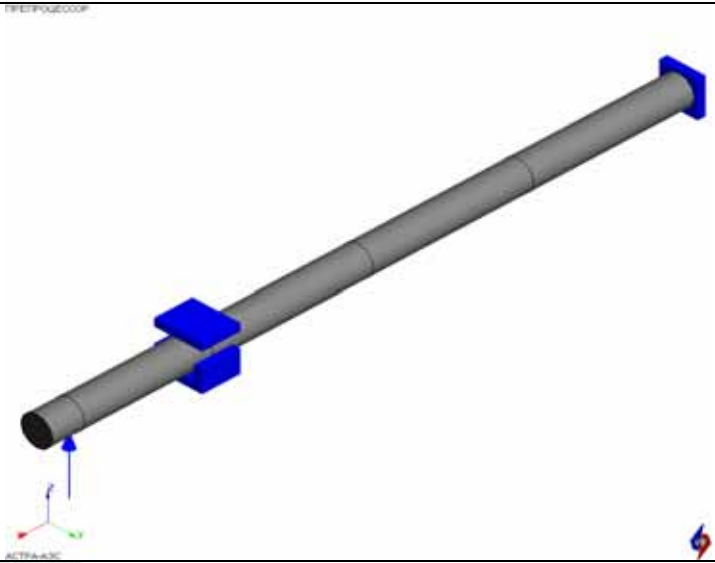
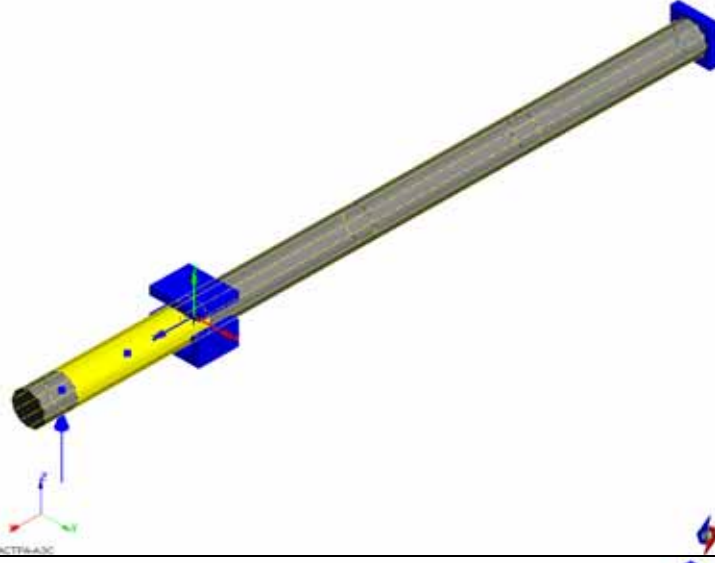
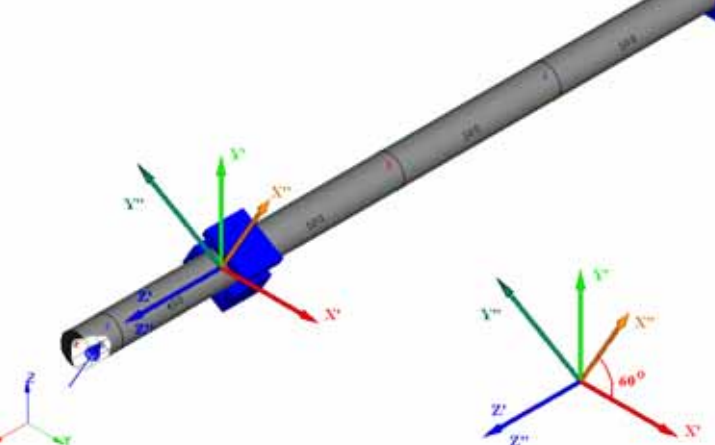


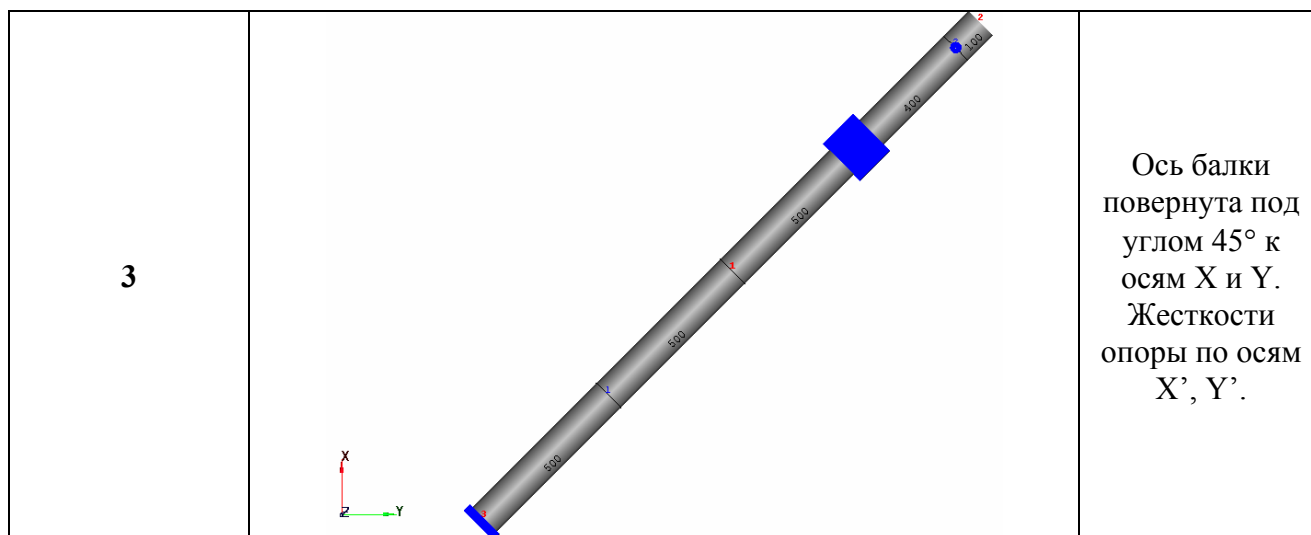
Рис.7.1 Геометрия расчетной АСТРА-модели

Таблица 7.1

## Варианты задания опоры

| Вариант, № | Модель   | Описание  |
|------------|--|---|
| 1a         |    | Жесткости опоры заданы в глобальной системе координат по осям Y и Z.  |
| 1b         |   | Жесткости опоры заданы в местной системе координат по осям X' и Y'.   |
| 2          |  | Жесткости опоры заданы в местной системе координат по осям X'' и Y''. |





## 7.4 Результаты

Результатами расчета являются перемещение точки приложения сосредоточенной силы, нагрузка на направляющую опору, силовые факторы (момент, поперечная сила) и напряжения в заделке, они представлены на рис. 7.2–7.5.

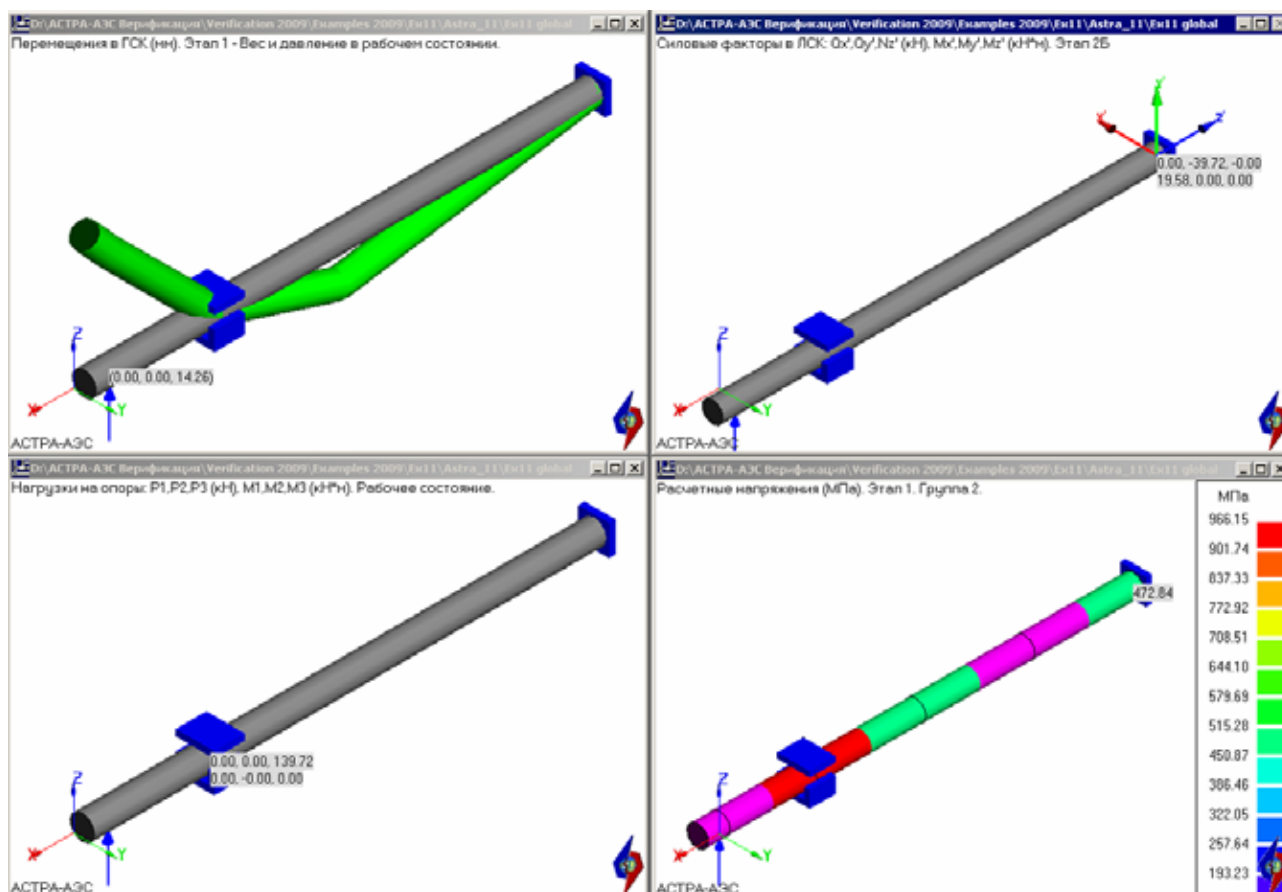


Рис. 7.2 Результаты для варианта расчета 1а (опора задана в глобальной с.к.)

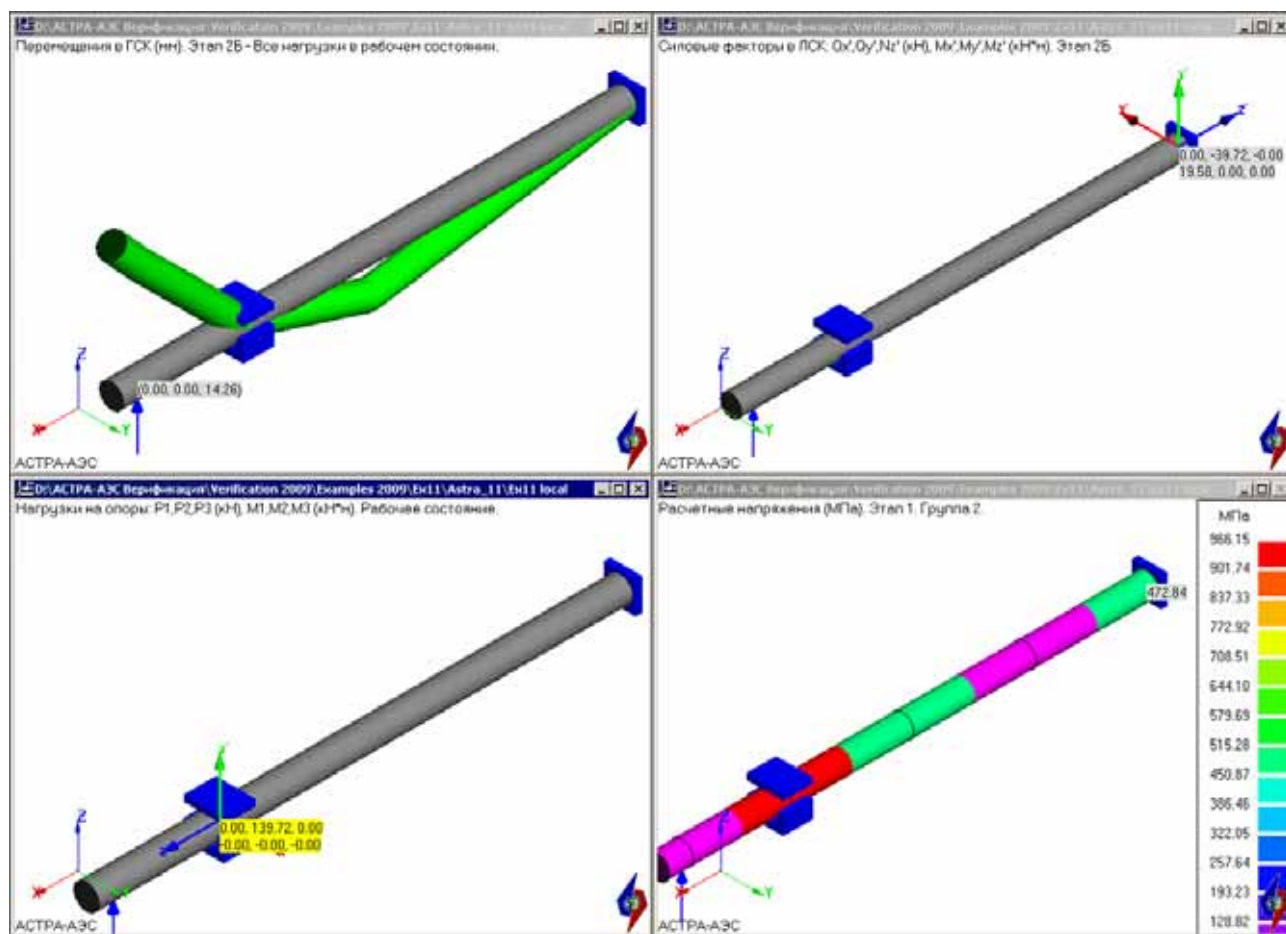


Рис. 7.3 Результаты для варианта расчета 1б (опора задана в местной с.к.)

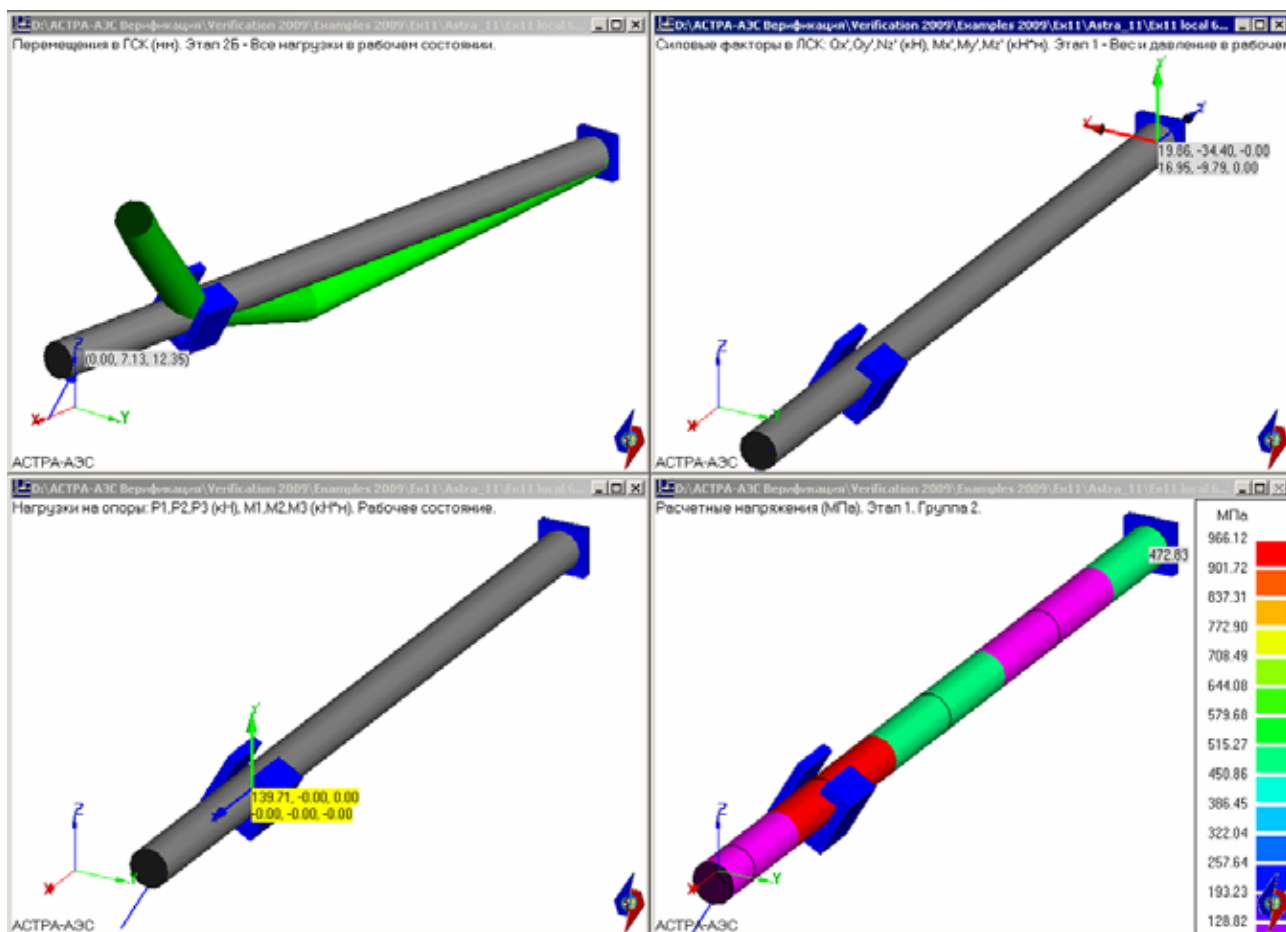


Рис. 7.4 Результаты для варианта расчета 2 (опора повернута на  $60^\circ$ )

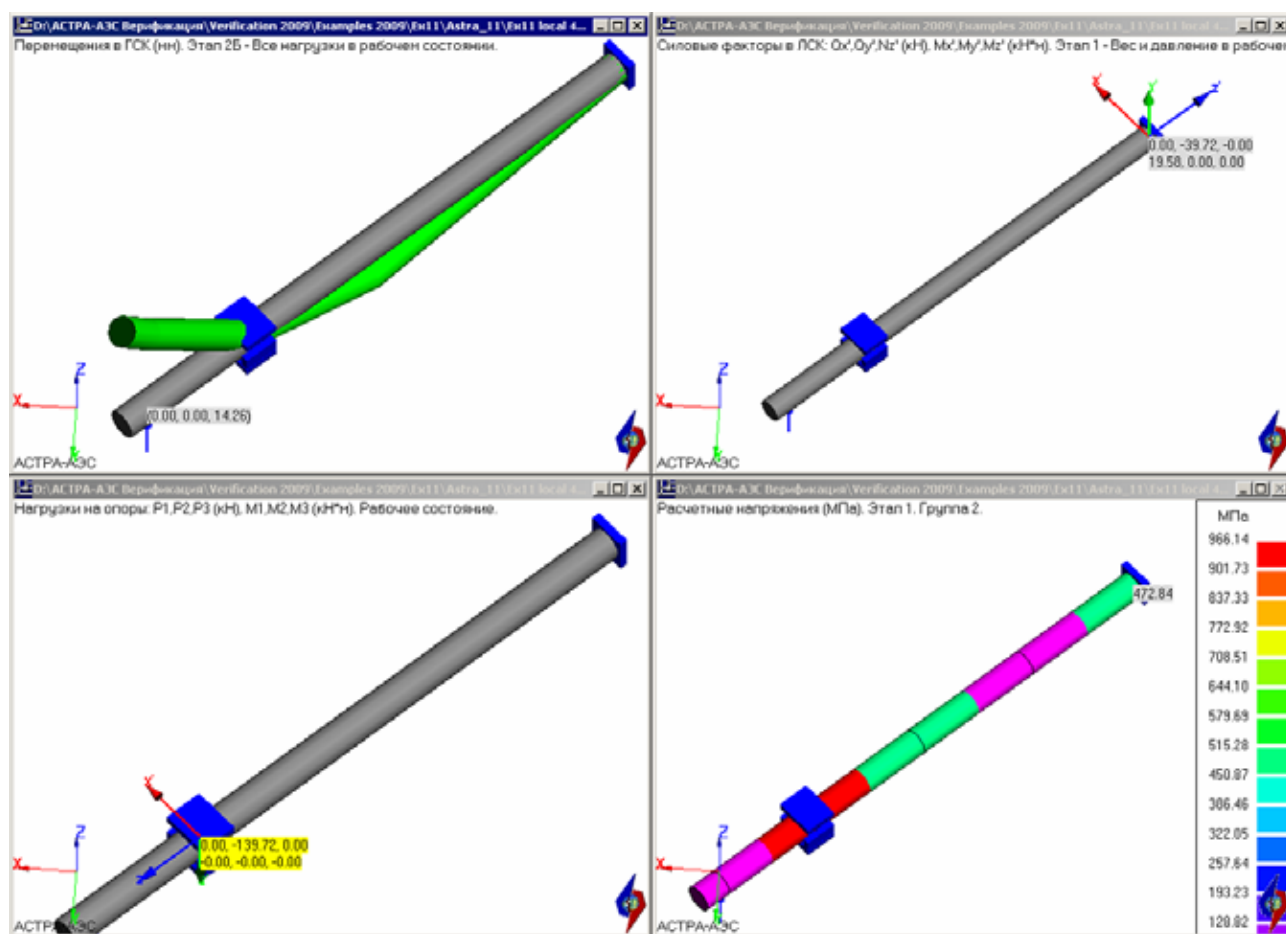


Рис. 7.5 Результаты для варианта расчета 3 (ось балки направлена под углом  $45^\circ$ )

### 7.5 Сопоставление результатов

Результаты расчетов схемы для опоры, заданной как в общей, так и в местной системах координат (варианты *1a* и *1b*), должны полностью совпадать, поскольку опора ориентирована одинаково. В остальных двух вариантах (при вращении опоры) результаты получаются при извлечении корня из суммы квадратов результатов по осям и они должны быть идентичны (с точностью до округления при вычислениях) результатам, полученным для схемы без вращения. Таблица 7.2 подтверждает сделанные предположения.

### 7.6 Литература

1. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.

Таблица 7.2.

## Сопоставление результатов расчета

| Вариант                  | Система коорд. для опоры | Компоненты силы по осям, кН | Угол поворота опоры | Перемещение в точке приложения силы, мм | Нагрузка на опору, кН | Сила в заделке, кН                 | Момент в заделке, кН·м            | Напряжения в заделке, МПа |
|--------------------------|--------------------------|-----------------------------|---------------------|---|-----------------------|------------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| <i>АСТРА-АЭС'2009</i>    |                          |                             |                     |   |                       |                                    |                                   |                           |
| 1a                       | общ.                     | Pz = 100                    | 0°                  | 14.3                                    | 139.72                | 39.72                              | 19.58                             | 472.8                     |
| 1b                       | местн.                   | Pz = 100                    | 0°                  | 14.3                                    | 139.72                | 39.72                              | 19.58                             | 472.8                     |
| 2                        | местн.                   | Py = 50<br>Pz = 86.6        | 60°                 | $\sqrt{12.4^2 + 7.1^2} = 14.3$          | 139.71                | $\sqrt{19.86^2 + 34.40^2} = 39.72$ | $\sqrt{16.95^2 + 9.79^2} = 19.57$ | 472.8                     |
| 3                        | местн.                   | Pz = 100                    | 45°                 | 14.3                                    | 139.72                | 39.72                              | 19.58                             | 472.8                     |
| <i>АСТРА-АЭС'6.1 [1]</i> |                          |                             |                     |   |                       |                                    |                                   |                           |
| 1a                       | общ.                     | Pz = 100                    | 0°                  | 14.3                                    | 139.72                | 39.72                              | 19.58                             | 472.8                     |
| 1b                       | местн.                   | Pz = 100                    | 0°                  | 14.3                                    | 139.72                | 39.72                              | 19.58                             | 472.8                     |
| 2                        | местн.                   | Py = 50<br>Pz = 86.6        | 60°                 | $\sqrt{12.4^2 + 7.1^2} = 14.3$          | 139.71                | $\sqrt{19.86^2 + 34.40^2} = 39.72$ | $\sqrt{16.95^2 + 9.79^2} = 19.57$ | 472.8                     |
| 3                        | местн.                   | Pz = 100                    | 45°                 | 14.3                                    | 139.72                | 39.72                              | 19.58                             | 472.8                     |

Результаты по верифицируемой версии *АСТРА-АЭС'2009* идентичны таковым по ранее аттестованной ПК АСТРА-АЭС 6.1[1].

### Пример 8 Собственные частоты прямолинейной трубы с опорными конструкциями, заданными в местной системе координат<sup>8</sup>

|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| Источник(и)                     | 1. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995   |
| Тип задачи                      | Расчет собственных частот и форм колебаний  |
| Тип(ы) верифицируемых элементов | Прямая труба, направляющая опора, мертвая опора (заделка), опора общего вида  |
| Входной файл                    | <a href="#">TEST08V1(global).dat</a><br><a href="#">TEST08V2(local).dat</a><br><a href="#">TEST08V3(local 60 grad).dat</a><br><a href="#">TEST08V4(local 45 grad).dat</a> |

#### 8.1 Постановка задачи

Рассматриваются три случая расположения опоры в местной системе координат.

Требуется проверить идентичность сопоставимых собственных частот, полученных для аналогичной расчетной схемы с опорой, жесткости которой заданы в общей системе координат. Провести сравнение с ранее верифицированной версией АСТРА-АЭС 6.1[1].

#### 8.2 Исходные данные

*Геометрические характеристики*

- длина балки  $L = 2$  м;
- наружный диаметр трубы 0.01 м;
- толщина стенки трубы 0.001 м.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 205000$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- защемление (заделка) одного из концов
- двухсторонняя опора на расстоянии 1.5 м от заделки, запрещающая линейные поперечные перемещения балки.

*Параметры нагрузки*

- погонная масса  $m = 0.01$  т/м.

#### 8.3 Расчетная модель

Расчетная модель состоит из 2-х суперэлементов (участков). В суперэлементе, примыкающем к заделке – 2 сечения; в суперэлементе, ближайшем к консольному концу – 3 сечения (рис. 8.1). В таблице 8.1 представлены различные варианты задания опоры в местной системе координат.

<sup>8</sup> Пример 8 в верификационном отчете комплекса программ АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

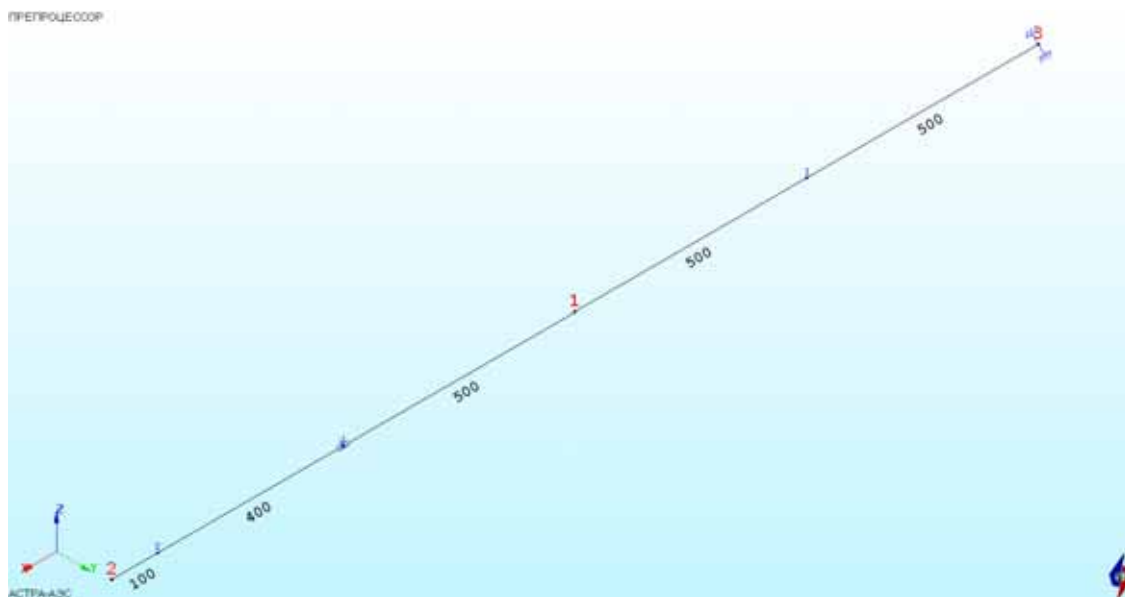


Рис.8.1 Геометрия расчетной АСТРА-модели

В первом варианте, ось балки совпадает по направлению с глобальной осью  $X$ . Направляющая опора работает по направлениям  $Y$  и  $Z$ . Поэтому опора может быть задана как в глобальной системе координат, так и в местной.

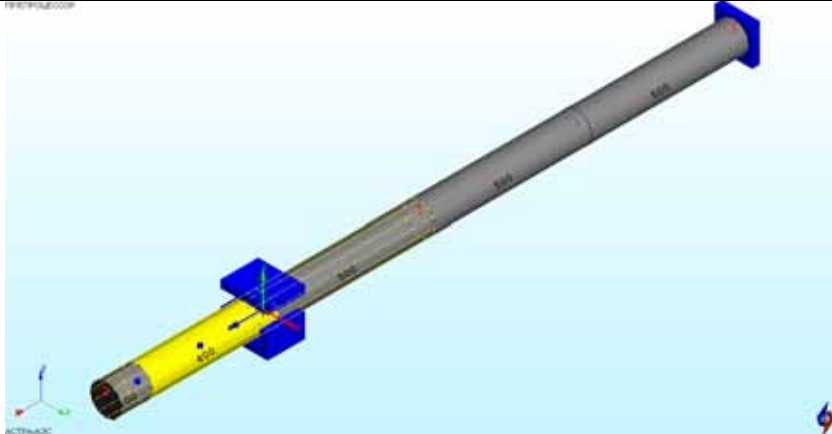
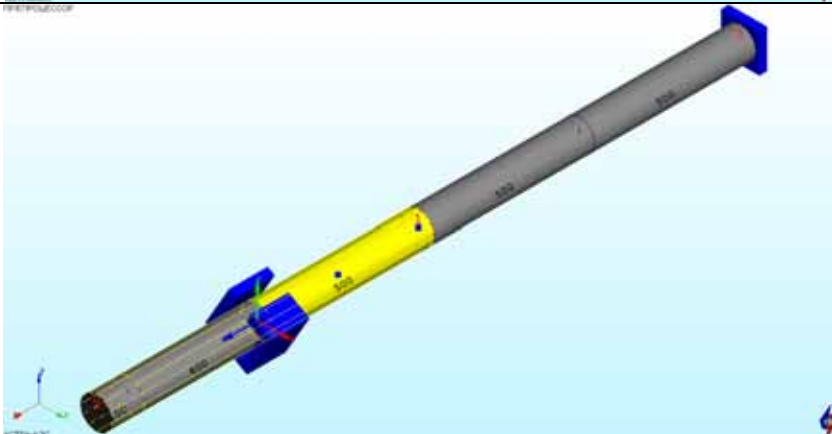
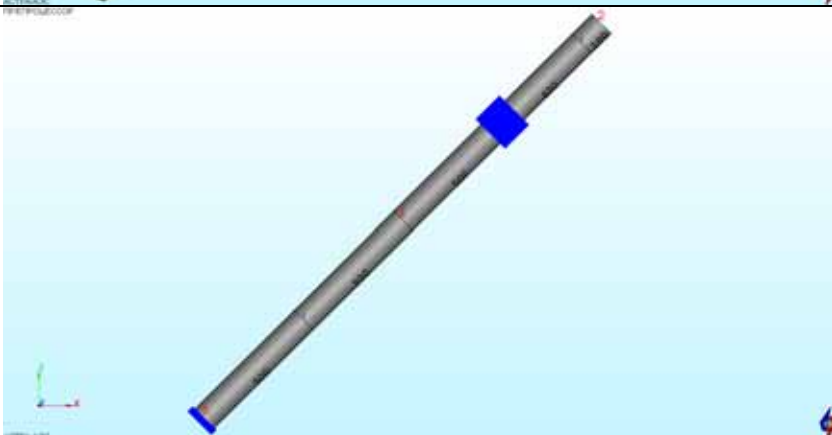
Во втором рассматриваемом варианте опора задана в местной системе координат и повернута вокруг глобальной оси  $X$  на  $60^\circ$ : ось балки совпадает с направлением оси  $X$ . Направляющая опора работает по осям  $X''$  и  $Y''$ , повернутым вокруг глобальной системы на  $60^\circ$ .

В третьем варианте ось балки направлена под углом  $45^\circ$  к глобальным осям  $X$  и  $Y$ . Направляющая опора задана в местной системе координат и работает по направлениям  $X'$  и  $Y'$ .

Таблица 8.1

## Варианты задания опоры

| Вариант, № | Модель | Описание  |
|------------|--------|---|
| 1a         |        | Жесткости опоры заданы в глобальной системе координат по осям $Y$ и $Z$ |

|    |  |   |
|----|--|---|
| 1b |    | <p>Жесткости опоры заданы в местной системе координат по осям <math>X'</math> и <math>Y'</math></p>   |
| 2  |   | <p>Жесткости опоры заданы в местной системе координат по осям <math>X''</math> и <math>Y''</math></p>   |
| 3  |  | <p>Ось балки повернута под углом <math>45^\circ</math> к осям <math>X</math> и <math>Y</math>. Жесткости опоры по осям <math>X'</math>, <math>Y'</math></p> |



Масса стержня приведена к расчетным сечениям. Общее число степеней свободы схемы – 13 (не учитываются совпадающие по направлению с действием опоры), вычисляется 5 низших собственных частот расчетной схемы. Масса балки приведена во все расчетные сечения схемы. Динамическая модель показана на рис. 8.2.

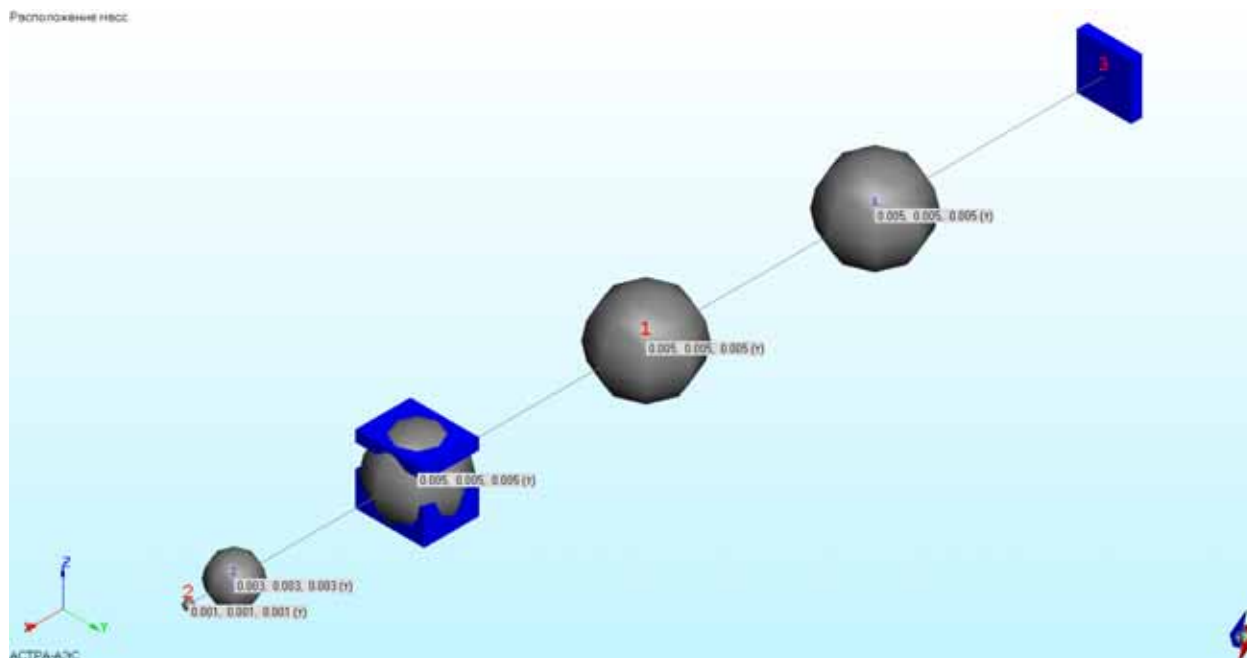


Рис. 8.2 Расчетная динамическая модель

#### 8.4 Результаты

Низшие собственные частоты для трех вариантов расположения опор в местной системе представлены в таблице 8.2. Расчет проводился блочным методом Ланцоша (блочность 1), с точностью 0.00005, частоты вычислены за 11 итераций. Для прямолинейных стержней кольцевого сечения (в частности, рассмотренного прямолинейного трубопровода) собственные частоты не должны зависеть от поворота осей опорной конструкции в плоскости сечения (вариант 1 и 2) и/или всего трубопровода относительно общей системы (варианты 2 и 3).

Таблица 8.2

Расчетные собственные частоты. Сопоставление результатов

| № | Собственные частоты, Гц |               |                |               |                |               |
|---|-------------------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|
|   | Вариант 1               |               | Вариант 2      |               | Вариант 3      |               |
|   | АСТРА-АЭС'2009          | АСТРА-АЭС 6.1 | АСТРА-АЭС'2009 | АСТРА-АЭС 6.1 | АСТРА-АЭС'2009 | АСТРА-АЭС 6.1 |
| 1 | <b>189.62</b>           | 189.62        | <b>189.62</b>  | 189.62        | <b>189.62</b>  | 189.62        |
| 2 | <b>189.62</b>           | 189.62        | <b>189.62</b>  | 189.62        | <b>189.62</b>  | 189.62        |
| 3 | <b>377.45</b>           | 377.45        | <b>377.45</b>  | 377.45        | <b>377.45</b>  | 377.45        |
| 4 | <b>377.45</b>           | 377.45        | <b>377.45</b>  | 377.45        | <b>377.45</b>  | 377.45        |
| 5 | <b>752.61</b>           | 752.61        | <b>752.61</b>  | 752.61        | <b>752.61</b>  | 752.61        |

Данные таблицы 8.2 свидетельствуют о совпадении частот. Максимумы форм колебаний для этих вариантов расчета представлены в таблицах 8.3–8.5.

Таблица 8.3

Вариант 1 (угол поворота опоры в местной системе координат 0°)

| Собственные частоты и формы колебаний системы |                          |              |                               |      |          |        |        |
|---|--------------------------|--------------|-------------------------------|------|----------|--------|--------|
| N частоты                                     | Круговая частота (рад/с) | Частота (Гц) | Форма (максимальные значения) |      |          |        |        |
|   |                          |              | Участок/Узел                  | Сеч. | Линейные |        |        |
|   |                          |              |                               |      | X1       | X2     | X3     |
| 1   | 1191.4                   | 189.62       | 2                             |      | 0.000    | -1.000 | -0.278 |
| 2   | 1191.4                   | 189.62       | 2                             |      | 0.000    | -0.278 | 1.000  |
| 3   | 2371.6                   | 377.45       | 2                             |      | 0.000    | 1.000  | 0.055  |
| 4   | 2371.6                   | 377.45       | 2                             |      | 0.000    | -0.055 | 1.000  |
| 5   | 4728.8                   | 752.61       | 1-3                           | 1    | 0.000    | -0.203 | -1.000 |

Таблица 8.4

Вариант 2 (задан угол поворота опоры в местной системе 60°)

| Собственные частоты и формы колебаний системы |                          |              |                               |      |          |        |        |
|---|--------------------------|--------------|-------------------------------|------|----------|--------|--------|
| N частоты                                     | Круговая частота (рад/с) | Частота (Гц) | Форма (максимальные значения) |      |          |        |        |
|   |                          |              | Участок/Узел                  | Сеч. | Линейные |        |        |
|   |                          |              |                               |      | X1       | X2     | X3     |
| 1   | 1191.4                   | 189.62       | 2                             |      | 0.000    | -1.000 | -0.278 |
| 2   | 1191.4                   | 189.62       | 2                             |      | 0.000    | -0.278 | 1.000  |
| 3   | 2371.6                   | 377.45       | 2                             |      | 0.000    | 1.000  | 0.055  |
| 4   | 2371.6                   | 377.45       | 2                             |      | 0.000    | -0.055 | 1.000  |
| 5   | 4728.8                   | 752.61       | 1-3                           | 1    | 0.000    | -0.203 | -1.000 |

Таблица 8.5

Вариант 3 (балка развернута по отношению к осям X и Y на 45°)

| Собственные частоты и формы колебаний системы |                          |              |                               |      |          |        |        |
|---|--------------------------|--------------|-------------------------------|------|----------|--------|--------|
| N частоты                                     | Круговая частота (рад/с) | Частота (Гц) | Форма (максимальные значения) |      |          |        |        |
|   |                          |              | Участок/Узел                  | Сеч. | Линейные |        |        |
|   |                          |              |                               |      | X1       | X2     | X3     |
| 1   | 1191.4                   | 189.62       | 2                             |      | 1.000    | -1.000 | -0.016 |
| 2   | 1191.4                   | 189.62       | 2                             |      | -0.008   | 0.008  | -1.000 |
| 3   | 2371.6                   | 377.45       | 2                             |      | 1.000    | -1.000 | 0.017  |
| 4   | 2371.6                   | 377.45       | 2                             |      | -0.009   | 0.009  | 1.000  |
| 5   | 4728.8                   | 752.61       | 1-3                           | 1    | -0.602   | 0.603  | 1.000  |

## 8.5 Литература

1. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995

**Пример 9. Собственные частоты стержня с поперечным сечением общего вида. Сопоставление с аналитическим решением<sup>9</sup>**

|  |   |
|--|---|
| <b>Источник(и)</b>                     | 1. Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. “Наукова думка”. Киев. 1988 г.<br>2. И.М.Бабаков. Теория колебаний. Изд. 2. “Наука. Физмат”. 1965<br>3. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995             |
| <b>Тип задачи</b>                      | Расчет собственных частот и форм  |
| <b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b> | <i>Стержень кольцевого сечения, прямая труба, мертвая опора (заделка)</i>   |
| <b>Входной файл</b>                    | <a href="#">TEST09V1(square, 20 masses).dat</a><br><a href="#">TEST09V2(square, 20 masses, shear).dat</a><br><a href="#">TEST09V3(square, 5 masses, shear).dat</a><br><a href="#">TEST09V4(ring, 20 masses).dat</a><br><a href="#">TEST09V5(ring, 5 masses).dat</a> |

### 9.1 Постановка задачи

Рассматривается консольная балка, требуется определить несколько первых собственных частот для случаев квадратного и кольцевого поперечных сечений (рис. 9.1–9.2), эквивалентных по изгибным моментам инерции.

Провести сравнение с аналитическим решением [1,2] и с результатами, полученными по ранее аттестованной версии АСТРА-АЭС 6.1 [3].

### 9.2 Исходные данные

#### Геометрические характеристики

- длина балки  $L = 2.005$  м;
- поперечные сечения с равными изгибными моментами инерции  $J_{x,y} = 8.333 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4$ :
  - а) квадрат со стороной 0.1 м, варианты без учета сдвига и с его учетом ( $\kappa = 1.2$ );
  - б) кольцевое сечение (трубка) наружный диаметр 0.150 м, толщина стенки 0.007281 м, полярный момент инерции  $J_p = 1.410 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$ .

#### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 204990$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

#### Граничные условия (опоры)

- защемление (заделка) одного из концов.

#### Параметры нагрузки

- погонная масса балки  $m = 0.24536$  т/м.

<sup>9</sup> Пример 9 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

### 9.3 Расчетная модель

Консольная балка аппроксимируется двумя прямолинейными суперэлементами. Рассматриваются 2 варианта приведения массы балки в расчетные сечения. В первом (рис. 9.3) масса приведена в 5 точек, длины первых трех элементов (отрезков) 500 мм, длина элемента 3-4 300 мм, 4-5 200 мм; длина последнего элемента 5 мм. Общее число степеней свободы схемы 15, число вычисляемых собственных частот 5. Во втором варианте (рис. 9.4) масса стержня равномерно распределена в точки, отстоящие друг от друга на 200 мм. Общее число степеней свободы 60, количество вычисляемых собственных частот 9.

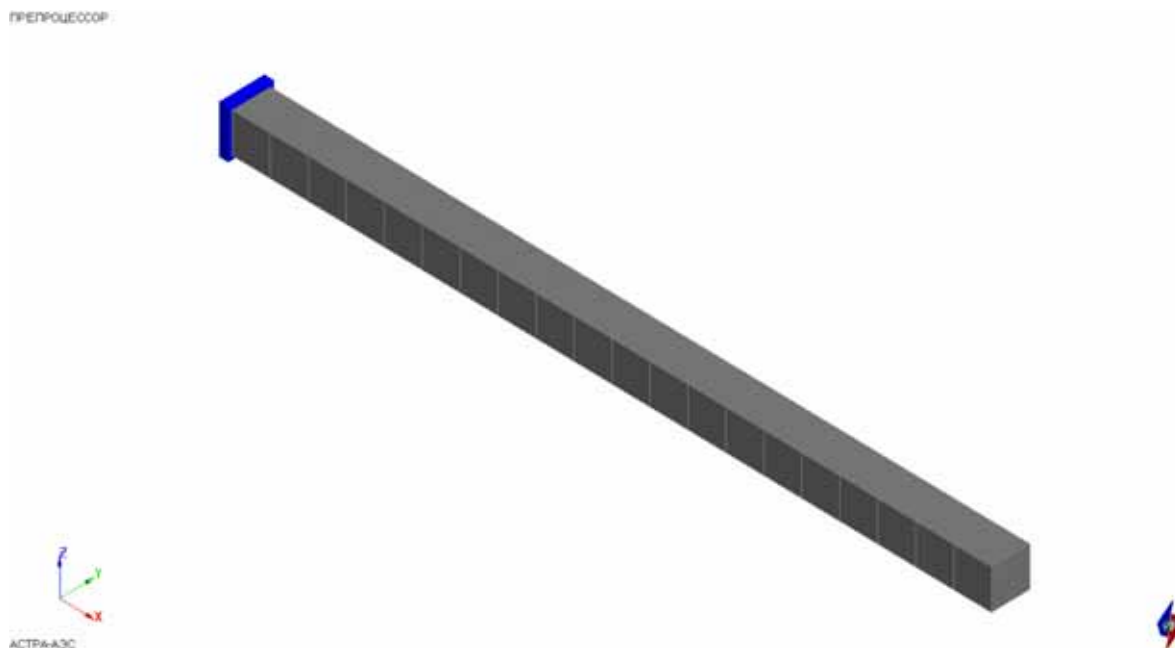


Рис.9.1 Расчетная АСТРА-модель. Квадратное сечение

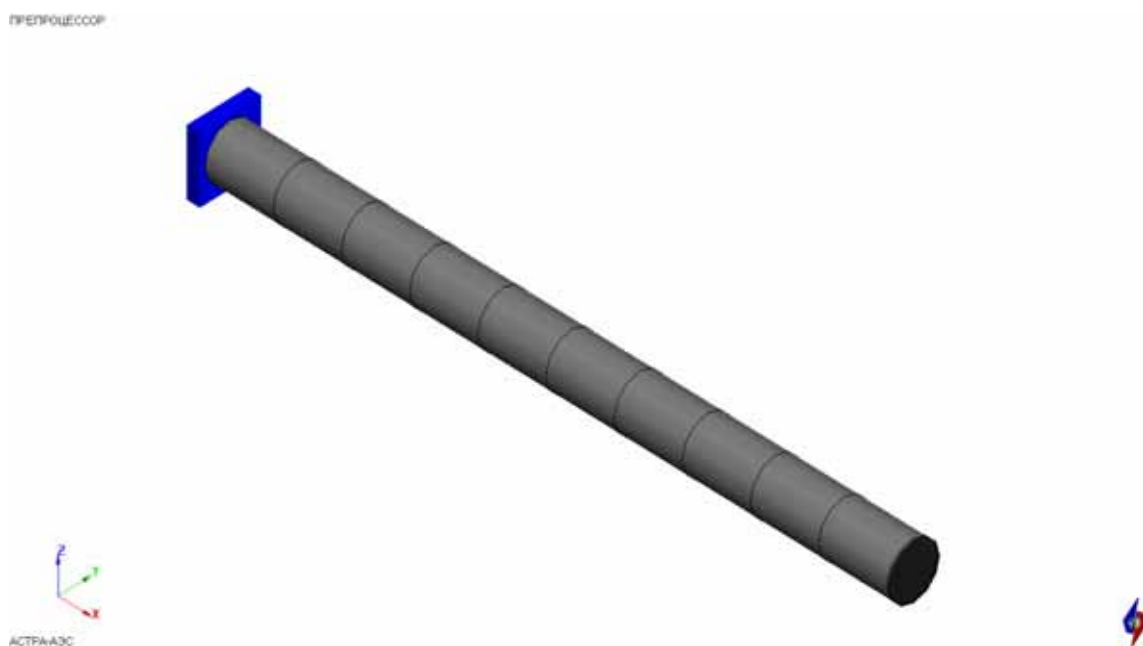


Рис. 9.2 Расчетная АСТРА-модель. Кольцевое сечение

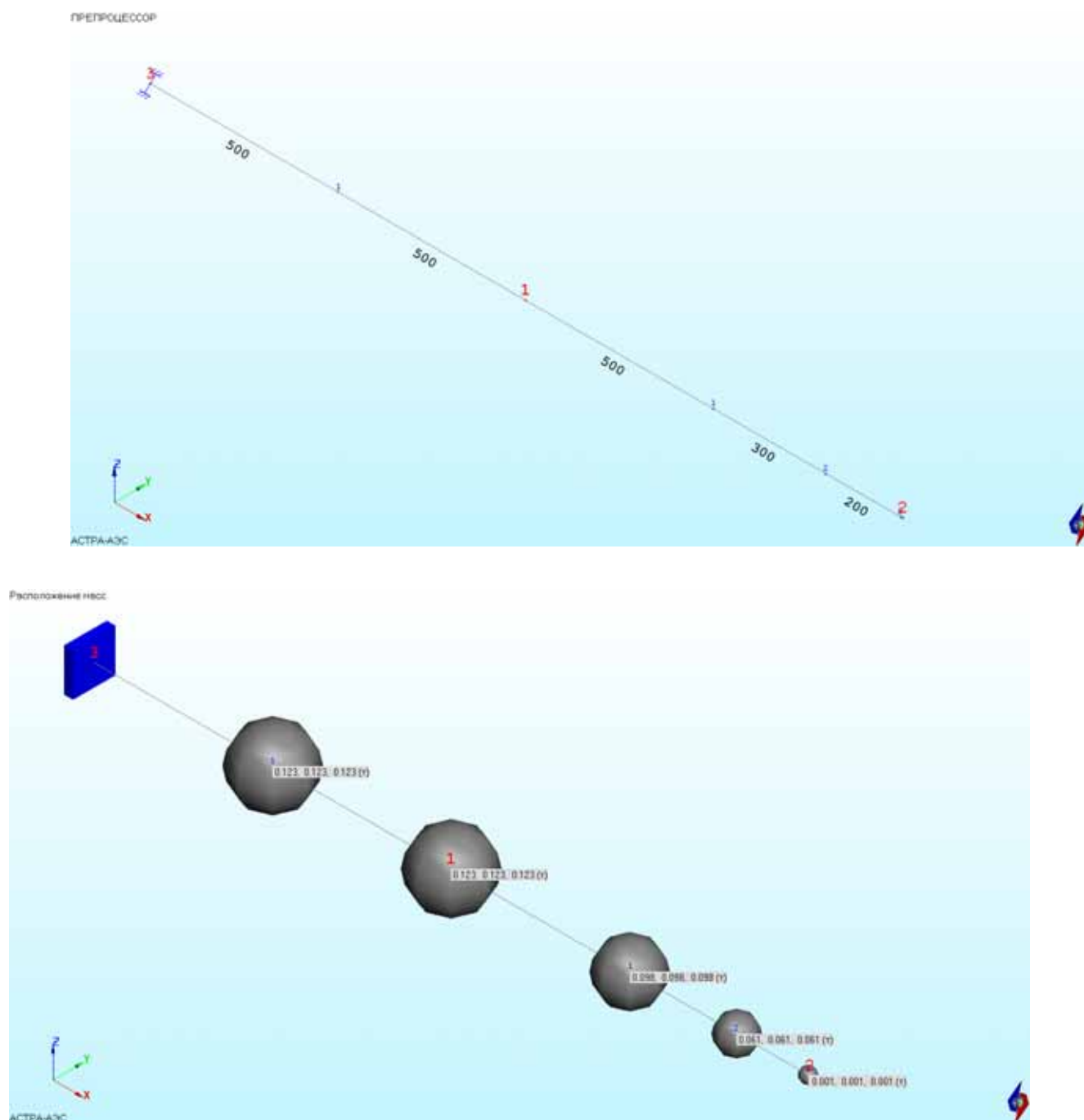


Рис. 9.3 Динамическая АСТРА-модель. Неравномерное расположение 5 масс

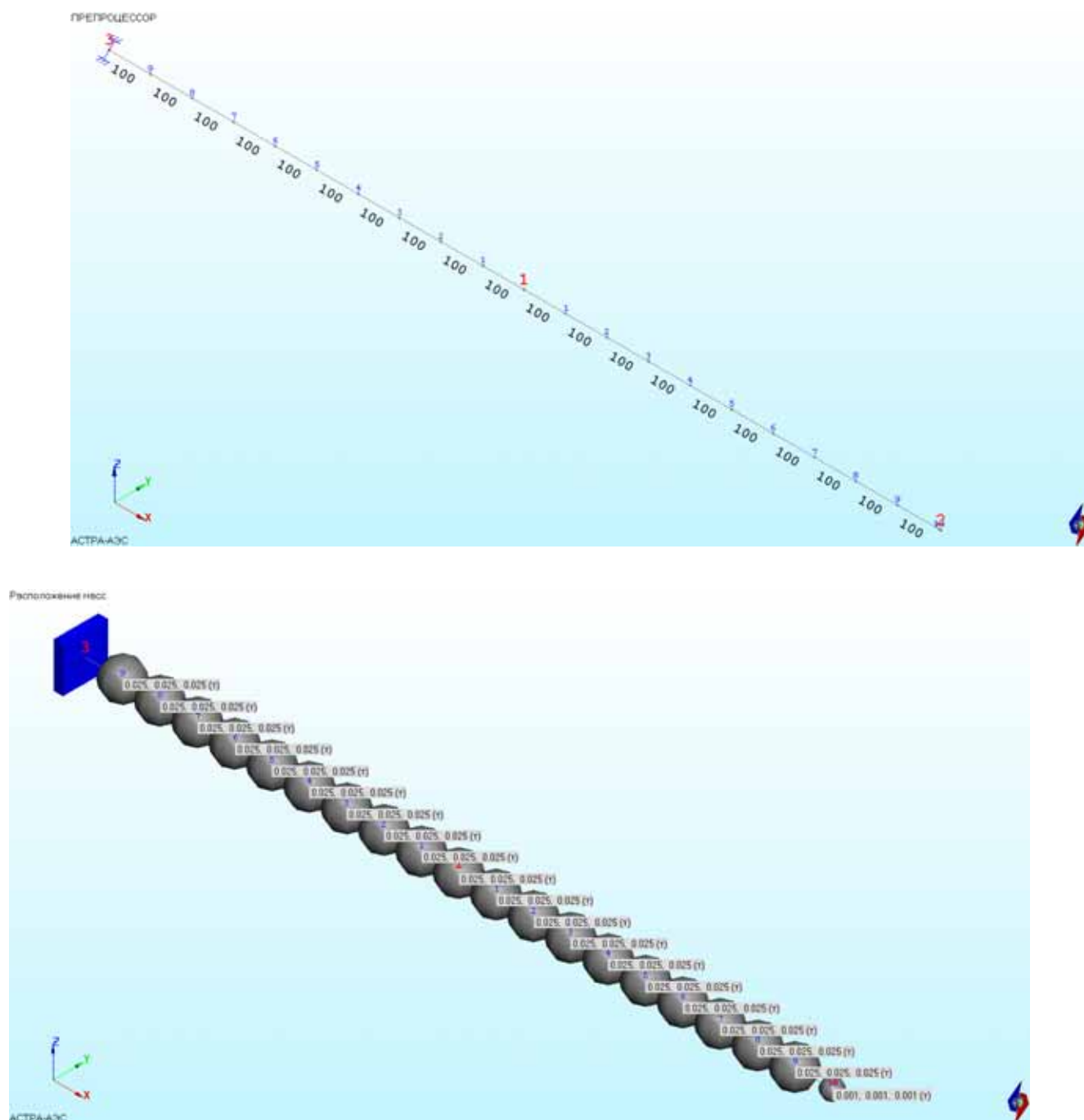


Рис. 9.4 Динамическая АСТРА-модель. Равномерное расположение 20 масс

## 9.4 Результаты

### 9.4.1 Аналитическое решение

Кратные собственные частоты изгибных колебаний балки вычисляются по формуле, приведенной в [1] на стр. 538

$$f_i = \frac{(K_i \cdot l)^2}{2\pi \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{EJ}{m}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{N_i}{l}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{EJ}{m}}$$

где:

$N_i = K_i \cdot l$  – корень частотного уравнения;

$l$  – длина балки (м);

$E$  – модуль упругости (кПа);

$m = \rho F$  – погонная масса (т/м);

Для кратных изгибных частот с 1 по 4 значение  $N_i$  равно 1.875, 4.694, 7.855, 10.996 соответственно.

Вычисляем частоты:

$$f_1 = \frac{1}{2 \cdot 3.1416} \cdot \left(\frac{1.875}{2.005}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 8.333 \cdot 10^{-6}}{245.36}} = 11.612 \text{ Гц}$$

$$f_2 = \frac{1}{2 \cdot 3.14} \cdot \left(\frac{4.694}{2.005}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 8.333 \cdot 10^{-6}}{245.36}} = 72.777 \text{ Гц}$$

$$f_3 = \frac{1}{2 \cdot 3.14} \cdot \left(\frac{7.855}{2.005}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 8.333 \cdot 10^{-6}}{245.364}} = 203.799 \text{ Гц}$$

$$f_4 = \frac{1}{2 \cdot 3.14} \cdot \left(\frac{10.966}{2.005}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 8.333 \cdot 10^{-6}}{245.36}} = 397.196 \text{ Гц}$$

Для вычисления продольной частоты колебаний используется формула [2 на стр.254]:

$$P_i = \frac{\pi \cdot (2i - 1)}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{EF}{m}}$$

где  $F$  – площадь поперечного сечения (м<sup>2</sup>).

Для стержня квадратного сечения:

$$P_l = \frac{\pi}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{EF}{m}} = \frac{\pi}{2 \cdot 2.005} \cdot \sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 0.01}{245.36}} = 2264.781 \text{ рад/с} = 360.404 \text{ Гц}$$

Для стержня кольцевого сечения:

$$P_l = \frac{\pi}{2 \cdot 2.005} \cdot \sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 3.267 \cdot 10^{-3}}{245.36}} = 1294.431 \text{ рад/с} = 205.988 \text{ Гц}$$



где площадь поперечного сечения:

$$F = \frac{\pi}{4} \cdot (0.15^2 - (0.15 - 2 \cdot 0.007285)^2) = 3.267 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

#### 9.4.2 Методика расчета в АСТРА-АЭС'2009

Для решения частичной проблемы собственных значений в ПК АСТРА-АЭС'2009 используется блочный метод Ланцоша с блочностью 2 и точностью вычисления высшей собственной частоты  $10^{-5}$ . Для балки квадратного сечения расчет проводился без учета и с учетом сдвига ( $k = 1.2$ ).

#### 9.4.3 Сопоставление результатов

В таблицах 9.1 и 9.2 приведены результаты аналитического решения [1, 2], численного решения в ПК АСТРА-АЭС'2009, а также результаты по ранее аттестованной версии ПС АСТРА-АЭС 6.1[3].

Таблица. 9.1

Собственные частоты изгибных колебаний

| №<br>п/п | Аналитическое<br>решение [1] | Расчетные частоты            |                    |      |                                |                    |      |                          |                    |       |
|----------|------------------------------|------------------------------|--------------------|------|--------------------------------|--------------------|------|--------------------------|--------------------|-------|
|          |                              | (20 масс), Гц                |                    |      |                                |                    |      |                          |                    |       |
|          |                              | Сечение                      |                    |      |                                |                    |      |                          |                    |       |
|          |                              | Квадратное,<br>сдвиг $k = 0$ |                    |      | Квадратное,<br>сдвиг $k = 1.2$ |                    |      | Кольцевое                |                    |       |
|          |                              | АСТРА-<br>АЭС'6.1<br>[3]     | АСТРА-<br>АЭС'2009 |      | АСТРА-<br>АЭС'6.1<br>[3]       | АСТРА-<br>АЭС'2009 |      | АСТРА-<br>АЭС'6.1<br>[3] | АСТРА-<br>АЭС'2009 |       |
|          |                              |                              | значение           | δ, % |                                | значение           | δ, % |                          | значение           | δ, %  |
| 1        | 11.612                       | 11.624                       | <b>11.601</b>      | 0.09 | 11.608                         | <b>11.584</b>      | 0.24 | 11.545                   | <b>11.514</b>      | 0.84  |
| 2        | 11.612                       | 11.624                       | <b>11.601</b>      | 0.09 | 11.608                         | <b>11.584</b>      | 0.24 | 11.545                   | <b>11.514</b>      | 0.84  |
| 3        | 72.777                       | 71.885                       | <b>72.504</b>      | 0.38 | 71.249                         | <b>71.758</b>      | 1.40 | 68.815                   | <b>68.914</b>      | 5.31  |
| 4        | 72.777                       | 71.885                       | <b>72.504</b>      | 0.38 | 71.249                         | <b>71.758</b>      | 1.40 | 68.815                   | <b>68.914</b>      | 5.31  |
| 5        | 203.799                      | 197.572                      | <b>202.516</b>     | 0.63 | 193.78                         | <b>197.642</b>     | 3.02 | 180.339                  | <b>180.824</b>     | 11.27 |
| 6        | 203.799                      | 197.572                      | <b>202.516</b>     | 0.63 | 193.78                         | <b>197.642</b>     | 3.02 | 180.339                  | <b>180.824</b>     | 11.27 |
| 7        | 397.196                      | 380.748                      | <b>395.863</b>     | 0.34 | 368.096                        | <b>378.662</b>     | 4.67 | 326.625                  | <b>326.295</b>     | 17.85 |
| 8        | 397.196                      | 380.748                      | <b>395.863</b>     | 0.34 | 368.096                        | <b>378.662</b>     | 4.67 | 326.625                  | <b>326.295</b>     | 17.85 |

| №<br>п/п | Аналитическое<br>решение[1] | Расчетные частоты       |                |      |                   |                |       |
|----------|-----------------------------|-------------------------|----------------|------|-------------------|----------------|-------|
|          |                             | (5 масс), Гц            |                |      |                   |                |       |
|          |                             | Сечение                 |                |      |                   |                |       |
|          |                             | квадрат,<br>сдвиг = 1.2 |                |      | Кольцевое         |                |       |
|          |                             | АСТРА-<br>АЭС'6.1       | АСТРА-АЭС'2009 |      | АСТРА-<br>АЭС'6.1 | АСТРА-АЭС'2009 |       |
|          |                             | [3]                     | значение       | δ, % | [3]               | значение       | δ, %  |
| 1        | 11.612                      | 11.619                  | <b>11.359</b>  | 2.18 | 11.44             | <b>11.292</b>  | 2.76  |
| 2        | 11.612                      | 11.619                  | <b>11.359</b>  | 2.18 | 11.44             | <b>11.292</b>  | 2.76  |
| 3        | 72.777                      | 72.822                  | <b>70.893</b>  | 2.59 | 67.489            | <b>67.924</b>  | 6.67  |
| 4        | 72.777                      | 72.822                  | <b>70.893</b>  | 2.59 | 67.489            | <b>67.924</b>  | 6.67  |
| 5        | 203.799                     | 203.924                 | <b>192.898</b> | 5.35 | 175.328           | <b>174.422</b> | 14.41 |

Таблица 9.2

Первые собственные частоты продольных колебаний (20 масс)

| Аналитическое решение[2] |                   | Расчетные частоты, Гц |                |      |                   |                |      |
|--------------------------|-------------------|-----------------------|----------------|------|-------------------|----------------|------|
| квадратное сечение       | кольцевое сечение | квадратное сечение    |                |      | кольцевое сечение |                |      |
|                          |                   | АСТРА-АЭС'6.1 [3]     | АСТРА-АЭС'2009 |      | АСТРА-АЭС'6.1 [3] | АСТРА-АЭС'2009 |      |
|                          |                   |                       | значение       | δ, % |                   | значение       | δ, % |
| 360.404                  | 205.988           | 360.00                | <b>360.31</b>  | 0.03 | 206.456           | <b>205.868</b> | 0.06 |

\* δ – отличие численного решения по ПК АСТРА-АЭС'2009 от аналитического решения

Показана сходимость решения при увеличении числа динамических степеней свободы.

При сопоставлении с аналитическим решением в качестве критериальных использовались значения собственных частот для балки квадратного сечения с 20-ю массами без учета сдвига. Максимальное расхождение составило 0.63% (по низшим частотам – 0.09%), что можно считать приемлемым результатом.

Максимальное различие с ранее верифицированной версией программы – 0.27% по низшим частотам, 3.97% – по высшим (сопоставление проводилось для моделей с 20-ю массами).

Кольцевое сечение для корректного сравнения использовать нельзя, поскольку для него по умолчанию в ПК АСТРА-АЭС'2009 учитывается влияние деформаций сдвига при изгибе. В подтверждение этого был проведен расчет для балки кольцевого сечения в два раза более длинной. Результаты представлены в таблице 9.3.

Таблица 9.3

Собственные частоты изгибных колебаний «длинной» балки кольцевого сечения (длина  $l = 4$  м, 40 масс)

| № п/п                     | 1     | 2     | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      |
|---------------------------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Аналитическое решение [1] | 2.903 | 2.903 | 18.194 | 18.194 | 50.950 | 50.95  | 99.299 | 99.299 |
| АСТРА-АЭС'2009            | 2.897 | 2.897 | 17.941 | 17.941 | 49.323 | 49.323 | 94.219 | 95.219 |
| δ, %                      | 0.21  | 0.21  | 1.39   | 1.39   | 3.19   | 3.19   | 5.12   | 5.12   |

## 9.5 Литература

1. Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. Справочник по сопротивлению материалов. Изд. “Наукова думка”. Киев. 1988 г.
2. И.М.Бабаков. Теория колебаний. Изд. 2. “Наука. Физмат”. 1965
3. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995

### Пример 10. Собственные частоты пространственного криволинейного стержня. Сопоставление с аналитическим решением<sup>10</sup>

|                                 |  |
|---------------------------------|--|
| Источник(и)                     | 1. Вибрация в технике. Т.З. Колебания машин, конструкций и их элементов/ред. Ф.М.Диментберга, К.С.Колесникова/. М., “Машиностроение”, 1980.<br>2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995 |
| Тип задачи                      | Расчет собственных частот и форм   |
| Тип(ы) верифицируемых элементов | Прямая труба, отвод (гиб, колено), мертвая опора (заделка), неподвижная опора (шарнир)   |
| Входной файл                    | <a href="#">TEST10V1.dat</a> – вариант со свободным концом<br><a href="#">TEST10V2.dat</a> – вариант с шарнирным опиранием<br><a href="#">TEST10V3.dat</a> – вариант с заделкой                          |

#### 10.1 Постановка задачи

Рассматривается криволинейный пространственный стержень, описанный в примере 2 стр.27 тома 3 Справочника “Вибрации в технике”[1] и представленный на рис. 10.1.

Требуется сопоставить значения собственных частот колебаний, вычисленных по комплексу АСТРА-АЭС, и рассчитанных по методу прямой прогонки для точных уравнений криволинейного стержня [1].

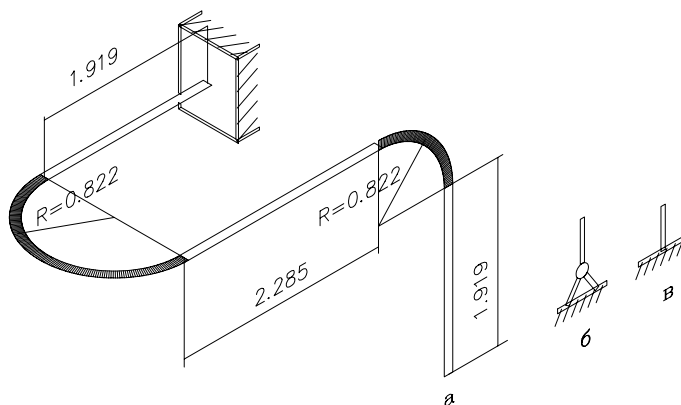


Рис. 10.1 Расчетная схема задачи: криволинейный пространственный стержень

#### 10.2 Исходные данные

##### Геометрические характеристики

- геометрия осевой линии трубопровода представлена на рис. 10.1 (радиус гибов составляет 0.822 м);
- поперечное сечение - кольцо с наружным диаметром 15 мм и толщиной стенки 0.7 мм;
- осевые моменты инерции сечения  $J_x = J_y = 8.054 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4$ .

##### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 204990 \text{ МПа}$ ;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;

<sup>10</sup> Пример 10 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

➤ погонная масса стержня  $Q = \rho \cdot F = 2.4536$  кг/м.

### Граничные условия (опоры)

- заземление (заделка) на одном конце;
- три варианта граничных условий для второго конца:
  - свободный край (консоль);
  - шарнирное опирание;
  - заделка.

### 10.3 Расчетная модель

Расчетная схема состоит из одного суперэлемента (участка) (рис. 10.2–10.4). Масса стержня распределена во все расчетные сечения, включая характерные точки гибов. Общая длина стержня составляет 10 м. Общее число динамических степеней свободы схемы – 130. Число сопоставляемых частот – 5. Динамическая модель представлена на рис. 10.5.

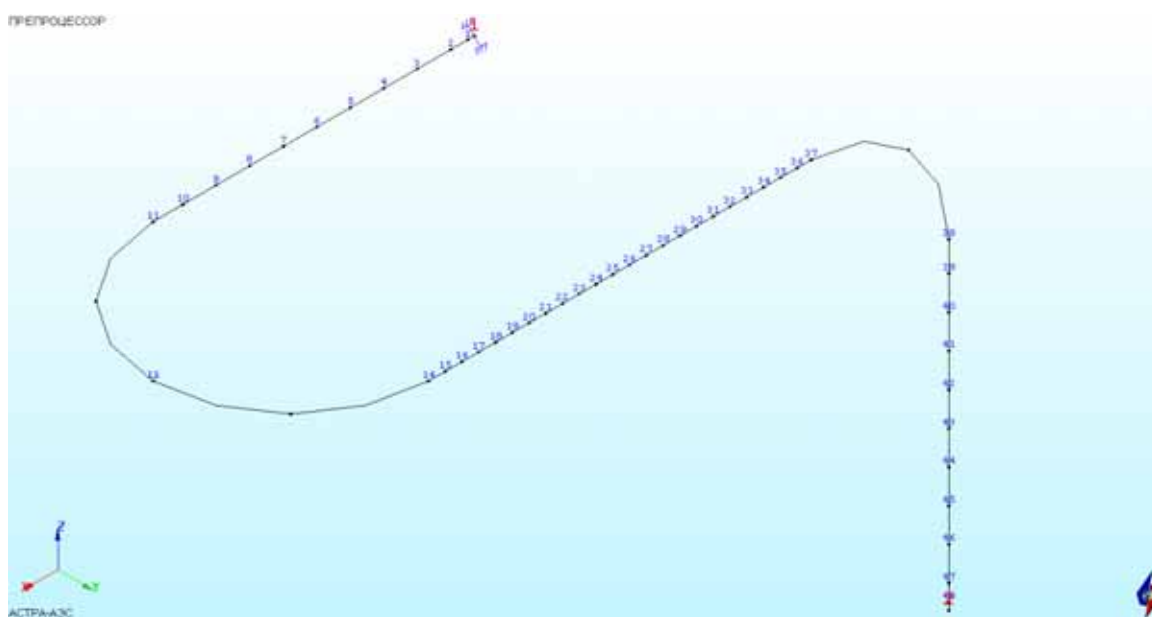


Рис. 10.2 Расчетная АСТРА-модель. Варианты граничных условий. Свободный край

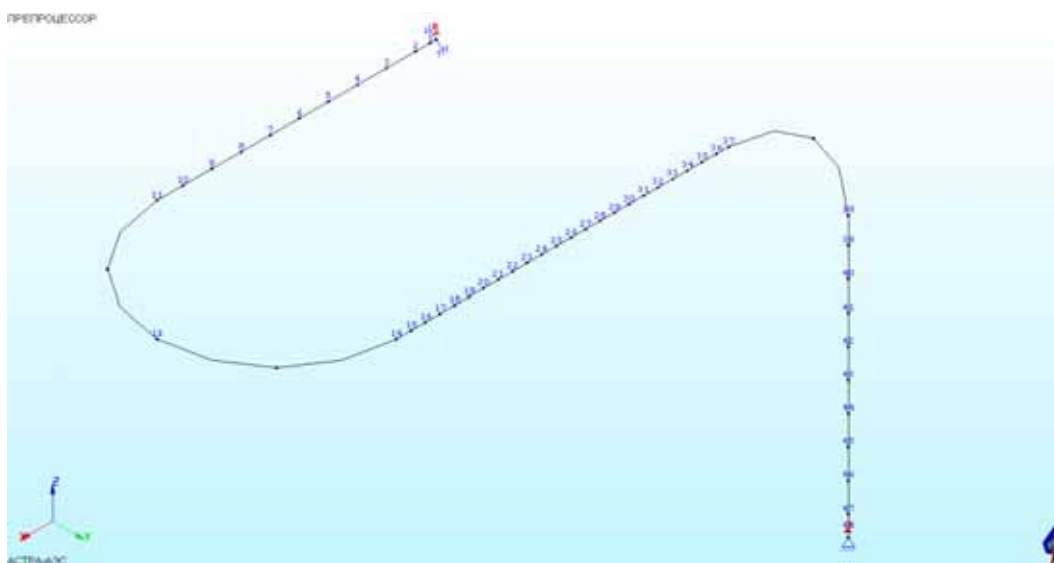


Рис. 10.3 Расчетная АСТРА-модель. Варианты граничных условий. Шарнирное опирание

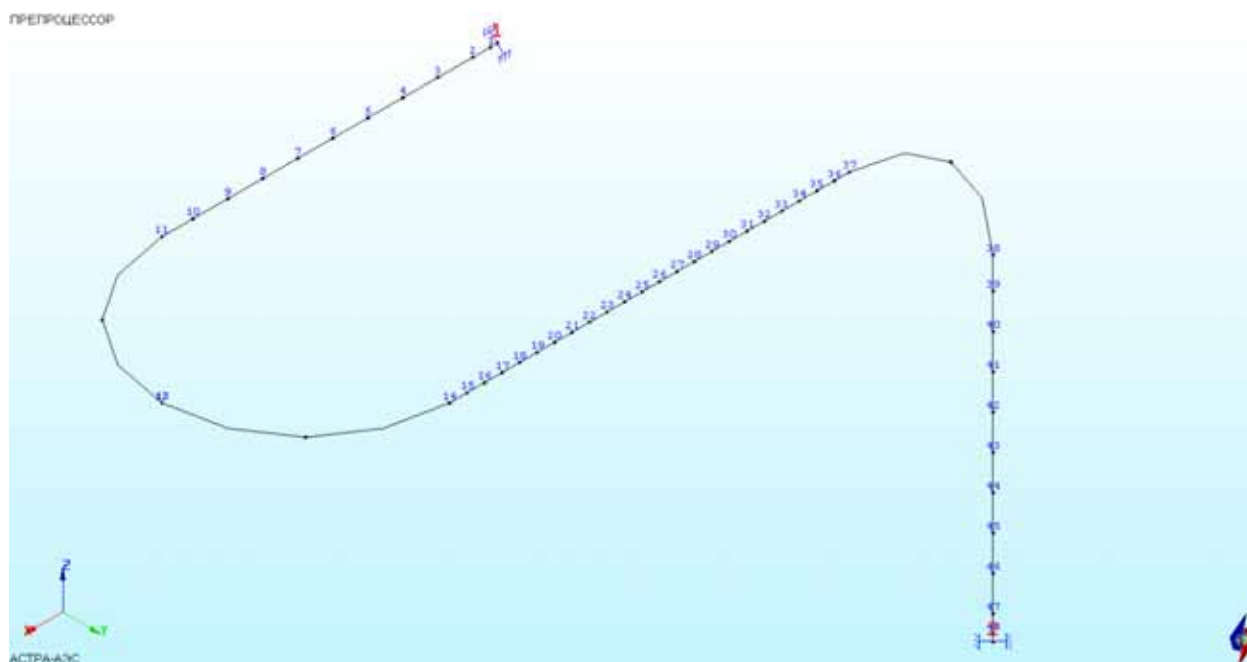


Рис. 10.4 Расчетная АСТРА-модель. Варианты граничных условий. Жесткая заделка

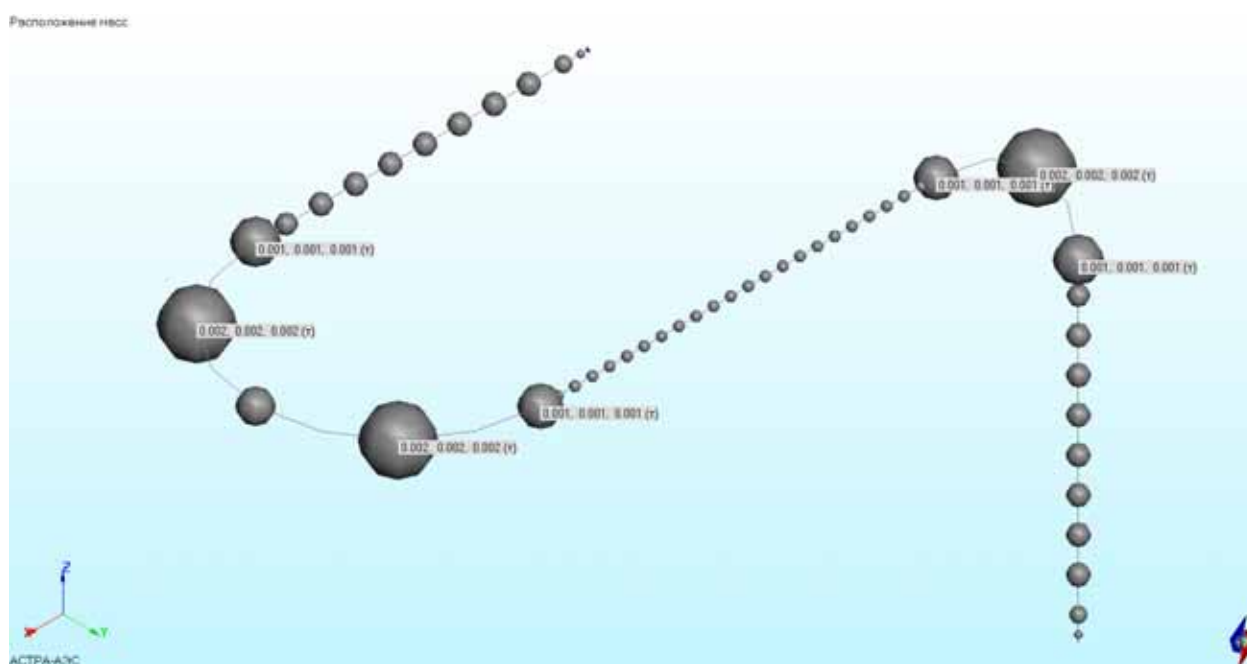


Рис. 10.5. Динамическая модель криволинейного стержня

## 10.4 Результаты

### 10.4.1 Аналитическое решение

Аналитическое решение для свободных колебаний криволинейных стержней могут быть получены лишь в тех случаях, когда уравнения сводятся к системе дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Таких случаев три: прямой стержень, круговое кольцо и цилиндрическая спираль, причем, два первых являются частными случаями третьего.

Наиболее простым и одновременно наиболее точным является прямой метод численного интегрирования уравнения с последующим определением собственных частот и форм колебаний. После нахождения корня вычисляют собственную частоту по формуле:

$$\omega_i = \frac{\alpha_i^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}, \quad (i = 1, 2, \dots)$$

где:

$\omega_i$  – собственная круговая частота;

$\alpha_i$  – корень уравнения;

$L$  – длина стержня;

$\rho$  – плотность материала;

$F$  – площадь поперечного сечения.

В примере, описанном в [1], параметры расчётной схемы и результаты вычислений приняты в безразмерном виде. Поэтому для сравнения их с размерными собственными частотами (рад/с), полученными при расчете по комплексу АСТРА-АЭС'2009, использовался коэффициент приведения  $K$ , учитывающий реальные (фактические) размеры расчётной схемы.

$$K = \frac{\sqrt{\frac{EJ}{Q}}}{L^2} = \frac{\sqrt{\frac{204990 \cdot 10^6 \cdot 8.054 \cdot 10^{-10}}{2.45}}}{100} = 0.0821$$

где:

$L = 10$  м – общая длина;

$E = 204990$  МПа – модуль упругости;

$J = 8.054 \cdot 10^{-4}$  м<sup>4</sup> – момент инерции;

$Q = 2.4536$  кг/м – масса единицы длины (погонная масса).

#### 10.4.2 Численное решение в АСТРА-АЭС'2009

Для решения частичной проблемы собственных значений (определения первых 5 собственных частот заданного криволинейного стержня) в программном комплексе АСТРА-АЭС'2009 применялся блочный метод Ланцоша (блочность 2). При этом требуемая точность определения частот ( $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-6}$ ) была достигнута за 7 итераций.

#### 10.4.3 Сопоставление результатов

Сравнение результатов численного решения в ПК АСТРА-АЭС'2009 и аналитического решения [1] проводится в таблице 10.1, сравнение с ранее аттестованной версией программы АСТРА-АЭС 6.1 [2] – в таблице 10.2.

Таблица 10.1

Сравнение результатов численного и аналитического решений

| № частоты | Свободный конец |                |              | Шарнирное опирание |                |              | Заделка |                |              |
|-----------|-----------------|----------------|--------------|--------------------|----------------|--------------|---------|----------------|--------------|
|           | [1]             | АСТРА-АЭС'2009 | $\delta$ , % | [1]                | АСТРА-АЭС'2009 | $\delta$ , % | [1]     | АСТРА-АЭС'2009 | $\delta$ , % |
| 1         | 0.4753          | <b>0.4767</b>  | 0.29         | 1.0103             | <b>1.0119</b>  | 0.16         | 1.731   | <b>1.7426</b>  | 0.67         |
| 2         | 0.5168          | <b>0.5179</b>  | 0.21         | 1.6907             | <b>1.7043</b>  | 0.80         | 2.359   | <b>2.3762</b>  | 0.73         |
| 3         | 1.2620          | <b>1.2657</b>  | 0.29         | 2.1505             | <b>2.1708</b>  | 0.94         | 2.952   | <b>2.9653</b>  | 0.45         |
| 4         | 1.3627          | <b>1.3630</b>  | 0.02         | 4.4970             | <b>4.4891</b>  | 0.18         | 5.578   | <b>5.6218</b>  | 0.79         |
| 5         | 2.0810          | <b>2.0946</b>  | 0.65         | 5.8970             | <b>5.8134</b>  | 1.42         | 6.230   | <b>6.1471</b>  | 1.33         |

Таблица 10.2

Сравнение с ранее аттестованной версией программы

| № частоты | Свободный конец |                   |              | Шарнирное опирание |                   |              | Заделка        |                   |              |
|-----------|-----------------|-------------------|--------------|--------------------|-------------------|--------------|----------------|-------------------|--------------|
|           | АСТРА-АЭС'2009  | АСТРА-АЭС 6.1 [2] | $\delta$ , % | АСТРА-АЭС'2009     | АСТРА-АЭС 6.1 [2] | $\delta$ , % | АСТРА-АЭС'2009 | АСТРА-АЭС 6.1 [2] | $\delta$ , % |
| 1         | <b>0.4767</b>   | 0.4768            | 0.02         | <b>1.0119</b>      | 1.0207            | 0.86         | <b>1.7426</b>  | 1.7430            | 0.02         |
| 2         | <b>0.5179</b>   | 0.5180            | 0.02         | <b>1.7043</b>      | 1.7108            | 0.38         | <b>2.3762</b>  | 2.3768            | 0.03         |
| 3         | <b>1.2657</b>   | 1.2660            | 0.02         | <b>2.1708</b>      | 2.1806            | 0.45         | <b>2.9653</b>  | 2.9661            | 0.03         |
| 4         | <b>1.363</b>    | 1.3633            | 0.02         | <b>4.4891</b>      | 4.5072            | 0.40         | <b>5.6218</b>  | 5.6232            | 0.02         |
| 5         | <b>2.0946</b>   | 2.0953            | 0.03         | <b>5.8134</b>      | 5.8324            | 0.33         | <b>6.1471</b>  | 6.1486            | 0.02         |

Максимальное относительное различие решений (численного по ПК АСТРА-АЭС'2009 и приведенного в источнике [1]) составило 1.42% (на высших частотах), что свидетельствует о достаточной разрешающей способности алгоритма, заложенного в АСТРА-АЭС'2009.

Различие по результатам с ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС 6.1 не превышает 0.86%.

### 10.5. Литература

1. Вибрация в технике. Т.3. Колебания машин, конструкций и их элементов/ред. Ф.М.Диментберга, К.С.Колесникова/. М., "Машиностроение", 1980.
2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995



**Пример 11. Вынужденные установившиеся колебания консольного стержня (АСТРА-ВИБР). Сопоставление с аналитическим решением<sup>11</sup>**

|  |   |
|--|---|
| <b>Источник(и)</b>                     | 1. И.А.Биргер и Я.Г.Пановко. Справочник “Прочность. Устойчивость. Колебания”. Том 3. М., Машиностроение, 1968 г.<br>2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995 |
| <b>Тип задачи</b>                      | Вибрационный расчет (АСТРА-ВИБР)  |
| <b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b> | Прямая труба, мертвая опора (заделка)   |
| <b>Входной файл</b>                    | <a href="#">TEST11.dat</a>  |

### 11.1 Постановка задачи

Рассматривается прямолинейный пространственный стержень, описанный в примере 11 стр.316 тома 3 Справочника [1] и рассмотренный ранее в примере 9 (рис. 11.1), под воздействием поперечной гармонической силы на консольном конце.

Требуется получить значения амплитуды виброперемещений точки нагружения периодической силой  $P$  для трех значений возмущающей частоты по программному комплексу АСТРА-АЭС'2009 (программа АСТРА-ВИБР'2009). Первая частота ( $\theta = 10$  Гц) взята в дорезонансной области (см. таблицу 9.1), вторая ( $\theta = 15$  Гц) – в “близкой”, третья ( $\theta = 20$  Гц) – в “далекой” зарезонансной области.

Провести сравнение с аналитическим решением [1] и ранее аттестованной версией программы АСТРА-АЭС 6.1[2].



Рис. 11.1 Консоль, нагруженная периодической силой  $P$

### 11.2 Исходные данные

#### Геометрические характеристики

- длина стержня  $l = 2$  м
- поперечное сечение - кольцо с наружным диаметром 150 мм и толщиной стенки 7.3 мм.

#### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 204990$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- осевые моменты инерции сечения  $J_x = J_y = 8.333 \cdot 10^{-6}$  м<sup>4</sup>.

<sup>11</sup> Пример 11 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.



#### Граничные условия (опоры)

- защемление (заделка) одного из концов.

#### Параметры нагрузки

- $P_z = 100$  кН – амплитуда возмущающей силы;
- $\theta = 10, 15$  и  $20$  Гц – возмущающие частоты;
- $m = 245.36$  кг/м – погонная масса стержня;
- $\delta = 0$  – декремент колебаний.

### 11.3 Расчетная модель

Расчетная схема состоит из двух прямолинейных суперэлементов (участков), лежащих в горизонтальной плоскости и ориентированных по направлению глобальной оси X. Масса стержня распределена во все расчетные сечения.

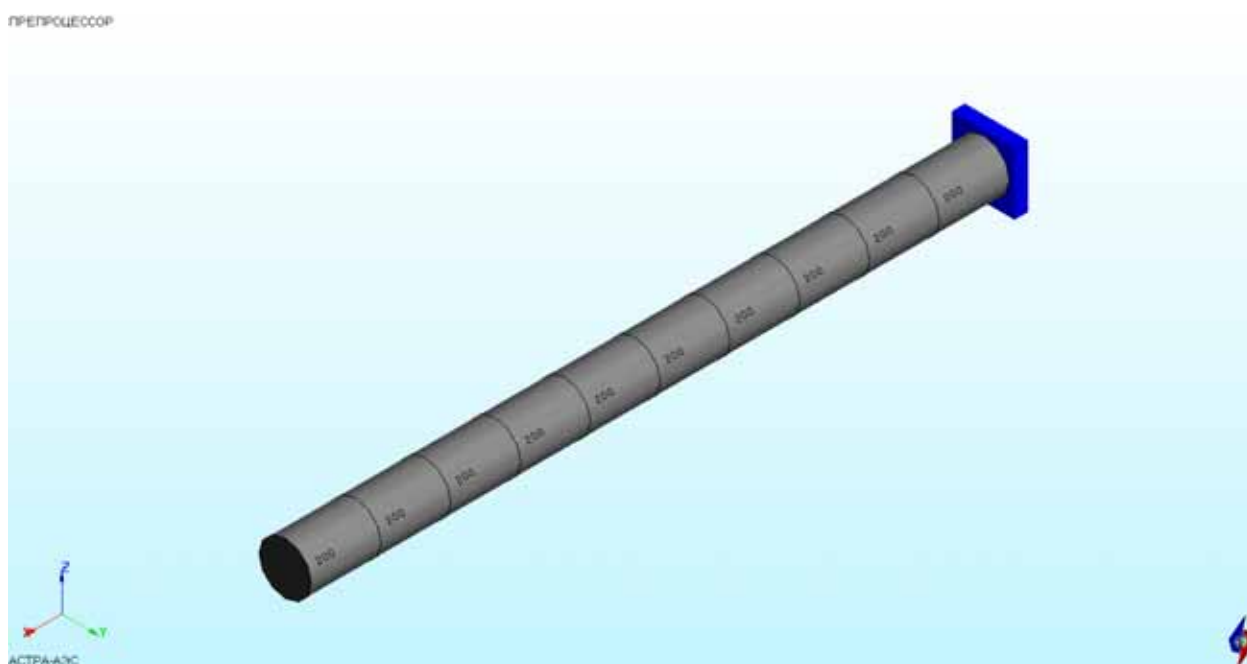


Рис. 11.2 Расчетная АСТРА-модель

### 11.4 Результаты

#### 11.4.1 Аналитическое решение

Аналитическое решение для вынужденных колебаний консольно закрепленного стержня представлено в [1] на стр. 316. В ходе аналитического решения определяется прогиб свободного конца консольной балки при действии на него возмущающей силы  $P_z \cdot \sin \theta t$ .

$$Z = \frac{P_z}{\alpha^3 EJ} \cdot \frac{U(\alpha l) \cdot T(\alpha l) - V(\alpha l) \cdot S(\alpha l)}{T(\alpha l) \cdot V(\alpha l) - S^2(\alpha l)}$$

где:

$P_z$  – возмущающая поперечная сила;

$l$  – длина балки;

$E$  – модуль упругости;

$J$  – момент инерции сечения;

$U, T, V, S(\alpha l)$  – функции Крылова.

Параметр  $\alpha$  вычисляется по формуле ([1], стр. 294):

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{m\theta^2}{EJ}}$$

где:

$\theta$  – частота возмущающей силы(рад/с);

$m$  – погонная масса стержня.

$$\alpha(\theta_1) = 0.868;$$

$$\alpha(\theta_2) = 1.063;$$

$$\alpha(\theta_3) = 1.227.$$

Зная параметр  $\alpha$  можно вычислить  $Z$ :

$$Z(\theta_1) = 0.5742 \text{ м};$$

$$Z(\theta_2) = 0.2279 \text{ м};$$

$$Z(\theta_3) = 0.0734 \text{ м}.$$

#### 11.4.2 Численное решение в АСТРА-АЭС'2009

При расчете учитывались 10 низших форм собственных колебаний (см. пример 9). Для каждой из трех заданных частот вынуждающей силы, были определены амплитуды перемещений консольного конца стержня.

#### 11.4.3 Сопоставление результатов

Таблица 11.1

Сравнение результатов

| Вариант                            | $U_z, \text{ м}$         |                          |                          |
|------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|                                    | $\theta = 10 \text{ Гц}$ | $\theta = 15 \text{ Гц}$ | $\theta = 20 \text{ Гц}$ |
| Теория[1]                          | 0.574                    | 0.228                    | 0.073                    |
| <i>АСТРА-АЭС'2009</i>              | <b>0.640</b>             | <b>0.211</b>             | <b>0.070</b>             |
| АСТРА-АЭС 6.1[2]                   | 0.641                    | 0.211                    | 0.070                    |
| $\delta, \%$<br>(расчет vs теория) | 12.02                    | 7.02                     | 4.11                     |

Максимальное расхождение численного решения по АСТРА-АЭС'2009 и аналитического [1] составило 12,02%. Отличие от результатов по ранее аттестованной версии АСТРА-АЭС 6.1 не превышает 0,16%.

### **11.5 Литература**

1. И.А.Биргер и Я.Г.Пановко. Справочник “Прочность. Устойчивость. Колебания”. Том 3. М., Машиностроение, 1968 г.
2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.

**Пример 12. Вынужденные неустановившиеся колебания консольного стержня. Сопоставление с другими программами<sup>12</sup>**

|  |  |
|--|--|
| <b>Источник(и)</b>                     | 1. И.А.Биргер и Я.Г.Пановко. Справочник “Прочность. Устойчивость. Колебания”. Том 3. М., Машиностроение, 1968 г.<br>2. ANSYS 11. Verification manual. 2007<br>3. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995. |
| <b>Тип задачи</b>                      | Динамический анализ на неустановившиеся воздействия  |
| <b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b> | Прямая труба, мертвая опора (заделка)  |
| <b>Входной файл</b>                    | <a href="#">TEST12.dat</a>   |

### 12.1 Постановка задачи

Рассматривается прямолинейный пространственный стержень, описанный в [1, стр 316, пример 11] и представленный на рис. 12.1 (см. примеры 9 и 11).

Требуется провести сопоставление графиков неустановившихся изгибных колебаний консольного конца под действием периодической силы  $P$  по времени, рассчитанных по комплексам программ АСТРА-АЭС'2009 (программа АСТРА-ДИН) и ANSYS [2].



Рис. 12.1 Расчетная схема задачи: консольный стержень

### 12.2 Исходные данные

#### Геометрические характеристики

- длина консольной прямолинейной трубы – 2 м (участка 1-3 1 м, участка 1-2 1 м);
- поперечное сечение - кольцо с наружным диаметром 150 мм и толщиной стенки 7,3 мм.

#### Физико-механические характеристики

- модуль упругости  $E = 204990$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- осевые моменты инерции  $J_x = J_y = 8.332 \cdot 10^{-6}$  м<sup>4</sup>;
- погонная масса стержня  $m = 245.36$  кг/м;
- логарифмические декременты колебания  $\delta = 0, 0.125, 1.25$ ;
- коэффициенты, учитывающие форму поперечного сечения при сдвиге  $k = 1.2, 0$ ;

<sup>12</sup> Пример 12 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

- $\Delta t = 0.01\text{с}$  – шаг интегрирования по времени (схема Дюамеля - по АСТРА-АЭС'2009).

*Граничные условия (опоры)*

- заземление (заделка) одного из концов.

*Параметры нагрузки*

- амплитуда возмущающей силы  $P_z = 100$  кН;
- возмущающая частота  $\theta = 20$  Гц.

### 12.3 Расчетная модель

Консольная балка аппроксимируется двумя прямолинейными участками (суперэлементами), каждый из которых состоит из 5-ти отрезков равной длины (рис. 12.2–12.3). Динамическая модель включает 33 динамических степени свободы и представлена на рис. 12.4.

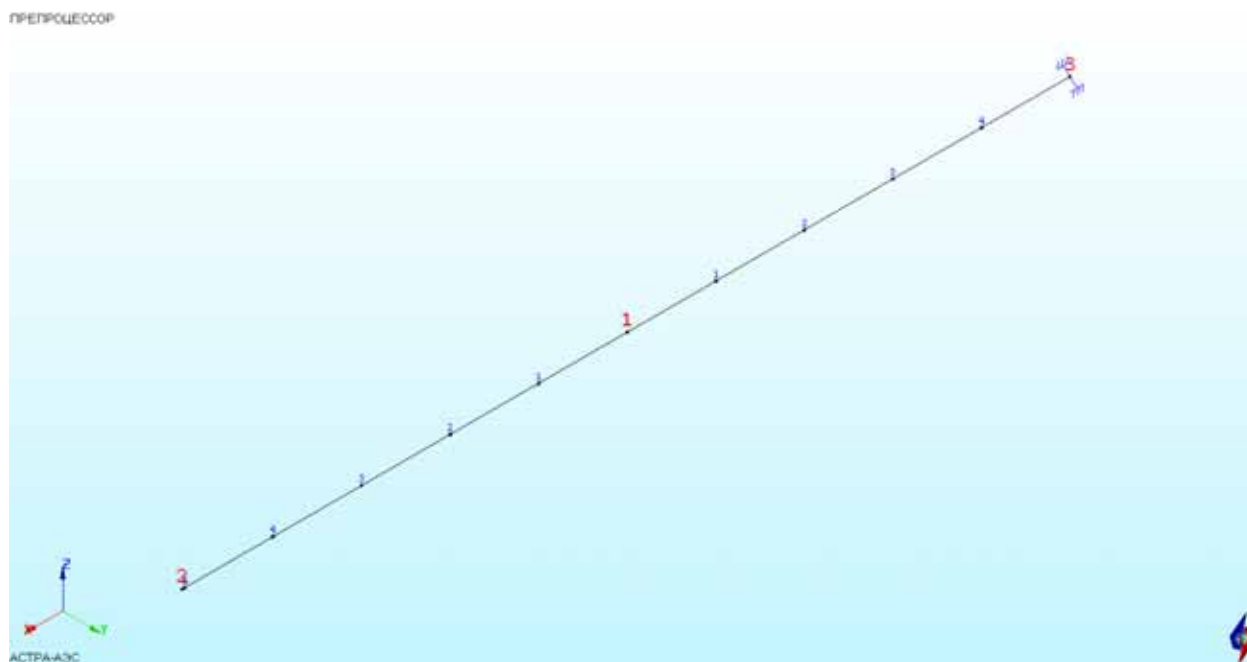


Рис.12.2 Расчетная АСТРА-модель. Осевое представление



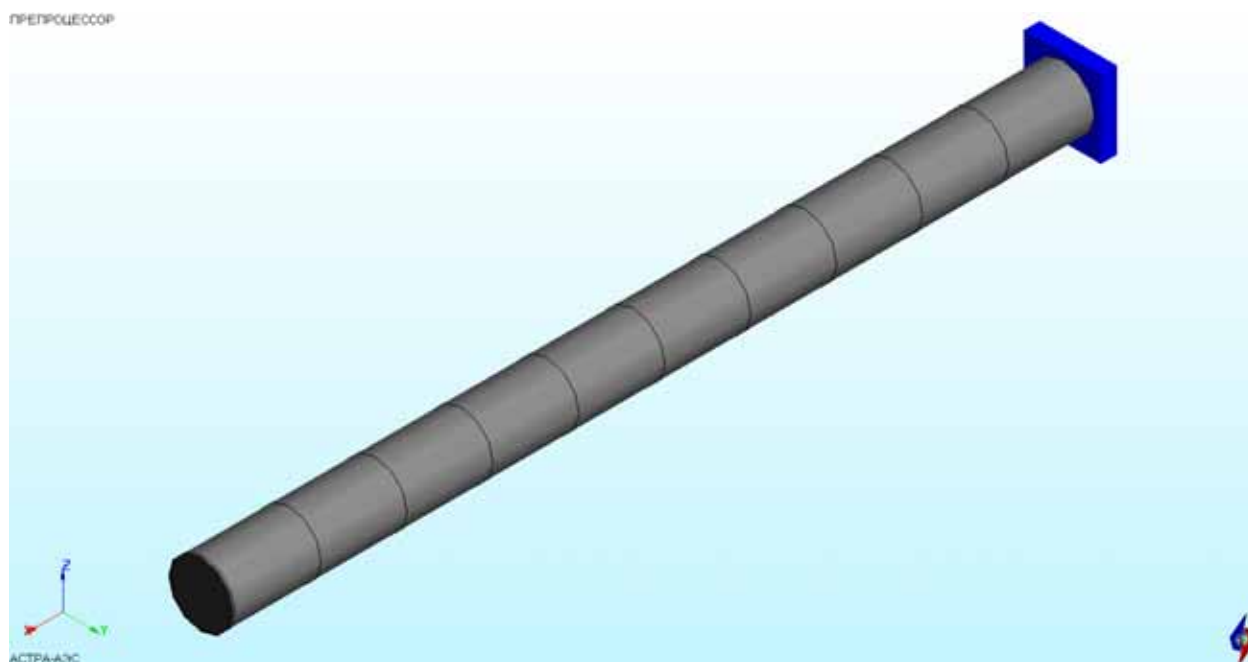


Рис. 12.3 Расчетная АСТРА-модель. Объемное (твердотельное) представление

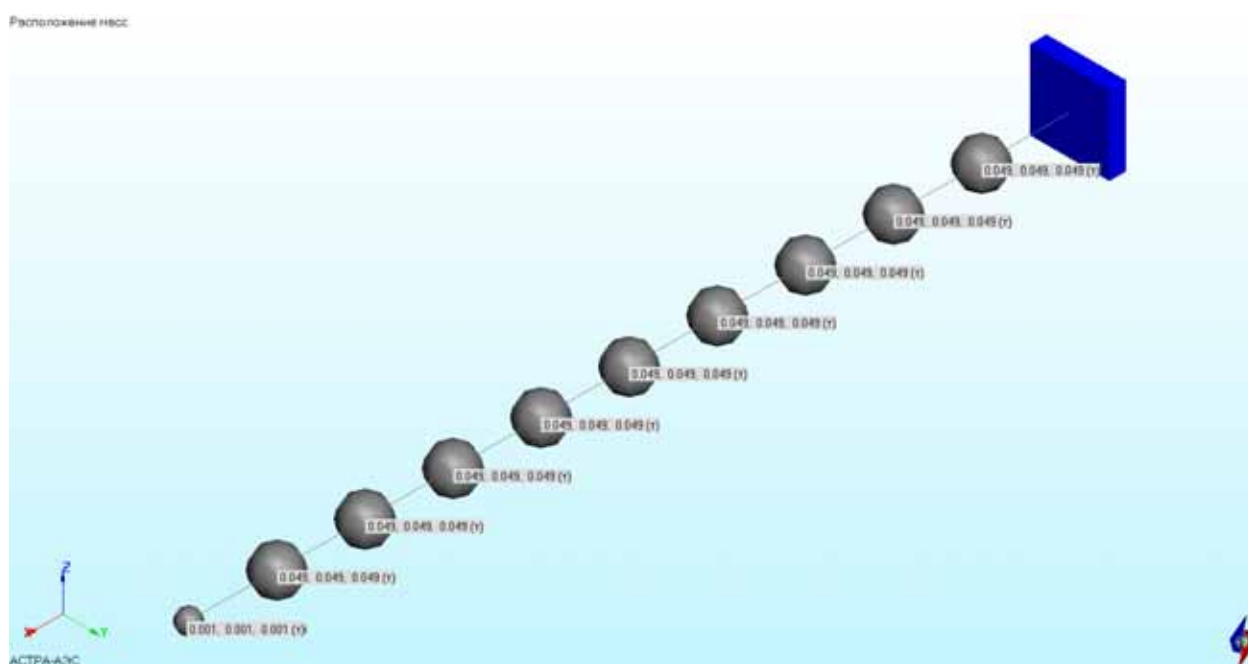


Рис. 12.4 Динамическая модель

## 12.4 Методика расчета

В ПК *АСТРА-АЭС'2009* расчет неустановившихся колебаний проводился методом разложения по формам собственных колебаний (учитывалось 10 собственных форм). Интегрирование уравнений движения выполнялось по схеме Дюамеля. Были рассмотрены три варианта модели с различным демпфированием (логарифмические декременты колебаний 0, 0.125, 1.25).

## 12.4 Результаты

На рис. 12.5–12.7 представлены графики зависимостей перемещения консольного конца стержня от времени, полученные в программных комплексах *АСТРА-АЭС'2009* и ANSYS для трех значений логарифмического декремента колебаний. Отметим достаточную близость полученных результатов (различия в точках максимума составили 2.55%, 1.94%, 4.53% для декрементов 0, 0.125, 1.25 соответственно), что позволяет судить об адекватности и достаточной разрешающей способности алгоритма расчета неустойчившихся динамических процессов, заложенного в ПК *АСТРА-АЭС'2009*.

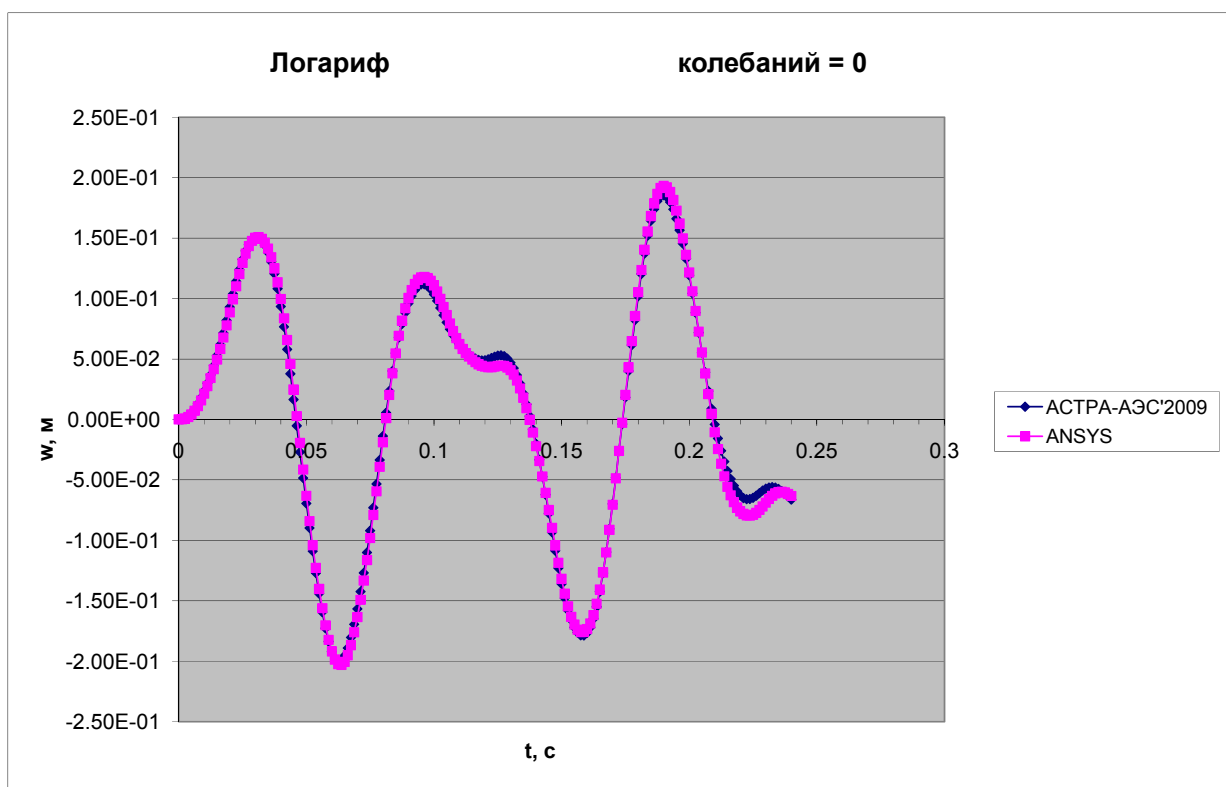
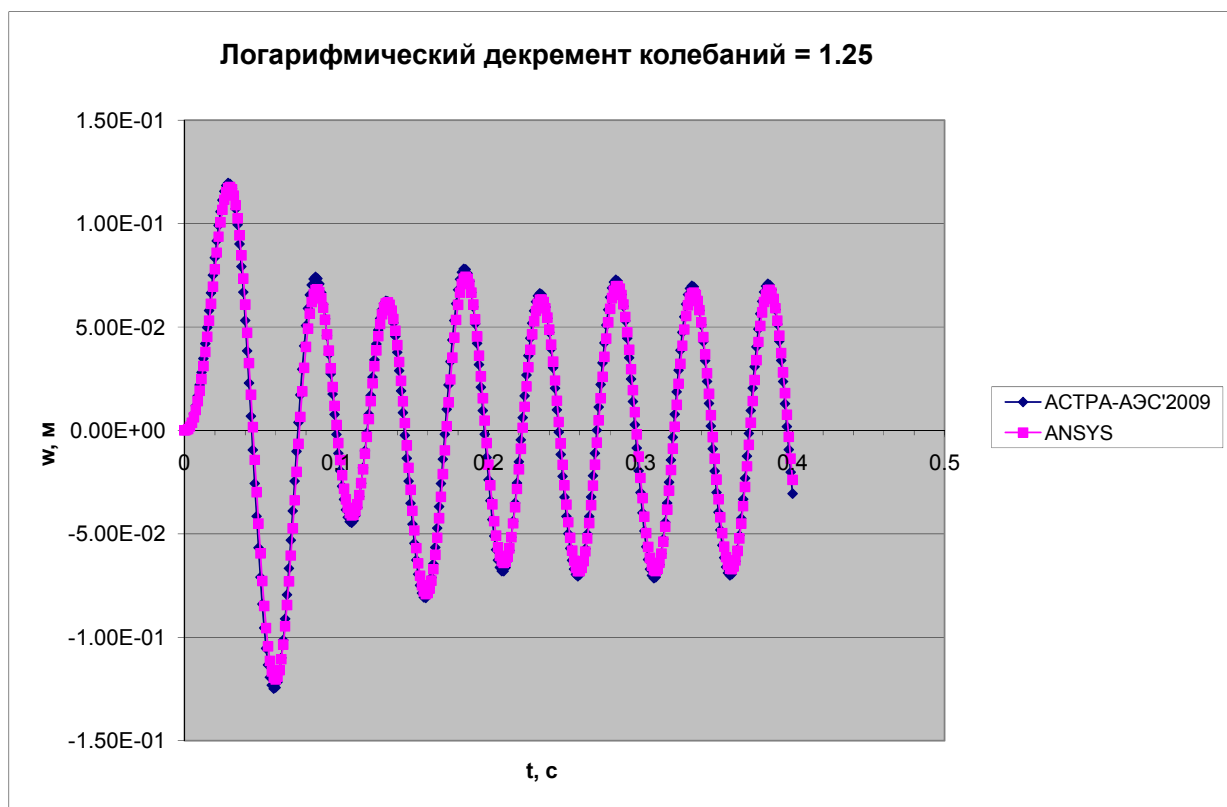
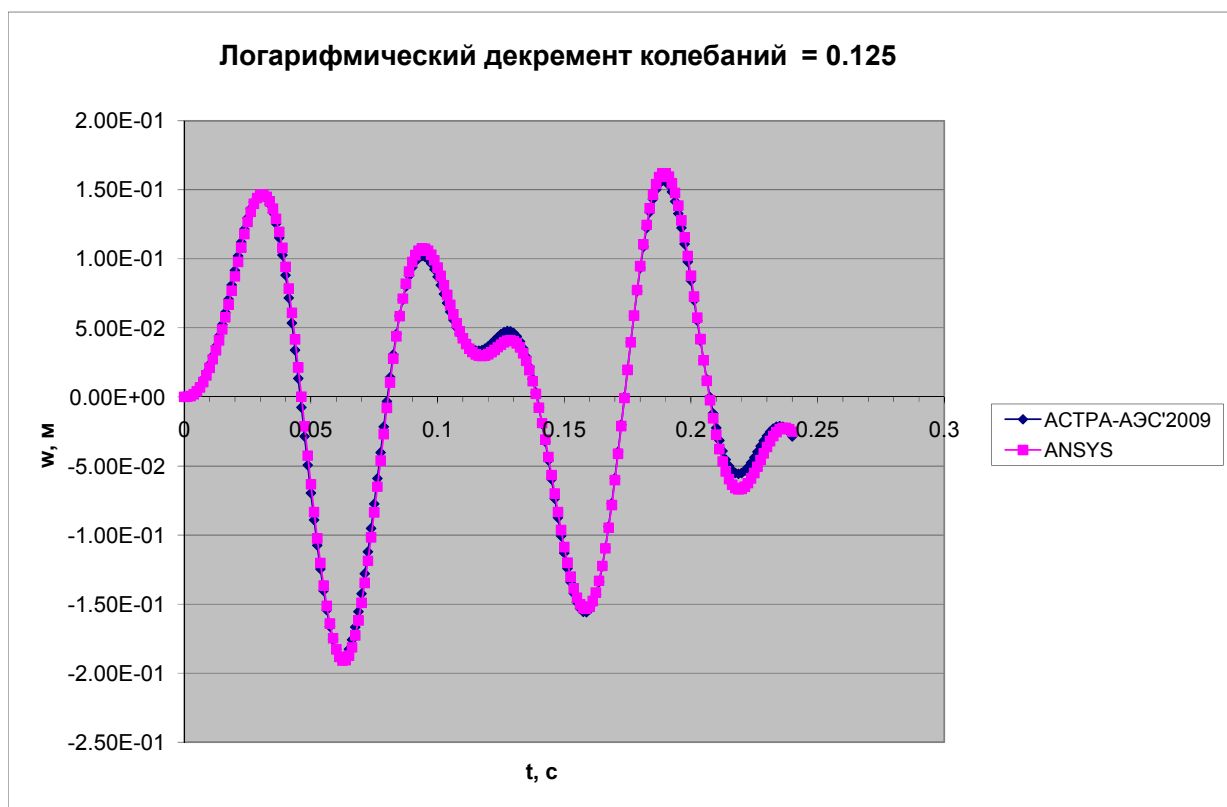


Рис. 12.5 Динамические перемещения при декременте  $\delta = 0$



Результаты по АСТРА-АЭС'2009 полностью идентичны ( $\delta = 0$ ) результатам по ранее аттестованной версии АСТРА-АЭС 6.1 [3].

### **12.5 Литература**

1. И.А.Биргер и Я.Г.Пановко. Справочник “Прочность. Устойчивость. Колебания”. Том 3. М., Машиностроение, 1968 г.
2. ANSYS 11. Verification manual. 2007.
3. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.

**Пример 13. Расчет собственных частот и форм разветвленной пространственной трубопроводной системы АЭС с РБМК (подвода и сброса пара за ГПК)<sup>13</sup>**

|  |  |
|--|--|
| <b>Источник(и)</b>                     | 1. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995<br>2. Программный комплекс “Рампа-93”, Аттестационный Паспорт ПС N 183 от 28.10.2004 |
| <b>Тип задачи</b>                      | Расчет собственных частот и форм   |
| <b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b> | <i>Прямая труба, отвод (гиб, колено), тройник, пружинная подвеска, мертвая опора (заделка), опора общего вида</i>                              |
| <b>Входной файл</b>                    | <a href="#">TEST13V1(135).dat</a><br><a href="#">TEST13V2(345).dat</a><br><a href="#">TEST13V3(345).dat</a>                                    |

### 13.1 Постановка задачи

Требуется провести расчет собственных частот и форм трубопроводной системы подвода и сброса пара за ГПК (Смоленская АЭС).

Провести сравнение с результатами по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС 6.1[1], а также полученными по ПК РАМПА[2].

### 13.2 Исходные данные

Во входном файле [TEST13V1\(135\).dat](#)

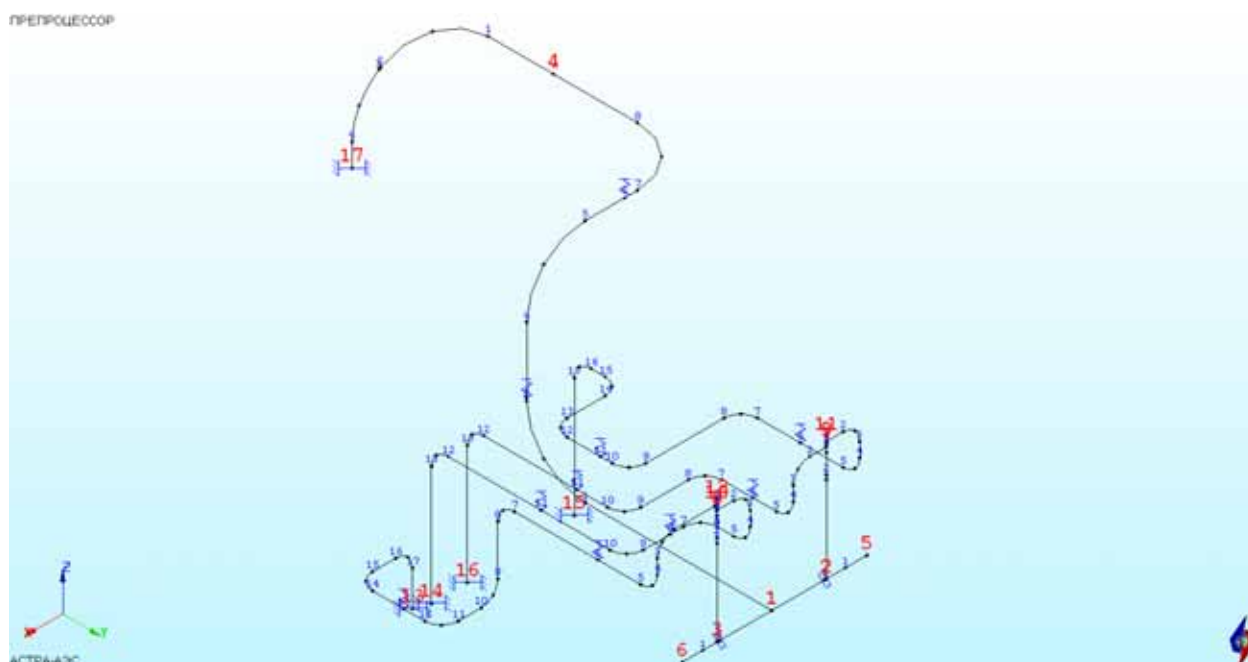
### 13.3 Расчетная модель

Расчетная модель (рис. 13.1) состоит из 16 участков (суперэлементов), 12 узлов (в том числе 7 тройниковых), содержит пружинные подвески (МВН-049-63), двусторонние опоры скольжения и мертвые опоры.

С целью анализа сходимости и точности алгоритма определения собственных частот и форм рассмотрено несколько вариантов расположения динамических масс в схеме: в первом варианте массы сосредоточены в 45 характерных точках (приведенная масса трубопроводов 11,636т, всего 133 степени свободы), во втором варианте массы расположены во всех расчетных сечениях схемы – 105 масс (приведенная масса трубопроводов 11,892т, 313 динамических степеней свободы). Задавались как абсолютно жесткие опорные конструкции, так и опоры с жесткостями 196000 кН/м<sup>2</sup>. Число определяемых низших собственных частот 25 (до 25 Гц).

<sup>13</sup> Пример 13 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

*Осевое (нитоное) представление*



*Объемное (твердотельное) представление*

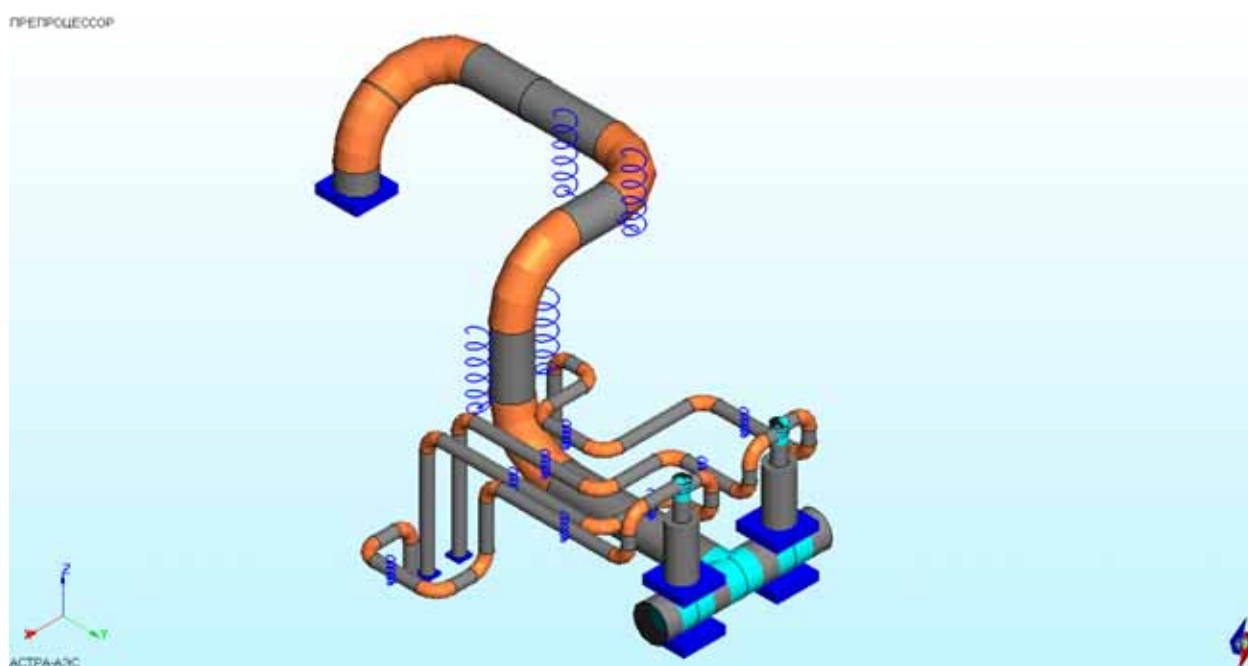


Рис. 13.1 Расчетная АСТРА-модель

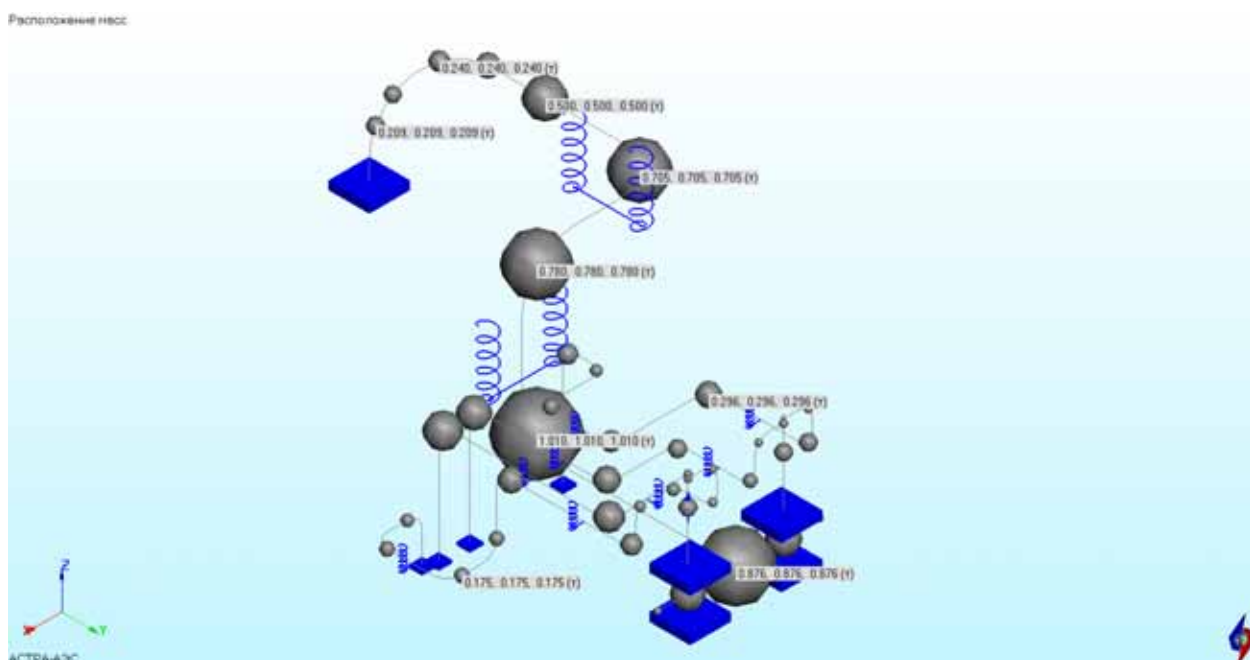


Рис. 13.2 Динамическая модель (45 масс)

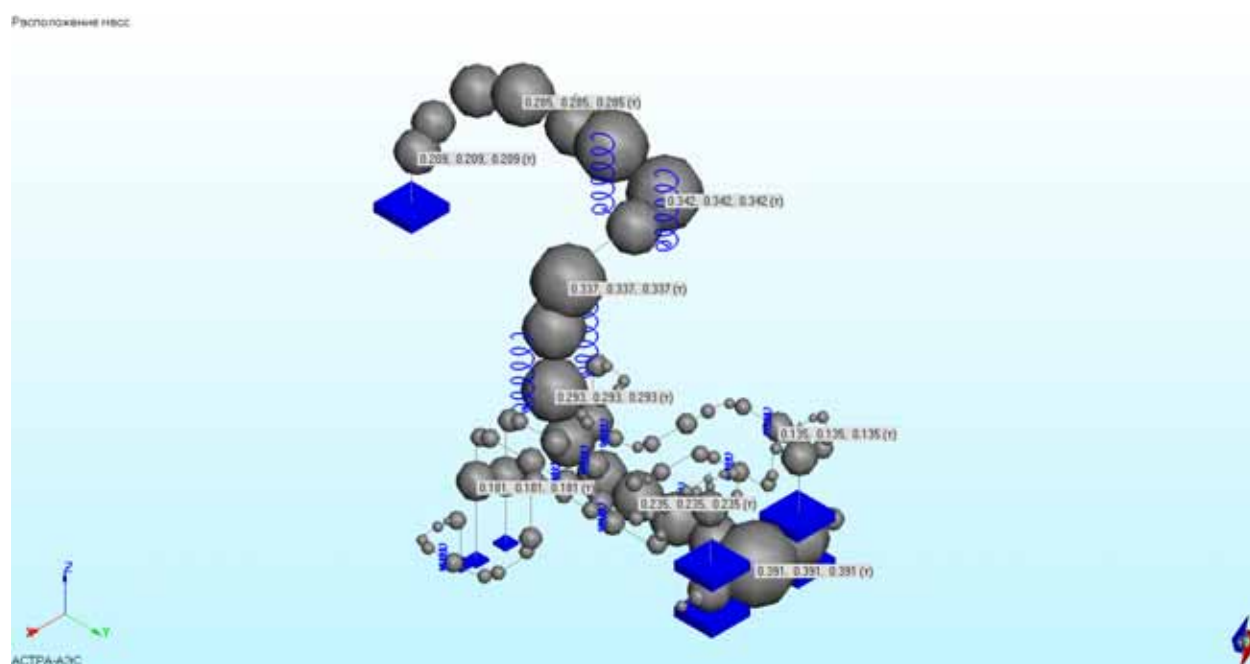


Рис. 13.3 Динамическая модель (105 масс)

### 13.4 Методика расчета

Решение частичной проблемы собственных значений (определение 25-ти низших собственных частот и форм) проводилось блочным методом Ланцоша (задаваемая блочность 5, точность определения высшей собственной частоты  $5 \cdot 10^{-5}$ ).

При расчете не учитывалось влияние внутреннего давления на податливость криволинейных участков (гибов) трубопровода.

### 13.5 Результаты

Вычисленные собственные частоты представлены в таблице 13.1. В указанной таблице также содержатся результаты расчета по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС 6.1 и расчета, проведенного в НПО ЦКТИ по программе РАМПА[2].

С учетом различия моделирования распределения масс в комплексе АСТРА-АЭС (в заданных сечениях) и РАМПА (во всех расчетных сечениях), а также неидентичности схематизации гибов, результаты сопоставления (не более 13%-е различие) следует признать удовлетворительными.

“Внутренняя” проверка точности (при детализации модели) также свидетельствует о достоверности результатов при объяснимом влиянии степени подробности инерционной дискретизации.

В таблице 13.2 “для справки” представлены значения собственных частот рассматриваемой трубопроводной системы, вычисленные с учетом влияния внутреннего давления на податливость гибов (податливость падает, собственные частоты возрастают).

Таблица 13.1

Собственные частоты трубопроводной системы, Гц.  
Сопоставление с АСТРА-АЭС 6.1

| №<br>п/п | АСТРА-АЭС               |                   |         |                                 |                   |         |                                    |                   |         |
|----------|-------------------------|-------------------|---------|---------------------------------|-------------------|---------|------------------------------------|-------------------|---------|
|          | 45 масс (133 ст. св.)   |                   |         | 105 масс (313 степеней свободы) |                   |         |                                    |                   |         |
|          | абсолютно жесткие опоры |                   |         | абсолютно жесткие опоры         |                   |         | жесткости 196000 кН/м <sup>2</sup> |                   |         |
|          | АСТРА-<br>АЭС'2009      | АСТРА-<br>АЭС 6.1 | δ,<br>% | АСТРА-<br>АЭС'2009              | АСТРА-<br>АЭС 6.1 | δ,<br>% | АСТРА-<br>АЭС'2009                 | АСТРА-<br>АЭС 6.1 | δ,<br>% |
| 1        | <b>2.337</b>            | 2.322             | 0.65    | <b>2.377</b>                    | 2.355             | 0.93    | <b>2.374</b>                       | 2.353             | 0.89    |
| 2        | <b>4.528</b>            | 4.488             | 0.89    | <b>4.671</b>                    | 4.607             | 1.39    | <b>4.669</b>                       | 4.605             | 1.39    |
| 3        | <b>5.133</b>            | 5.076             | 1.12    | <b>5.264</b>                    | 5.186             | 1.50    | <b>5.264</b>                       | 5.186             | 1.50    |
| 4        | <b>6.299</b>            | 6.247             | 0.83    | <b>6.406</b>                    | 6.335             | 1.12    | <b>6.384</b>                       | 6.313             | 1.12    |
| 5        | <b>7.687</b>            | 7.617             | 0.92    | <b>8.175</b>                    | 8.064             | 1.38    | <b>8.151</b>                       | 8.044             | 1.33    |
| 6        | <b>8.654</b>            | 8.649             | 0.06    | <b>9.055</b>                    | 9.05              | 0.06    | <b>9.053</b>                       | 9.048             | 0.06    |
| 7        | <b>10.691</b>           | 10.652            | 0.37    | <b>10.88</b>                    | 10.831            | 0.45    | <b>10.859</b>                      | 10.81             | 0.45    |
| 8        | <b>11.461</b>           | 11.437            | 0.21    | <b>11.698</b>                   | 11.666            | 0.27    | <b>11.64</b>                       | 11.61             | 0.26    |
| 9        | <b>11.849</b>           | 11.835            | 0.12    | <b>12.285</b>                   | 12.27             | 0.12    | <b>12.27</b>                       | 12.254            | 0.13    |
| 10       | <b>12.177</b>           | 12.172            | 0.04    | <b>12.523</b>                   | 12.517            | 0.05    | <b>12.521</b>                      | 12.515            | 0.05    |
| 11       | <b>13.076</b>           | 13.037            | 0.30    | <b>13.518</b>                   | 13.469            | 0.36    | <b>13.496</b>                      | 13.451            | 0.33    |
| 12       | <b>13.583</b>           | 13.489            | 0.70    | <b>14.127</b>                   | 14.019            | 0.77    | <b>14.123</b>                      | 14.017            | 0.76    |
| 13       | <b>13.856</b>           | 13.771            | 0.62    | <b>14.525</b>                   | 14.349            | 1.23    | <b>14.523</b>                      | 14.344            | 1.25    |
| 14       | <b>14.431</b>           | 14.376            | 0.38    | <b>15.313</b>                   | 15.209            | 0.68    | <b>15.241</b>                      | 15.128            | 0.75    |



| №<br>п/п | АСТРА-АЭС               |                   |         |                                 |                   |         |                                    |                   |         |
|----------|-------------------------|-------------------|---------|---------------------------------|-------------------|---------|------------------------------------|-------------------|---------|
|          | 45 масс (133 ст. св.)   |                   |         | 105 масс (313 степеней свободы) |                   |         |                                    |                   |         |
|          | абсолютно жесткие опоры |                   |         | абсолютно жесткие опоры         |                   |         | жесткости 196000 кН/м <sup>2</sup> |                   |         |
|          | АСТРА-<br>АЭС'2009      | АСТРА-<br>АЭС 6.1 | δ,<br>% | АСТРА-<br>АЭС'2009              | АСТРА-<br>АЭС 6.1 | δ,<br>% | АСТРА-<br>АЭС'2009                 | АСТРА-<br>АЭС 6.1 | δ,<br>% |
| 15       | <b>14.918</b>           | 14.872            | 0.31    | <b>15.847</b>                   | 15.821            | 0.16    | <b>15.81</b>                       | 15.783            | 0.17    |
| 16       | <b>15.405</b>           | 15.372            | 0.21    | <b>16.62</b>                    | 16.592            | 0.17    | <b>16.515</b>                      | 16.49             | 0.15    |
| 17       | <b>16.337</b>           | 16.221            | 0.72    | <b>17.583</b>                   | 17.417            | 0.95    | <b>17.426</b>                      | 17.253            | 1.00    |
| 18       | <b>17.328</b>           | 17.298            | 0.17    | <b>18.188</b>                   | 18.12             | 0.38    | <b>18.066</b>                      | 18.021            | 0.25    |
| 19       | <b>17.512</b>           | 17.456            | 0.32    | <b>20.034</b>                   | 19.816            | 1.10    | <b>19.962</b>                      | 19.764            | 1.00    |
| 20       | <b>18.067</b>           | 18.048            | 0.11    | <b>20.702</b>                   | 20.651            | 0.25    | <b>20.695</b>                      | 20.645            | 0.24    |
| 21       | <b>19.258</b>           | 19.139            | 0.62    | <b>21.577</b>                   | 21.552            | 0.12    | <b>21.558</b>                      | 21.535            | 0.11    |
| 22       | <b>20.064</b>           | 20.044            | 0.10    | <b>22.15</b>                    | 21.946            | 0.93    | <b>22.064</b>                      | 21.867            | 0.90    |
| 23       | <b>20.862</b>           | 20.739            | 0.59    | <b>22.726</b>                   | 22.647            | 0.35    | <b>22.722</b>                      | 22.642            | 0.35    |
| 24       | <b>21.924</b>           | 21.749            | 0.80    | <b>24.007</b>                   | 23.772            | 0.99    | <b>23.559</b>                      | 23.465            | 0.40    |
| 25       | <b>22.545</b>           | 22.336            | 0.94    | <b>24.345</b>                   | 24.061            | 1.18    | <b>24.24</b>                       | 23.917            | 1.35    |

## Сопоставление с ПК РАМПА

| №<br>п/п | РАМПА[2] | АСТРА-АЭС               |                               |                                 |                               |                                    |                               |
|----------|----------|-------------------------|-------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|
|          |          | 45 масс (133 ст. св.)   |                               | 105 масс (313 степеней свободы) |                               |                                    |                               |
|          |          | абсолютно жесткие опоры |                               | абсолютно жесткие опоры         |                               | жесткости 196000 кН/м <sup>2</sup> |                               |
|          |          | АСТРА-<br>АЭС'2009      | δ, %<br>АСТРА<br>vs.<br>РАМПА | АСТРА-<br>АЭС'2009              | δ, %<br>АСТРА<br>vs.<br>РАМПА | АСТРА-<br>АЭС'2009                 | δ, %<br>АСТРА<br>vs.<br>РАМПА |
| 1        | 2.21     | <b>2.337</b>            | 5.75                          | <b>2.377</b>                    | 7.56                          | <b>2.374</b>                       | 7.42                          |
| 2        | 4.19     | <b>4.528</b>            | 8.07                          | <b>4.671</b>                    | 11.48                         | <b>4.669</b>                       | 11.43                         |
| 3        | 4.79     | <b>5.133</b>            | 7.16                          | <b>5.264</b>                    | 9.90                          | <b>5.264</b>                       | 9.90                          |
| 4        | 5.79     | <b>6.299</b>            | 8.79                          | <b>6.406</b>                    | 10.64                         | <b>6.384</b>                       | 10.26                         |
| 5        | 7.27     | <b>7.687</b>            | 5.74                          | <b>8.175</b>                    | 12.45                         | <b>8.151</b>                       | 12.12                         |
| 6        | 8.72     | <b>8.654</b>            | 0.76                          | <b>9.055</b>                    | 3.84                          | <b>9.053</b>                       | 3.82                          |
| 7        | 10.36    | <b>10.691</b>           | 3.19                          | <b>10.880</b>                   | 5.02                          | <b>10.859</b>                      | 4.82                          |
| 8        | 11.17    | <b>11.461</b>           | 2.61                          | <b>11.698</b>                   | 4.73                          | <b>11.640</b>                      | 4.21                          |
| 9        | 11.75    | <b>11.849</b>           | 0.84                          | <b>12.285</b>                   | 4.55                          | <b>12.270</b>                      | 4.43                          |
| 10       | 11.99    | <b>12.177</b>           | 1.56                          | <b>12.523</b>                   | 4.45                          | <b>12.521</b>                      | 4.43                          |
| 11       | 12.8     | <b>13.076</b>           | 2.16                          | <b>13.518</b>                   | 5.61                          | <b>13.496</b>                      | 5.44                          |
| 12       | 13.07    | <b>13.583</b>           | 3.93                          | <b>14.127</b>                   | 8.09                          | <b>14.123</b>                      | 8.06                          |
| 13       | 13.52    | <b>13.856</b>           | 2.49                          | <b>14.525</b>                   | 7.43                          | <b>14.523</b>                      | 7.42                          |
| 14       | 14.23    | <b>14.431</b>           | 1.41                          | <b>15.313</b>                   | 7.61                          | <b>15.241</b>                      | 7.10                          |
| 15       | 14.97    | <b>14.918</b>           | 0.35                          | <b>15.847</b>                   | 5.86                          | <b>15.810</b>                      | 5.61                          |
| 16       | 15.48    | <b>15.405</b>           | 0.48                          | <b>16.620</b>                   | 7.36                          | <b>16.515</b>                      | 6.69                          |
| 17       | 16.02    | <b>16.337</b>           | 1.98                          | <b>17.583</b>                   | 9.76                          | <b>17.426</b>                      | 8.78                          |
| 18       | 17.46    | <b>17.328</b>           | 0.76                          | <b>18.188</b>                   | 4.17                          | <b>18.066</b>                      | 3.47                          |
| 19       | 18.49    | <b>17.512</b>           | 5.29                          | <b>20.034</b>                   | 8.35                          | <b>19.962</b>                      | 7.96                          |
| 20       | 19.25    | <b>18.067</b>           | 6.15                          | <b>20.702</b>                   | 7.54                          | <b>20.695</b>                      | 7.51                          |

| №<br>п/п | РАМПА[2] | АСТРА-АЭС               |                            |                                 |                            |                                    |                            |
|----------|----------|-------------------------|----------------------------|---------------------------------|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|
|          |          | 45 масс (133 ст. св.)   |                            | 105 масс (313 степеней свободы) |                            |                                    |                            |
|          |          | абсолютно жесткие опоры |                            | абсолютно жесткие опоры         |                            | жесткости 196000 кН/м <sup>2</sup> |                            |
|          |          | АСТРА-АЭС'2009          | δ, %<br>АСТРА vs.<br>РАМПА | АСТРА-АЭС'2009                  | δ, %<br>АСТРА vs.<br>РАМПА | АСТРА-АЭС'2009                     | δ, %<br>АСТРА vs.<br>РАМПА |
| 21       | 19.44    | <b>19.258</b>           | 0.94                       | <b>21.577</b>                   | 10.99                      | <b>21.558</b>                      | 10.90                      |
| 22       | 20.46    | <b>20.064</b>           | 1.94                       | <b>22.150</b>                   | 8.26                       | <b>22.064</b>                      | 7.84                       |
| 23       | 20.62    | <b>20.862</b>           | 1.17                       | <b>22.726</b>                   | 10.21                      | <b>22.722</b>                      | 10.19                      |
| 24       | 22.3     | <b>21.924</b>           | 1.69                       | <b>24.007</b>                   | 7.65                       | <b>23.559</b>                      | 5.65                       |
| 25       | 22.76    | <b>22.545</b>           | 0.94                       | <b>24.345</b>                   | 6.96                       | <b>24.240</b>                      | 6.50                       |

Таблица 13.2

Расчетные собственные частоты при учете внутреннего давления, Гц.

| №<br>п/п | АСТРА-АЭС               |                                 |                                    |
|----------|-------------------------|---------------------------------|------------------------------------|
|          | 45 масс (133 ст. св.)   | 105 масс (313 степеней свободы) |                                    |
|          | абсолютно жесткие опоры | абсолютно жесткие опоры         | жесткости 196000 кН/м <sup>2</sup> |
| 1        | <b>2.459</b>            | <b>2.504</b>                    | <b>2.501</b>                       |
| 2        | <b>4.919</b>            | <b>5.069</b>                    | <b>5.066</b>                       |
| 3        | <b>5.418</b>            | <b>5.558</b>                    | <b>5.558</b>                       |
| 4        | <b>6.692</b>            | <b>6.825</b>                    | <b>6.808</b>                       |
| 5        | <b>8.330</b>            | <b>8.854</b>                    | <b>8.817</b>                       |
| 6        | <b>8.687</b>            | <b>9.086</b>                    | <b>9.083</b>                       |
| 7        | <b>10.831</b>           | <b>11.030</b>                   | <b>11.002</b>                      |
| 8        | <b>11.575</b>           | <b>11.818</b>                   | <b>11.743</b>                      |
| 9        | <b>11.913</b>           | <b>12.347</b>                   | <b>12.333</b>                      |
| 10       | <b>12.257</b>           | <b>12.605</b>                   | <b>12.602</b>                      |
| 11       | <b>13.196</b>           | <b>13.632</b>                   | <b>13.596</b>                      |
| 12       | <b>13.829</b>           | <b>14.341</b>                   | <b>14.333</b>                      |
| 13       | <b>14.613</b>           | <b>15.45</b>                    | <b>15.436</b>                      |
| 14       | <b>15.017</b>           | <b>15.905</b>                   | <b>15.875</b>                      |
| 15       | <b>15.178</b>           | <b>15.968</b>                   | <b>15.943</b>                      |
| 16       | <b>15.59</b>            | <b>16.737</b>                   | <b>16.624</b>                      |
| 17       | <b>17.122</b>           | <b>18.174</b>                   | <b>18.162</b>                      |
| 18       | <b>17.481</b>           | <b>18.749</b>                   | <b>18.543</b>                      |
| 19       | <b>17.997</b>           | <b>20.745</b>                   | <b>20.640</b>                      |
| 20       | <b>18.307</b>           | <b>20.972</b>                   | <b>20.871</b>                      |
| 21       | <b>19.654</b>           | <b>21.722</b>                   | <b>21.694</b>                      |
| 22       | <b>20.198</b>           | <b>22.621</b>                   | <b>22.561</b>                      |
| 23       | <b>21.174</b>           | <b>23.073</b>                   | <b>23.070</b>                      |
| 24       | <b>22.884</b>           | <b>24.682</b>                   | <b>23.902</b>                      |
| 25       | <b>24.282</b>           | <b>25.844</b>                   | <b>25.764</b>                      |

Максимальное различие собственных частот с ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС 6.1[1] – **1,50%** – за счет более корректной актуальной процедуры сосредоточения масс в узлы суперэлементной модели (ранее – в сечения участков рядом с узлом).

### **13.6 Литература**

1. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.
2. Программный комплекс “Рампа-93”, Аттестационный Паспорт ПС №183 от 28.10.2004.

**Пример 14. Расчет собственных частот и форм разветвленной трубопроводной системы АЭС с РБМК (приема паровых сбросов от ГПК)<sup>14</sup>**

|  |  |
|--|--|
| <b>Источник(и)</b>                             | 1. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет.<br>НИЦ СтаДиО, 1995<br>2. Программный комплекс “Рампа-93”, Аттестационный<br>Паспорт ПС N 183 от 28.10.2004 |
| <b>Тип задачи</b>                              | Расчет собственных частот и форм   |
| <b>Тип(ы)<br/>верифицируемых<br/>элементов</b> | <i>Прямая труба, отвод (гиб, колено), тройник, мертвая<br/>опора (заделка), направляющая опора, опора общего вида</i>                                |
| <b>Входной файл</b>                            | <a href="#">TEST14V1(744).dat</a><br><a href="#">TEST14V2(1980).dat</a>  |

#### 14.1 Постановка задачи

*Требуется* провести расчет собственных частот и форм трубопроводной системы приема паровых сбросов от ГПК 3 Блока Смоленской АЭС.

Провести сравнение с результатами по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС 6.1[1] и с результатами по ПК РАМПА[2].

#### 14.2 Исходные данные

*Геометрические характеристики*

Во входном файле [TEST14V1\(744\).dat](#).

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости в холодном состоянии  $E_x = 2 \times 10^5$  МПа в рабочем –  $E_p = 2 \times 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- плотность материала  $\rho = 7.8$  т/м<sup>3</sup>.

*Граничные условия (опоры)*

- жесткие заделки;
- консольные концы;
- двухсторонние опоры с трением в ряде промежуточных сечений.

*Параметры нагрузки*

- внутреннее давление  $p = 2.11$  МПа;
- распределенная весовая нагрузка  $m = - 0.553$  кН/м;
- температура в холодном состоянии  $T_x = 20^\circ\text{C}$ , температура в рабочем -  $T_p = 216^\circ\text{C}$ .

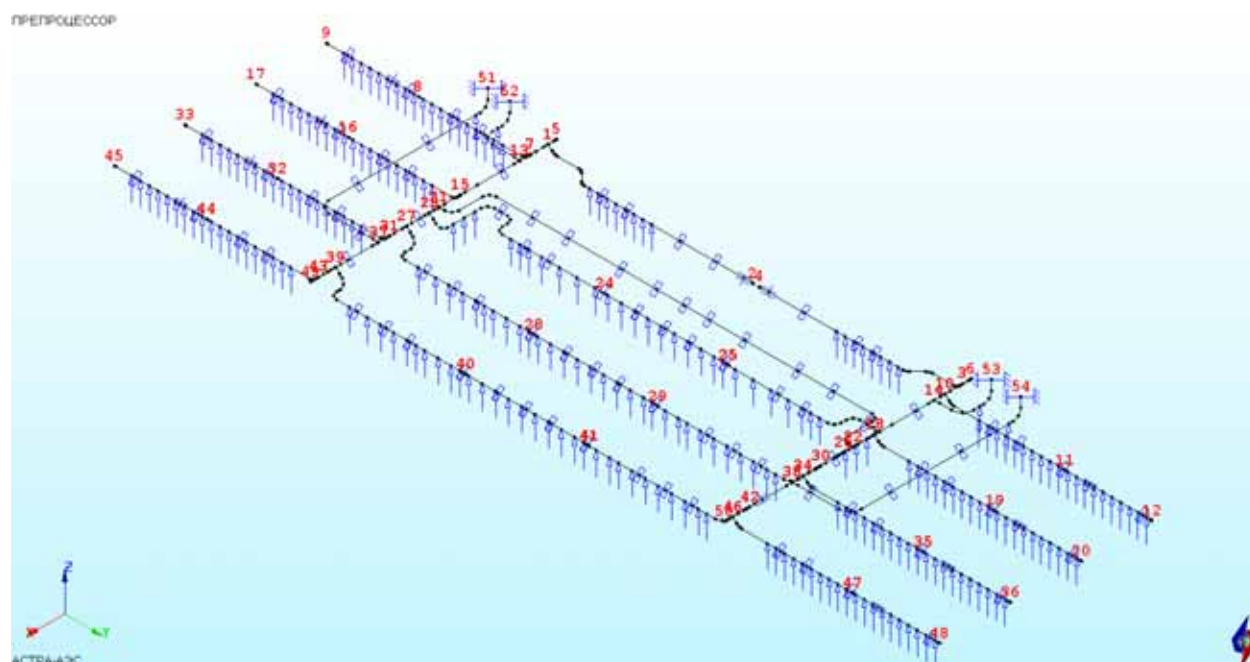
#### 14.3 Расчетная модель

Расчетная модель трубопроводной системы приема паровых сбросов от ГПК 3 Блока Смоленской АЭС (рис. 14.1) представлена 56 участками (суперэлементами), 50 узлами (из них 23 тройниковых); опорные конструкции принимались "абсолютно жесткими" (задавались условными единицами).

<sup>14</sup> Пример 14 в верификационном отчете ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

Рассматривалось два варианта расчетной модели с различным количеством динамических степеней свободы (744 и 1980).

*Осевое(ниточное) представление*



*Объемное (твердотельное) представление*

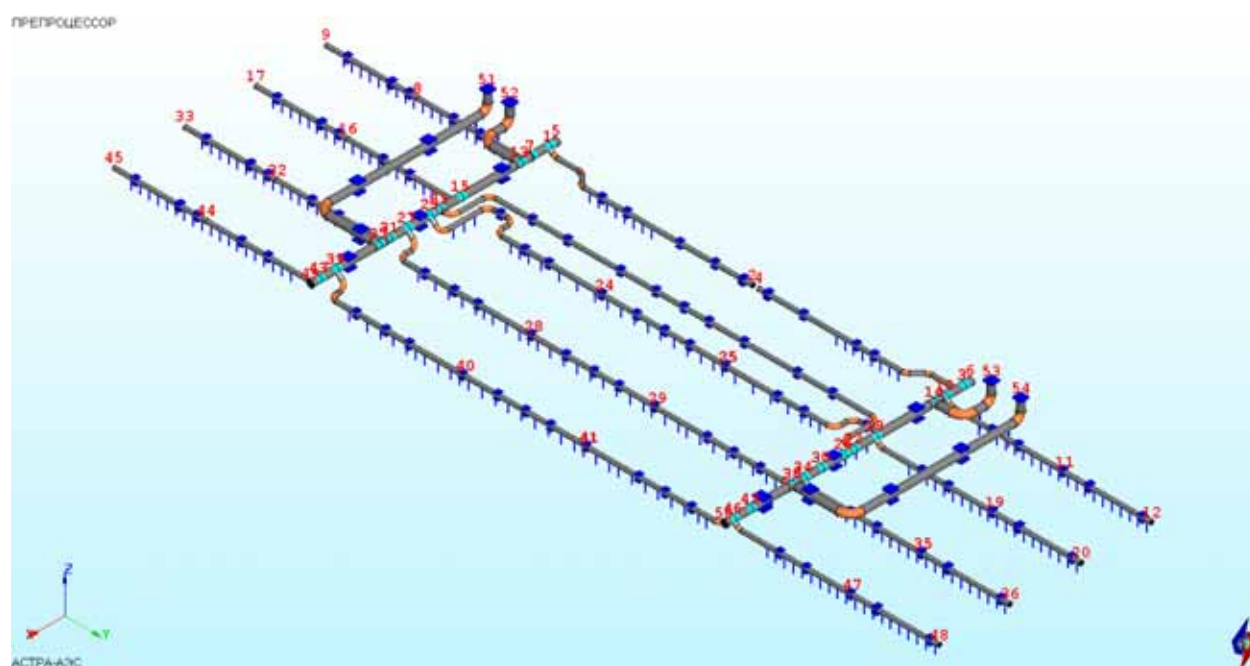


Рис. 14.1 Расчетная АСТРА-модель трубопроводной системы

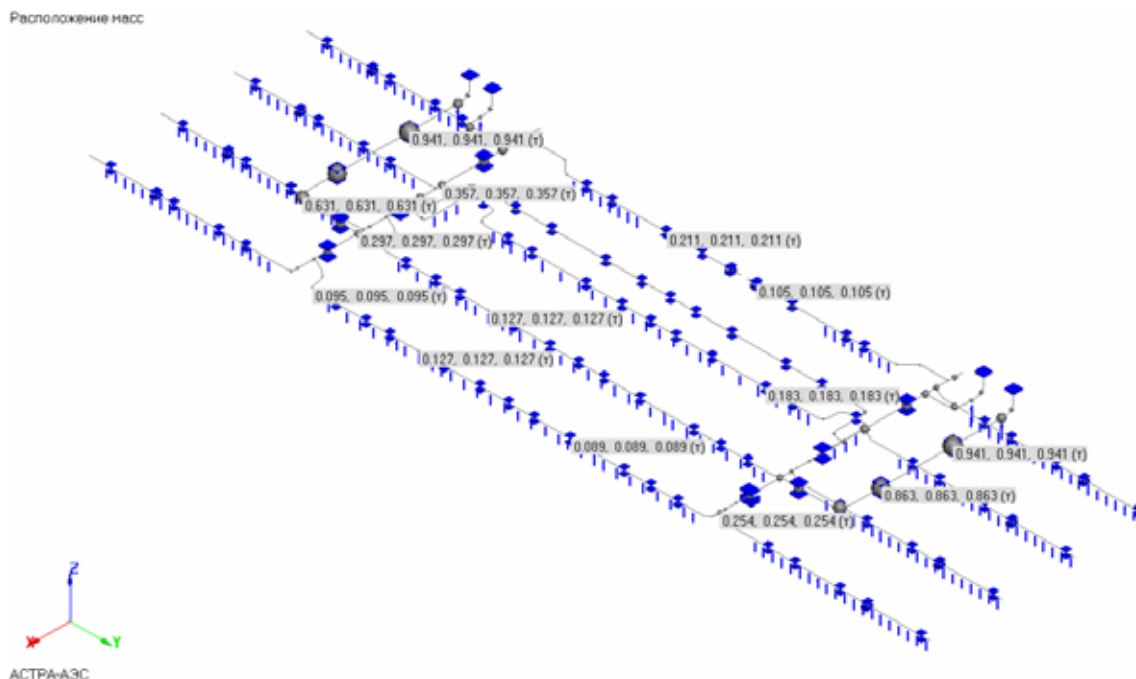


Рис. 14.2 Расчетная динамическая модель (201 масса)

#### 14.4 Методика расчета

Решение частичной проблемы собственных значений (определение 50-ти низших собственных частот и форм) проводилось блочным методом Ланцоша (точность определения высшей собственной частоты  $5 \cdot 10^{-6}$ ).

При расчете не учитывалось влияние внутреннего давления на податливость криволинейных участков (гибов) трубопровода.

#### 14.5 Результаты

Вычисленные собственные частоты приведены в таблице 14.1. В указанной таблице также содержатся результаты расчета по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС 6.1[1] и по ПК РАМПА[2].

Таблица 14.1

Расчетные низшие собственные частоты колебаний, Гц

| №<br>п/п | АСТРА-<br>АЭС 6.1,<br>489 ст. св. | Программа<br>РАМПА[2] | АСТРА-<br>АЭС'2009,<br>744 ст. св. | δ, %<br>АСТРА-<br>АЭС'2009<br>vs.<br>АСТРА-АЭС<br>6.1 | δ, %<br>АСТРА-<br>АЭС'2009<br>vs.<br>РАМПА | АСТРА-<br>АЭС'2009,<br>Массы во<br>всех<br>сечениях,<br>1980 ст.<br>св. | δ, %<br>АСТРА-<br>АЭС'2009<br>vs.<br>РАМПА |
|----------|-----------------------------------|-----------------------|------------------------------------|---|--|---|--|
| 1        | 1.114                             | 1.13                  | <b>1.114</b>                       | 0.00  | 1.42                                       | <b>1.113</b>  | 1.50                                       |
| 2        | 1.181                             | 1.29                  | <b>1.181</b>                       | 0.00  | 8.45                                       | <b>1.182</b>  | 8.37                                       |
| 3        | 1.347                             | 1.31                  | <b>1.347</b>                       | 0.00  | 2.82                                       | <b>1.349</b>  | 2.98                                       |
| 4        | 1.375                             | 1.39                  | <b>1.375</b>                       | 0.00  | 1.08                                       | <b>1.379</b>  | 0.79                                       |
| 5        | 2.422                             | 2.39                  | <b>2.422</b>                       | 0.00  | 1.34                                       | <b>2.442</b>  | 2.18                                       |
| 6        | 2.943                             | 2.81                  | <b>2.944</b>                       | 0.03  | 4.77                                       | <b>2.941</b>  | 4.66                                       |
| 7        | 3.133                             | 3.13                  | <b>3.135</b>                       | 0.06  | 0.16                                       | <b>3.157</b>  | 0.86                                       |
| 8        | 3.729                             | 3.69                  | <b>3.730</b>                       | 0.03  | 1.08                                       | <b>3.737</b>  | 1.27                                       |
| 9        | 3.799                             | 3.77                  | <b>3.800</b>                       | 0.03  | 0.80                                       | <b>3.781</b>  | 0.29                                       |
| 10       | 3.936                             | 4.11                  | <b>3.935</b>                       | 0.03  | 4.26                                       | <b>3.903</b>  | 5.04                                       |
| 11       | 4.281                             | 4.17                  | <b>4.281</b>                       | 0.00  | 2.66                                       | <b>4.202</b>  | 0.77                                       |
| 12       | 4.748                             | 4.17                  | <b>4.749</b>                       | 0.02  | 13.88                                      | <b>4.794</b>  | 14.96                                      |
| 13       | 5.046                             | 4.18                  | <b>5.047</b>                       | 0.02  | 20.74                                      | <b>5.175</b>  | 23.80                                      |
| 14       | 5.117                             | 4.32                  | <b>5.118</b>                       | 0.02  | 18.47                                      | <b>5.378</b>  | 24.49                                      |
| 15       | 5.144                             | 4.66                  | <b>5.145</b>                       | 0.02  | 10.41                                      | <b>5.543</b>  | 18.95                                      |
| 16       | 5.18                              | 4.88                  | <b>5.181</b>                       | 0.02  | 6.17                                       | <b>5.606</b>  | 14.88                                      |
| 17       | 5.193                             | 5.48                  | <b>5.193</b>                       | 0.00  | 5.24                                       | <b>5.618</b>  | 2.52                                       |
| 18       | 5.196                             | 5.57                  | <b>5.197</b>                       | 0.02  | 6.70                                       | <b>5.662</b>  | 1.65                                       |
| 19       | 5.235                             | 5.60                  | <b>5.234</b>                       | 0.02  | 6.54                                       | <b>5.756</b>  | 2.79                                       |
| 20       | 5.243                             | 5.61                  | <b>5.243</b>                       | 0.00  | 6.54                                       | <b>5.803</b>  | 3.44                                       |
| 21       | 5.356                             | 5.82                  | <b>5.356</b>                       | 0.00  | 7.97                                       | <b>5.817</b>  | 0.05                                       |
| 22       | 6.390                             | 6.62                  | <b>6.390</b>                       | 0.00  | 3.47                                       | <b>6.522</b>  | 1.48                                       |
| 23       | 6.690                             | 7.04                  | <b>6.694</b>                       | 0.06  | 4.91                                       | <b>6.77</b>   | 3.84                                       |
| 24       | 7.047                             | 7.83                  | <b>7.048</b>                       | 0.01  | 9.99                                       | <b>7.138</b>  | 8.84                                       |
| 25       | 7.461                             | 8.22                  | <b>7.450</b>                       | 0.15  | 9.37                                       | <b>7.473</b>  | 9.09                                       |
| 26       | 7.854                             | 8.45                  | <b>7.848</b>                       | 0.08  | 7.12                                       | <b>7.87</b>   | 6.86                                       |
| 27       | 8.138                             | 8.71                  | <b>8.111</b>                       | 0.33  | 6.88                                       | <b>8.203</b>  | 5.82                                       |
| 28       | 8.399                             | 8.77                  | <b>8.396</b>                       | 0.04  | 4.26                                       | <b>8.449</b>  | 3.66                                       |
| 29       | 8.645                             | 8.84                  | <b>8.643</b>                       | 0.02  | 2.23                                       | <b>8.883</b>  | 0.49                                       |
| 30       | 9.119                             | 8.96                  | <b>9.112</b>                       | 0.08  | 1.70                                       | <b>9.213</b>  | 2.82                                       |
| 31       | 9.410                             | 9.48                  | <b>9.418</b>                       | 0.09  | 0.65                                       | <b>9.472</b>  | 0.08                                       |
| 32       | 9.860                             | 9.62                  | <b>9.867</b>                       | 0.07  | 2.57                                       | <b>9.96</b>   | 3.53                                       |
| 33       | 10.505                            | 11.0                  | <b>10.509</b>                      | 0.04  | 4.46                                       | <b>10.62</b>  | 3.45                                       |
| 34       | 11.232                            | 11.9                  | <b>11.243</b>                      | 0.10  | 5.52                                       | <b>11.285</b>   | 5.17                                       |
| 35       | 11.624                            | 12.0                  | <b>11.631</b>                      | 0.06  | 3.08                                       | <b>11.949</b>   | 0.43                                       |
| 36       | 11.679                            | 12.2                  | <b>11.688</b>                      | 0.08  | 4.20                                       | <b>12.095</b>   | 0.86                                       |
| 37       | 11.826                            | 12.3                  | <b>11.833</b>                      | 0.06  | 3.80                                       | <b>12.554</b>   | 2.07                                       |
| 38       | 11.834                            | 12.4                  | <b>11.843</b>                      | 0.08  | 4.49                                       | <b>12.789</b>   | 3.14                                       |



| №<br>п/п | АСТРА-<br>АЭС 6.1,<br>489 ст. св. | Программа<br>РАМПА[2] | АСТРА-<br>АЭС'2009,<br>744 ст. св. | δ, %<br>АСТРА-<br>АЭС'2009<br>vs.<br>АСТРА-АЭС<br>6.1 | δ, %<br>АСТРА-<br>АЭС'2009<br>vs.<br>РАМПА | АСТРА-<br>АЭС'2009,<br>Массы во<br>всех<br>сечениях,<br>1980 ст.<br>св. | δ, %<br>АСТРА-<br>АЭС'2009<br>vs.<br>РАМПА |
|----------|-----------------------------------|-----------------------|------------------------------------|---|--|---|--|
| 39       | 12.024                            | 12.5                  | <b>12.034</b>                      | 0.08  | 3.73                                       | <b>12.922</b>   | 3.38                                       |
| 40       | 12.360                            | 12.6                  | <b>12.358</b>                      | 0.02  | 1.92                                       | <b>13.052</b>   | 3.59                                       |
| 41       | 12.644                            | 13.0                  | <b>12.657</b>                      | 0.10  | 2.64                                       | <b>13.129</b>   | 0.99                                       |
| 42       | 12.751                            | 14.4                  | <b>12.757</b>                      | 0.05  | 11.41                                      | <b>13.237</b>   | 8.08                                       |
| 43       | 12.822                            | 14.6                  | <b>12.829</b>                      | 0.05  | 12.13                                      | <b>13.257</b>   | 9.20                                       |
| 44       | 13.032                            | 14.7                  | <b>13.039</b>                      | 0.05  | 11.30                                      | <b>13.444</b>   | 8.54                                       |
| 45       | 13.292                            | 14.8                  | <b>13.299</b>                      | 0.05  | 10.14                                      | <b>13.764</b>   | 7.00                                       |
| 46       | 14.157                            | 14.9                  | <b>14.157</b>                      | 0.00  | 4.99                                       | <b>14.833</b>   | 0.45                                       |
| 47       | 15.631                            | 15.1                  | <b>15.619</b>                      | 0.08  | 3.44                                       | <b>15.638</b>   | 3.56                                       |
| 48       | 15.828                            | 15.5                  | <b>15.782</b>                      | 0.29  | 1.82                                       | <b>15.755</b>   | 1.65                                       |
| 49       | 16.043                            | 15.7                  | <b>15.891</b>                      | 0.95  | 1.22                                       | <b>15.953</b>   | 1.61                                       |
| 50       | 16.099                            | 16.3                  | <b>16.068</b>                      | 0.19  | 1.42                                       | <b>16.064</b>   | 1.45                                       |

Максимальное различие с ранее аттестованной версией программы АСТРА-АЭС 6.1 – 0.95% (следует учесть также различную степень подробности сравниваемых моделей). Расхождение по результатам с ПК РАМПА не превышает 21% по незначительному числу частот.

#### 14.6 Литература

1. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995
2. Программный комплекс “Рампа-93”, Аттестационный Паспорт ПС №183 от 28.10.2004.

### Пример 15. Проверка правильности определения расчетных усилий и напряжений в элементах трубопровода<sup>15</sup>

|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| Источник(и)                     | 1. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. ПН АЭ Г-7-002-86.<br>2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет.<br>НИЦ СтаДиО, 1995. |
| Тип задачи                      | Статический расчет НДС (определение напряжений)   |
| Тип(ы) верифицируемых элементов | Прямая труба, отвод (гиб, колено), тройник, мертвая опора (заделка)   |
| Входной файл                    | <a href="#">TEST15.dat</a>  |

#### 15.1 Постановка задачи

Рассматривается плоская трубопроводная система (рис. 15.1), находящаяся под действием комбинации нагрузок:

- собственный вес,
- нагрев на  $\Delta T$ ,
- внутреннее давление.

Требуется определить размахи напряжения расчетных групп  $(\sigma)_{RK}$  и  $(\sigma)_2$ .

Провести сравнение с результатами «ручного» расчета по формулам, представленным в Нормах [1], а также с результатами, полученными по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС 6.1[2].

#### 15.2 Исходные данные

*Геометрические характеристики*

- номинальный наружный диаметр основной трубы  $D_a = 325$  мм;
- номинальная толщина стенки основной трубы  $S = 16$  мм;
- утонение стенки основной трубы  $c = 2$  мм;
- номинальный диаметр штуцера  $D_h = 250$  мм;
- номинальная толщина стенки штуцера  $S_h = 12$  мм;
- утонение стенки штуцера  $c_h = 1.5$  мм;
- радиусгиба  $R = 1000$  мм.

*Физико-механические характеристики (сталь марки 08X18H10T)*

- модуль упругости  $E_{T=100C} = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $E_{T=20C} = 2.05 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- коэффициент температурного расширения  $\alpha = 1.66 \cdot 10^{-5}$  1/град.

*Граничные условия (опоры)*

- заземление (заделка) двух концов трубопровода, третий конец консольный.

*Параметры нагрузки*

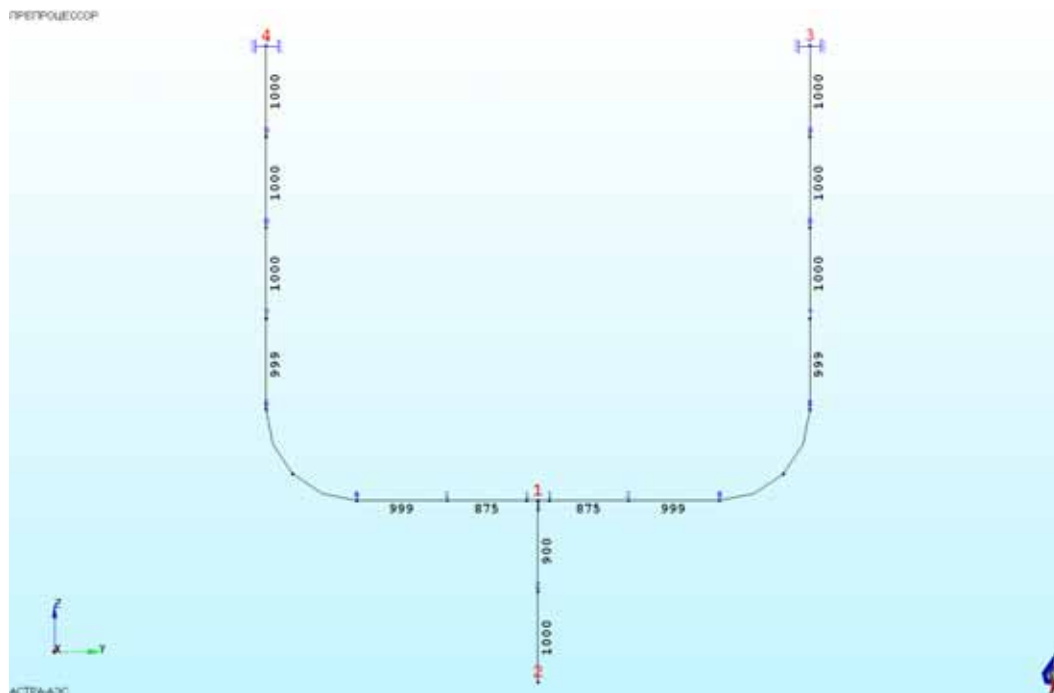
- плотность продукта  $\rho_{ж} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;
- внутреннее давление  $p = 1$  МПа;
- температурный перепад  $\Delta T = T - T_0 = 100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 80^\circ\text{C}$ .

<sup>15</sup> Пример 1 в дополнении к верификационному отчету ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

### 15.3 Расчетная модель

Расчетная модель трубопровода (рис. 15.1) состоит из трех участков (суперэлементов). Узел 1 моделируется как сварное тройниковое соединение. Общее количество элементов в схеме – 23.

*Осевое (нечетное) представление*



*Объемное (твердотельное) представление*

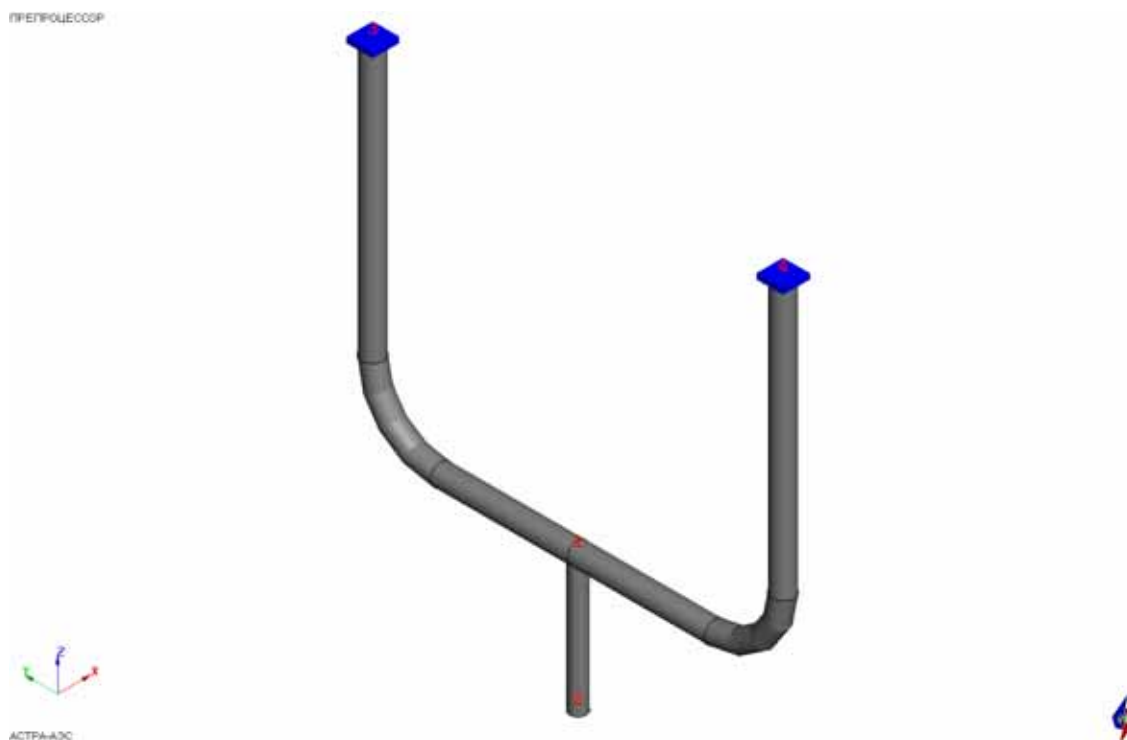


Рис. 15.1 Расчетная АСТРА-модель трубопровода (размеры – в мм)

## 15.4 Результаты

### 15.4.1 “Ручной” расчет по формулам, приведенным в нормах

Используются следующие обозначения, принятые в [1]:

$D_a$  – номинальный наружный диаметр поперечного сечения трубы;

$s$  – номинальная толщина стенки трубы;

$A_s$  – площадь поперечного сечения трубы;

$W$  – момент сопротивления изгибу поперечного сечения трубы;

$p$  – расчетное внутреннее давление в трубопроводе;

$E$  – модуль упругости материала;

$c$  – суммарная прибавка к толщине стенки;

$\phi$  – коэффициент снижения прочности сварного шва;

$\lambda$  – безразмерный геометрический параметр ( $\lambda = Rs/r^2$ );

$K_{и(s)}$  – коэффициент местных изгибных напряжений в трубе от воздействия штуцера.

Определение составляющих напряженного состояния для *прямолинейной трубы* (см. [1], стр. 378), силовые факторы берутся из этапа 3 (давление + самокомпенсация):

$$\sigma_{\psi} = 2\sigma_{zp} = 2 \cdot \frac{p \cdot [D_a - 2(s - c)]^2}{4(D_a - s + c)(s - c)} = 2 \cdot \frac{1 \cdot [325 - 2(16 - 2)]^2}{4(325 - 16 + 2)(16 - 2)} = 2 \cdot 5.065 = 10.13 \text{ МПа};$$

$$\sigma_z = \pm \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W} + \frac{N_z}{A_s} + \sigma_{zp} = \pm \frac{22.89 \cdot 10^6}{1143841} + 5.065 = 25.08 \text{ МПа};$$

где, согласно рис. 15.2,  $M_y=0$ ,  $M_x=22.89 \cdot 10^6$  Н·мм,  $N_z=0$ ,  $\sigma_{zp}=5.06$  МПа;  
изгибный момент сопротивления поперечного сечения основной трубы:

$$W = \frac{\pi(D_a^4 - D^4)}{32D_a} = \frac{3.1416 \cdot (325^4 - 293^4)}{32 \cdot 325} = 1143841 \text{ мм}^3,$$

где  $D = (D_a - 2s) = (325 - 2 \cdot 16) = 293$  мм – внутренний диаметр основной трубы.

Для наружной поверхности трубы имеем:

$\sigma_r=0$ ,  $\tau=0$  (т.к.  $M_z=0$ );

главные напряжения:

$\sigma_1 = 25.08$  МПа;

$\sigma_2 = 10.13$  МПа;

$\sigma_3 = 0$ .

$$(\sigma)_{RK} = \sigma_1 - \sigma_3$$

Размахи напряжений:

$(\sigma)_{RK}=25.08$  МПа.

Для *гиба* с  $\lambda = \frac{Rs}{r^2} = \frac{1000 \cdot 16}{154.5^2} = 0.67 < 1,4$  напряжение  $(\sigma)_{RK}^0$  выбирается

максимальным из следующих четырех формул:

$$(\sigma)_{RK}^0 = \frac{1}{W} \sqrt{\left[ M_x |\gamma_m| + |M_y| \beta_m + W \sigma_{zp} \right]^2 + M_z^2} =$$

$$= \frac{1}{1143841} \sqrt{\left[ 6.99 \cdot 10^6 \cdot 2.039 + 1143841 \cdot 5.065 \right]^2} = 17.52 \text{ МПа},$$

где, согласно рис. 15.2,  $M_x=6.99 \cdot 10^6$  Н·мм,  $M_y=0$ ;  $\sigma_{zp}=5.065$  МПа;  $M_z=0$ .

$$(\sigma)_{RK}^0 = \frac{1}{W} \sqrt{\left[ M_x |\beta_m| + |M_y| \gamma_m + W \sigma_{zp} \right]^2 + M_z^2} = \frac{6.99 \cdot 10^6 \cdot 1.458}{1143841} + 5.065 = 13.97 \text{ МПа},$$

$$(\sigma)_{RK}^0 = \frac{1}{W} \sqrt{\left[ M_x |\gamma_m| + W B \sigma_{vp} \right]^2 + M_z^2} = \frac{6.99 \cdot 10^6 \cdot 2.039}{1143841} + 1.091 \cdot 10.607 = 24.03 \text{ МПа},$$

$$\text{где } B = \frac{2R-r}{2(R-r)} = \frac{2 \cdot 1000 - 154.5}{2(1000 - 154.5)} = 1.091,$$

$$r = \frac{1}{2}(D_a - s) = \frac{1}{2}(345 - 16) = 154.5 \text{ мм}.$$

$$\sigma_{vp} = \frac{p[D_a - 2(s-c)]}{2\phi(s-c)} = \frac{1 \cdot [325 - 2(16-2)]}{2 \cdot 1 \cdot (16-2)} = 10.607 \text{ МПа},$$

$$\phi = 1.$$

$$(\sigma)_{RK}^0 = \frac{1}{W} \sqrt{\left[ M_y |\gamma_m| + W B \sigma_{vp} \right]^2 + M_z^2} = 1.091 \cdot 10.607 = 11.57 \text{ МПа}.$$

Коэффициенты интенсификации напряжений  $\gamma_m$  и  $\beta_m$  определялись по формулам, приведенным в Нормам[1]:

$$a_2 := 1.0156 + 661.5 \cdot \lambda^2 + 63.0 \cdot \omega - \frac{0.2316}{a_1}$$

$$a_3 := 1.0278 + 204.2 \cdot \lambda^2 + 35.0 \cdot \omega - \frac{0.2197}{a_2}$$

$$a_4 := 1.0625 + 37.5 \cdot \lambda^2 + 15.0 \cdot \omega - \frac{0.1914}{a_3}$$

$$b := 0.125 + 1.5 \cdot \lambda^2 + 3.0 \cdot \omega - \frac{0.09766}{a_4}$$

$$K_p := 1 + \frac{1.125}{b}$$

$$A_{22} := -\frac{1}{b}$$

$$A_{42} := \frac{0.3125}{a_4} \cdot A_{22}$$

$$A_{62} := \frac{0.4375}{a_3} \cdot A_{42}$$

$$A_{82} := \frac{0.4687}{a_2} \cdot A_{62}$$

$$A_{102} := \frac{0.4812}{a_1} \cdot A_{82}$$

$$\gamma_m := 0.75 \cdot \lambda \cdot [A_{22} \cdot (1 - 2^2) + A_{42} \cdot (1 - 4^2) + A_{62} \cdot (1 - 6^2) + A_{82} \cdot (1 - 8^2) + A_{102} \cdot (1 - 10^2)]$$

$$\beta_m := K_p + 1.5 \cdot \left( \frac{A_{22}}{2} + \frac{A_{42}}{4} + \frac{A_{62}}{6} + \frac{A_{82}}{8} + \frac{A_{102}}{10} \right)$$

$$\gamma_m = 2.039$$

$$\beta_m = 1.458$$

Т.о. для гйба  $(\sigma)_{RK} = 24.03$  МПа.

Для *тройникового узла* напряжения группы  $(\sigma)_{RK}$  рассчитываются по формулам:

для сечений А-А и В-В [1, рис. П5.1]

$$\sigma_{\psi} = 0.5 \alpha_{\sigma} \sigma_{\psi p} = 0.5 \cdot 3.558 \cdot 10.607 = 18.87 \text{ МПа};$$

$$\text{где } \alpha_{\sigma} = 1.2 \cdot [2 + 2(D/D_a)^2 - (D/D_a)^4] = 1.2 \cdot [2 + 2(293/325)^2 - (293/325)^4] = 3.558;$$

$$\sigma_z = \sigma_{zMN}^0 \pm \sigma_{zMN(s)}^0 K_{H(s)} + \sigma_{zp} = 7.74 + 5.065 = 12.8 \text{ МПа};$$

$$\text{где } \sigma_{zMN}^0 = \frac{M_x \sin \Phi - M_y \cos \Phi}{W} + \frac{N_z}{A_s} = \frac{8.85 \cdot 10^6 \cdot \sin 90^\circ}{1143841} - \frac{6.35 \cdot 10^3}{15532} = 7.328 \text{ МПа},$$

$$\text{где } M_x = 8.85 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}, M_y = 0, N_z = -6.35 \cdot 10^3 \text{ Н (см. рис. 15.2),}$$

$$A_s = \frac{\pi(D_a^2 - D^2)}{2} = \frac{3.1416(325^2 - 293^2)}{4} = 15532 \text{ мм}^2;$$

$$\sigma_{zMN(s)}^0 = 0 \text{ (в силу симметрии схемы);}$$

для сечения Б-Б

$$\sigma_{\psi} = \sigma_{\psi p} \pm \sigma_{zMN(s)}^0 K_{H(s)} = 10.607 \text{ МПа.}$$

$$\sigma_z = 1.5 \sigma_{zMN}^0 + \sigma_{zp} = 1.5 \cdot 7.737 + 5.065 = 16.67 \text{ МПа.}$$

Главные напряжения:

$$\sigma_1 = 18.87 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = 16.67 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = 0.$$

$$(\sigma)_{RK} = \sigma_1 - \sigma_3 = 18.87 \text{ МПа.}$$

### 15.4.2 Численное решение в АСТРА-АЭС'2009

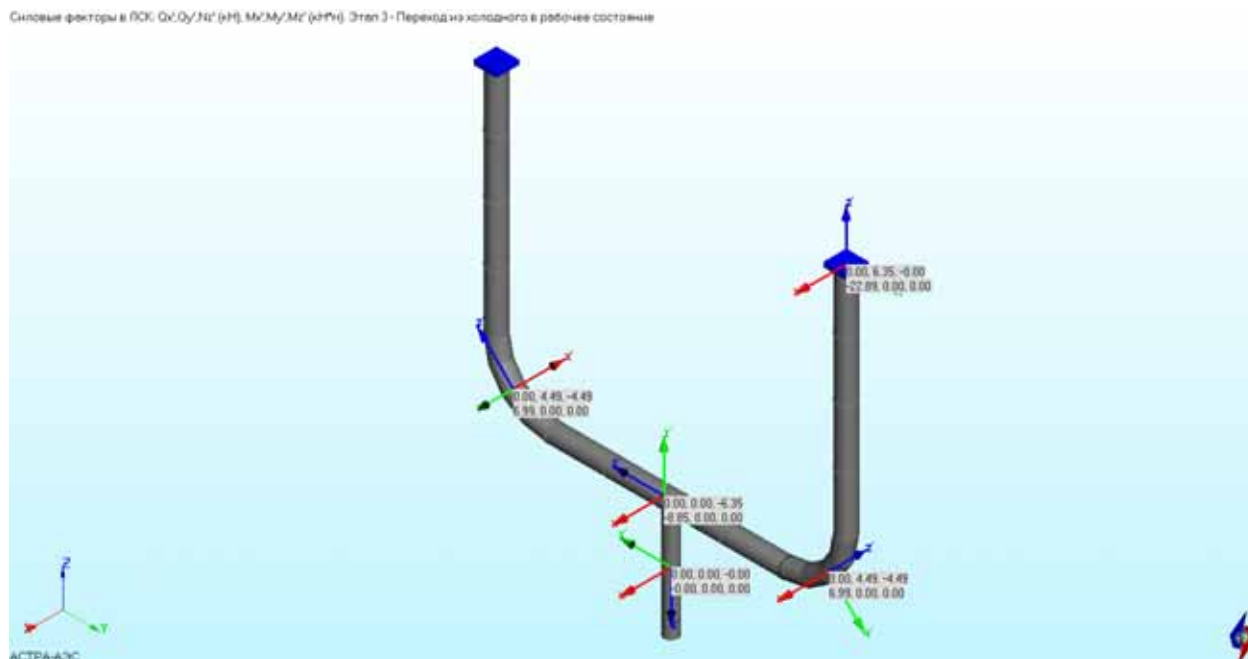


Рис. 15.2 Расчетные максимальные усилия (в кН) и моменты (в кН·м) в элементах трубопровода для этапа 3 (давление + самокомпенсация)

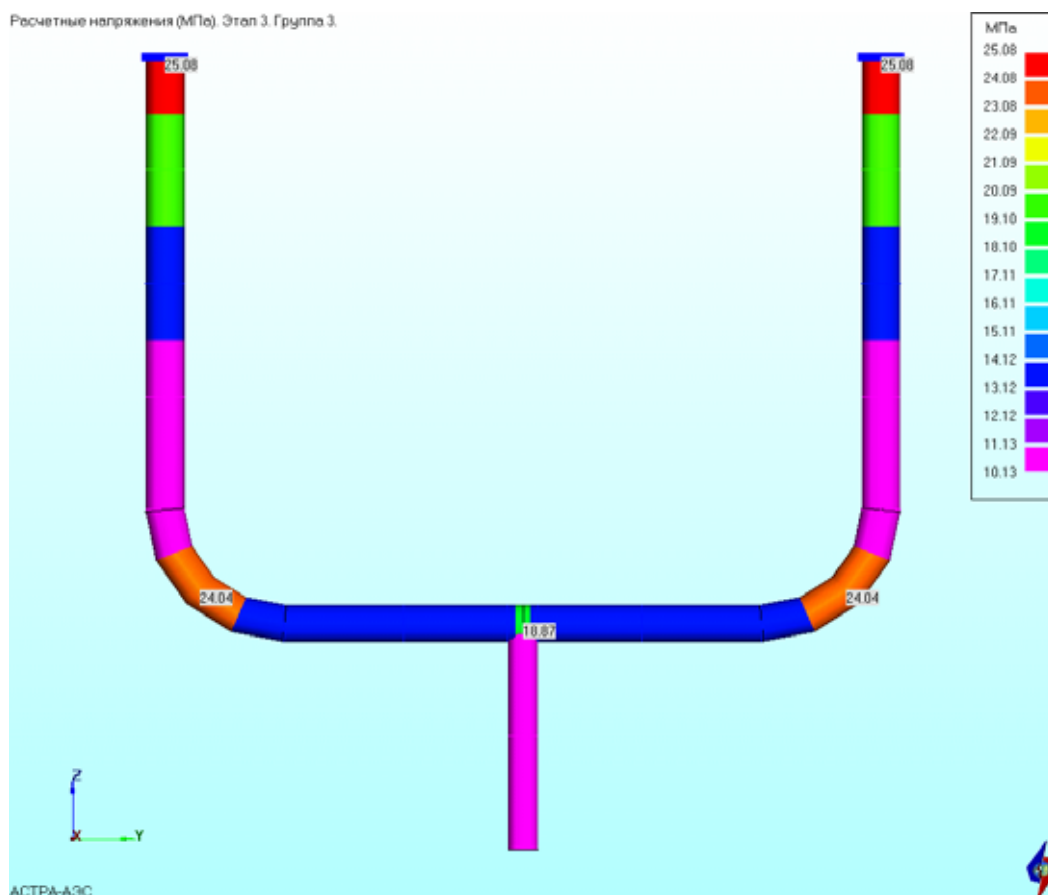


Рис. 15.3 Расчетные напряжения ( $\sigma_{RK}$ , МПа



Расчетные размахи напряжений представлены на рис. 15.3 и в таблице 15.1.

### 15.4.3 Сравнение результатов

Таблица 15.1

Сопоставление результатов (расчетных напряжений)

| № п/п | Элемент      | Этап 3<br>(давление + самокомпенсация) |                       |                         |                    |                          |   |
|-------|--------------|--|-----------------------|-------------------------|--------------------|--------------------------|---|
|       |              | N <sub>z</sub> , кН                    | M <sub>x</sub> , кН·м | (σ) <sub>РК</sub> , МПа |                    |                          | δ, %<br>АСТРА-<br>АЭС'2009<br>vs.<br>«ручной»<br>расчет |
|       |              |  |                       | «ручной»<br>расчет [1]  | АСТРА-<br>АЭС'2009 | АСТРА-<br>АЭС 6.1<br>[2] |   |
| 1     | Прямая труба | 0                                      | 22.89                 | 25.08                   | 25.08              | 25.08                    | 0.00  |
| 2     | Гиб          | -4.49                                  | 6.99                  | 24.03                   | 24.04              | 24.04                    | 0.04  |
| 3     | Тройник      | 0                                      | 8.85                  | 18.87                   | 18.87              | 18.87                    | 0.00  |

Результаты по верифицируемой версии АСТРА-АЭС'2009 идентичны таковым по ранее аттестованной ПК АСТРА-АЭС 6.1[2].

### 15.5 Литература

1. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. ПНАЭ Г-7-002-86.
2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.

**Пример 16. Проверка правильности расчета частот и форм собственных колебаний и сейсмической реакции<sup>16</sup>**

|  |  |
|--|--|
| <b>Источник (и)</b>                    | 1. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.<br>2. CANPIPE. Верификационный отчет. НИКИЭТ, 1997. |
| <b>Тип задачи</b>                      | Собственные частоты и формы, сейсмика  |
| <b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b> | <i>Прямая труба, отвод (гиб, колено), мертвая опора (заделка)</i>  |
| <b>Входной файл</b>                    | <a href="#">TEST16.dat</a>   |

### 16.1 Постановка задачи

*Рассматривается* пространственная трубопроводная система (рис. 16.2), подвергающаяся сейсмическому воздействию.

*Требуется* определить собственные частоты и формы колебаний, а также сейсмическую реакцию.

Провести сравнение с результатами расчетов по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС 6.1 [1] и по программе CANPIPE[2].

### 16.2 Исходные данные

#### *Геометрические характеристики*

- наружный диаметр трубы  $D = 219$  мм;
- толщина стенки трубы  $S = 10$  мм;
- радиус гiba  $R = 500$  мм.

#### *Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ .

#### *Граничные условия (опоры)*

- заземление (заделка) обоих концов трубопровода.

#### *Параметры нагрузки*

- погонная масса  $m = 100$  кг/м;
- сейсмические воздействия задаются в виде трех однокомпонентных (остальные компоненты – нулевые) и одного трехкомпонентного спектров ответа (таблица 16.1, рис. 16.1).

<sup>16</sup> Пример 2 в дополнении к верификационному отчету ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

Таблица 16.1

Расчетный трехкомпонентный сейсмический спектр ответа

| Частота $f$ , Гц | Ось X, $\text{м/с}^2$ |        | Ось Z, $\text{м/с}^2$ |
|------------------|-----------------------|--------|-----------------------|
| 0.0001           |                       | 0.0    | 0                     |
| 1                |                       | 4.70   | 0.                    |
| 2                | 0                     | 9.4    | 0.                    |
| 3                |                       | 9.4    | 0                     |
| 4                |                       | 9.4    | 1                     |
| 5                |                       | 9.4    | 1.                    |
| 6                |                       | 4.80   | 1.                    |
| 7                | 3.9714                | 4.40   | 2.                    |
| 8                | 3.6571                | 4.0000 | 9.6000                |
| 10               | 3.0285                | 3.2000 | 9.6000                |
| 12               | 2.4000                | 2.4000 | 2.4000                |
| 20               | 2.4000                | 2.4    | 2.4000                |

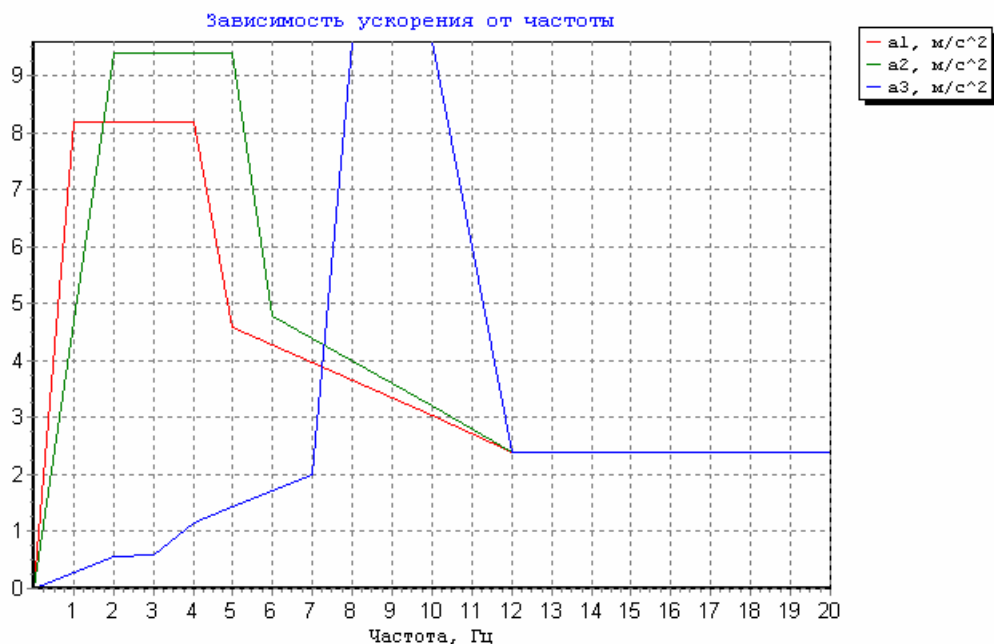
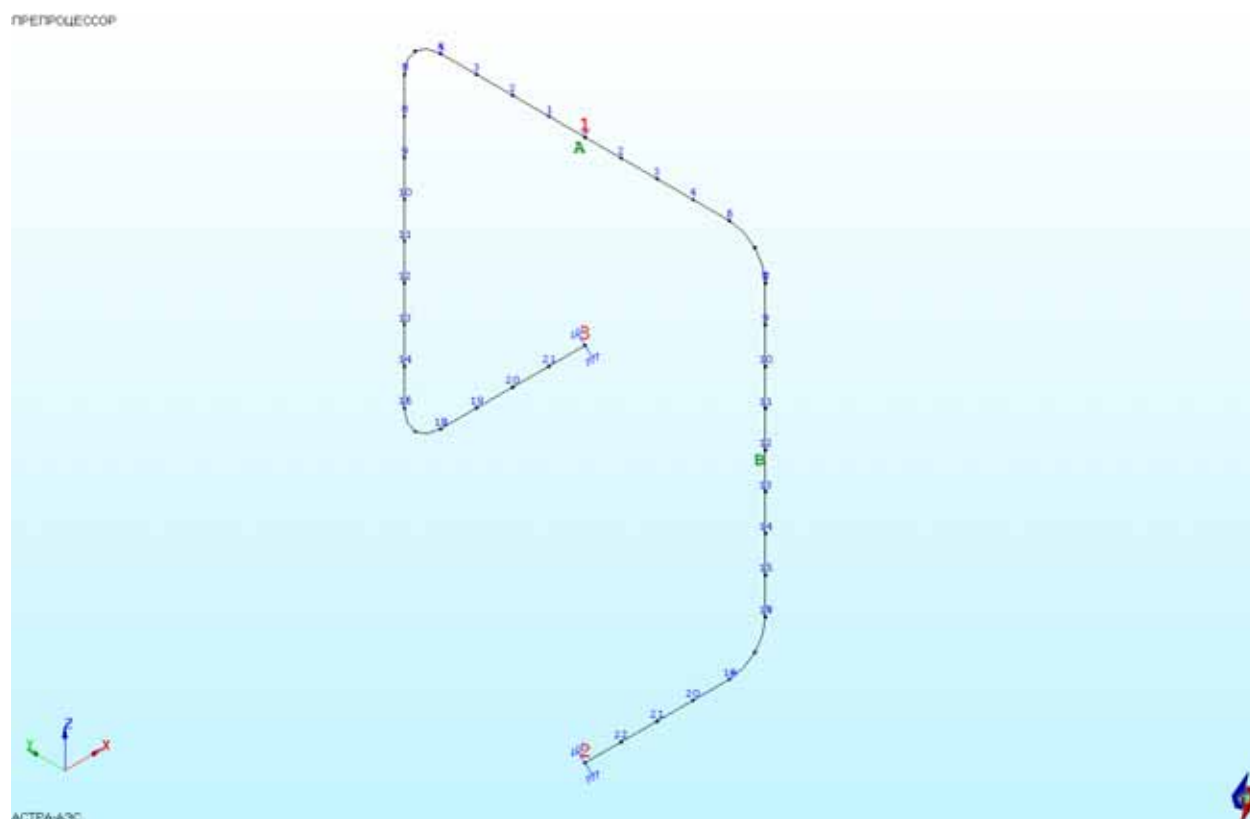


Рис. 16.1 Расчетный трехкомпонентный спектр ответа

### 16.3 Расчетная модель

Расчетная модель трубопровода (рис. 16.2) состоит из двух участков (суперэлементов). Общее количество элементов в расчетной модели – 45. Динамическая модель представлена на рис. 16.3. Общее число динамических степеней свободы – 132, суммарная масса трубопровода – 1.86 т.

*Осевое (нитоchnое) представление*



*Объемное (твердотельное) представление*

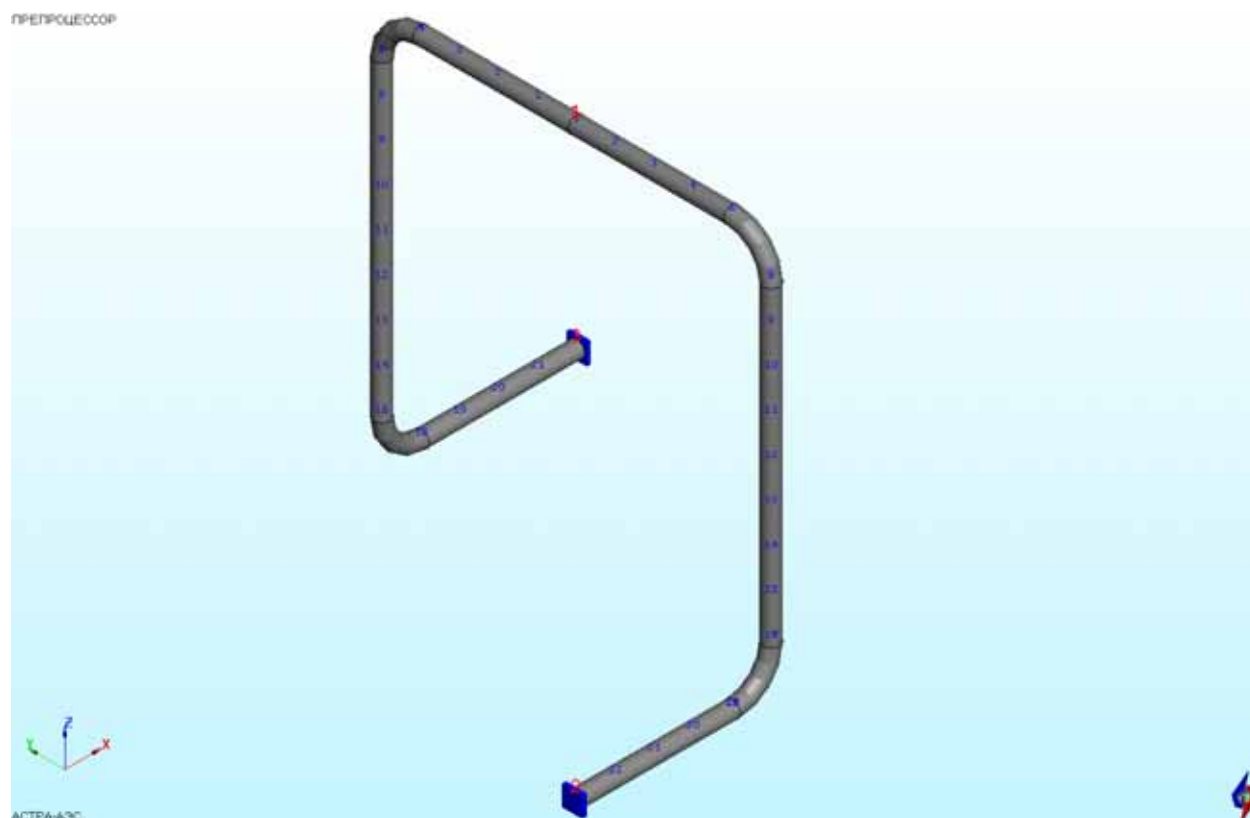


Рис. 16.2 Расчетная АСТРА-модель трубопровода

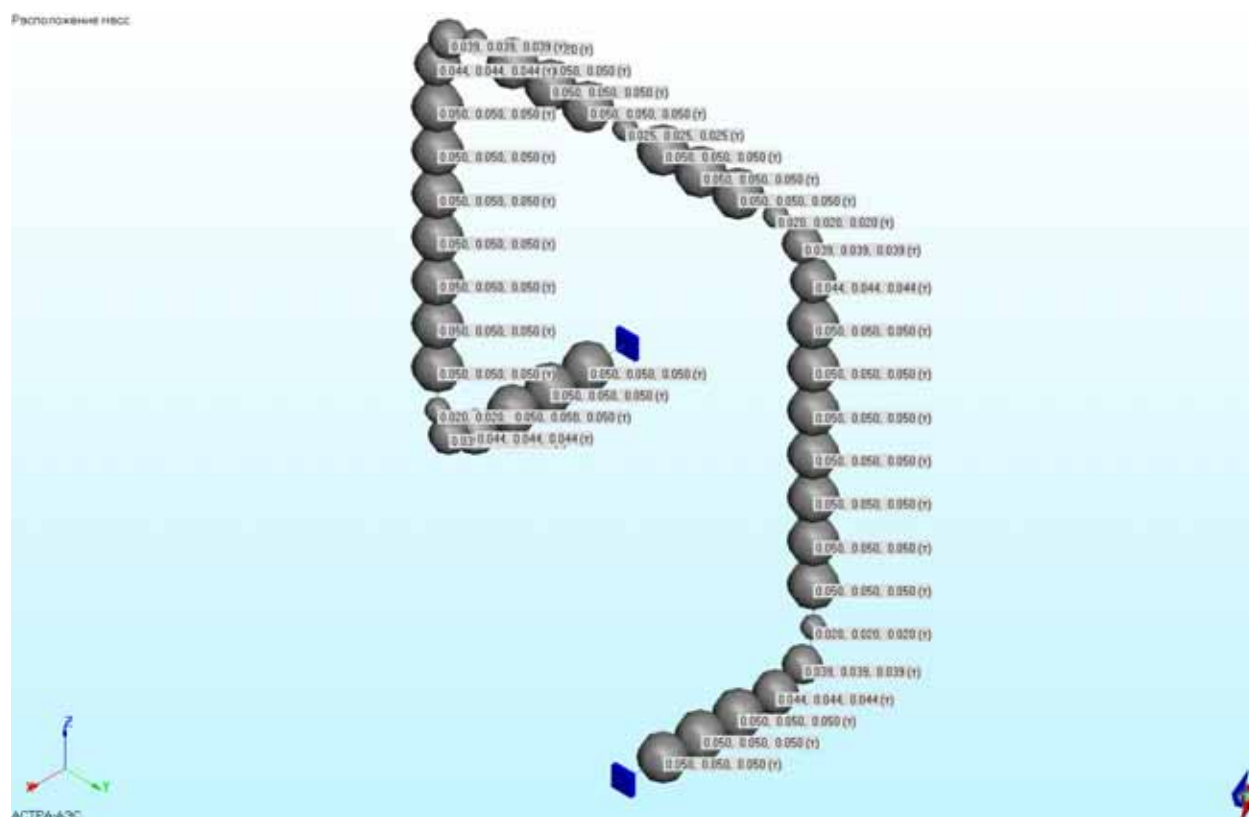


Рис. 16.3 Расчетная динамическая модель

## 16.4 Результаты

На рис. 16.4–16.5 представлены результаты по сейсмическим перемещениям и реакциям в опорах для случая трехкомпонентного спектра ответа.

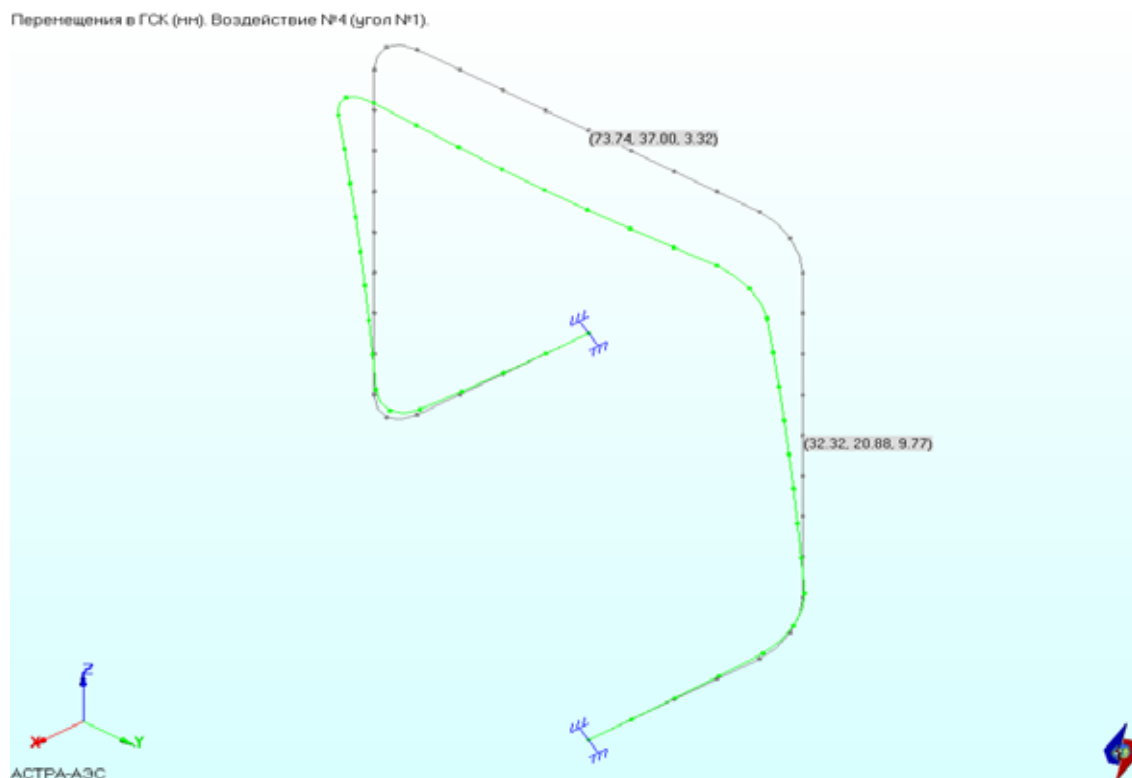


Рис. 16.4 Расчетные сейсмические перемещения в сечениях А и В, мм

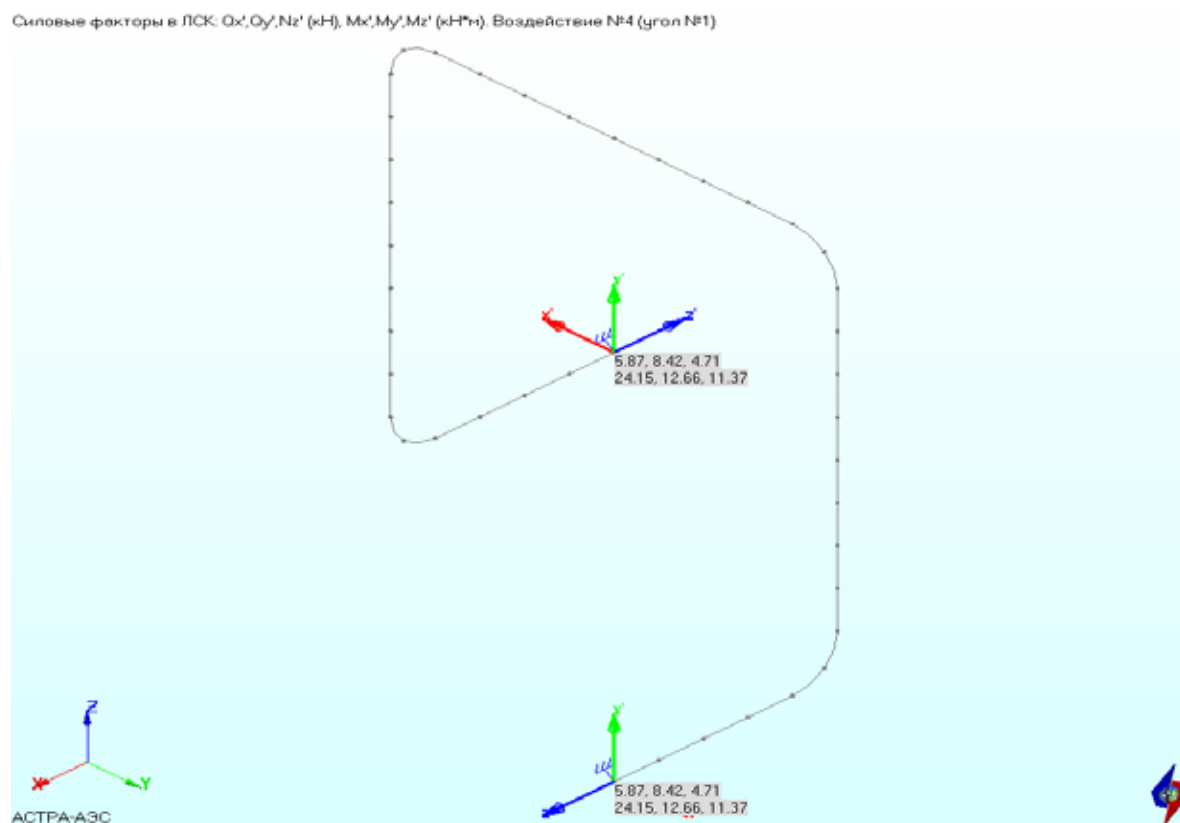


Рис. 16.5 Расчетные сейсмические реакции в опорах, кН

### 16.5 Сопоставление результатов

В таблице 16.2 приведены низшие собственные частоты, вычисленные по ПК *АСТРА-АЭС'2009*, ранее аттестованной версии АСТРА-АЭС 6.1[1], программам СТАДИО, CANPIPE[2].

Таблица 16.2

Сопоставление результатов

|                       | Собственные частоты, Гц |              |              |             |              |               |
|-----------------------|-------------------------|--------------|--------------|-------------|--------------|---------------|
|                       | 1                       | 2            | 3            | 4           | 5            | 6             |
| CANPIPE               | 1.8                     | 2.87         | 4.57         | 8.87        | 9.88         | 13            |
| СТАДИО                | 1.818                   | 2.9          | 4.604        | 8.892       | 9.901        | 12.87         |
| <i>АСТРА-АЭС'2009</i> | <b>1.818</b>            | <b>2.905</b> | <b>4.568</b> | <b>8.89</b> | <b>9.867</b> | <b>12.843</b> |
| АСТРА-АЭС 6.1 [1]     | 1.818                   | 2.905        | 4.568        | 8.89        | 9.867        | 12.843        |
| $\delta$ , %          | 1.00                    | 1.22         | 0.04         | 0.23        | 0.13         | 1.21          |

$\delta$  – отличие результатов по АСТРА-АЭС'2009 от CANPIPE

Максимальное различие составило 1,22 %.

В таблицах 16.3 и 16.4 представлены расчетные значения сейсмических перемещений в сечениях А и В (см. рис. 16.1) и сейсмических реакций в заделках, определенные по программному комплексу *АСТРА-АЭС'2009* (с учетом шести собственных частот и форм), ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС 6.1, программным комплексам СТАДИО и CANPIPE.

Сравнение результатов расчета показывает, что по собственным частотам расхождение между CANPIPE и АСТРА-АЭС составляет не более 1,5 %, что вполне приемлемо и объяснимо различием в моделировании трубопровода. Между СТАДИО и АСТРА-АЭС -0.8%, что подтверждает правильность расчетов по программе АСТРА-АЭС. Сопоставление собственных форм колебаний также показывает близость результатов.

Таблица 16.3

Расчетные сейсмические перемещения

| Сечение | Комплекс              | Спектр по | Перемещения, мм |              |             |
|---------|-----------------------|-----------|-----------------|--------------|-------------|
|         |                       |           | $U_x$           | $U_y$        | $U_z$       |
| А       | <i>АСТРА-АЭС'2009</i> | x         | <b>71.00</b>    | <b>17.75</b> | <b>0.00</b> |
|         |                       | y         | <b>19.91</b>    | <b>32.46</b> | <b>0.00</b> |
|         |                       | z         | <b>0.00</b>     | <b>0.00</b>  | <b>3.32</b> |
|         |                       | x,y,z     | <b>73.74</b>    | <b>37.00</b> | <b>3.32</b> |
|         | АСТРА-АЭС 6.1 [1]     | x         | 71.00           | 17.75        | 0.00        |
|         |                       | y         | 19.91           | 32.46        | 0.00        |
|         |                       | z         | 0.00            | 0.00         | 3.32        |
|         |                       | x,y,z     | 73.74           | 37.00        | 3.32        |
|         | CANPIPE               | x,y,z     | 93.80           | 46.10        | 3.40        |
|         | СТАДИО                | x         | 71.41           | 17.78        | 0.00        |
|         |                       | y         | 19.94           | 32.68        | 0.00        |
|         |                       | z         | 0.00            | 0.00         | 3.33        |

|   |                   |       |              |              |             |
|---|-------------------|-------|--------------|--------------|-------------|
| В | АСТРА-АЭС'2009    | x     | <b>31.15</b> | <b>8.64</b>  | <b>9.10</b> |
|   |                   | y     | <b>8.60</b>  | <b>19.00</b> | <b>2.56</b> |
|   |                   | z     | <b>0.68</b>  | <b>0.73</b>  | <b>2.50</b> |
|   |                   | x,y,z | <b>32.32</b> | <b>20.88</b> | <b>9.77</b> |
|   | АСТРА-АЭС 6.1 [1] | x     | 31.15        | 8.64         | 9.10        |
|   |                   | y     | 8.60         | 19.00        | 2.56        |
|   |                   | z     | 0.68         | 0.73         | 2.50        |
|   |                   | x,y,z | 32.32        | 20.88        | 9.77        |
|   | CANPIPE           | x,y,z | 41.20        | 25.90        | 12.00       |
|   | СТАДИО            | x     | 31.35        | 8.66         | 9.10        |
|   |                   | y     | 8.62         | 19.12        | 2.55        |
|   |                   | z     | 0.71         | 0.74         | 2.48        |

Таблица 16.4

## Расчетные сейсмические реакции

| Комплекс          | Спектр по | Реакции, кН    |                |                |
|-------------------|-----------|----------------|----------------|----------------|
|                   |           | R <sub>x</sub> | R <sub>y</sub> | R <sub>z</sub> |
| АСТРА-АЭС'2009    | x         | <b>4.21</b>    | <b>1.50</b>    | <b>1.20</b>    |
|                   | y         | <b>1.64</b>    | <b>5.61</b>    | <b>4.92</b>    |
|                   | z         | <b>1.30</b>    | <b>0.87</b>    | <b>6.73</b>    |
|                   | x,y,z     | <b>4.71</b>    | <b>5.87</b>    | <b>8.42</b>    |
| АСТРА-АЭС 6.1 [1] | x         | 4.21           | 1.50           | 1.20           |
|                   | y         | 1.64           | 5.61           | 4.92           |
|                   | z         | 1.30           | 0.87           | 6.73           |
|                   | x,y,z     | 4.71           | 5.87           | 8.42           |
| CANPIPE           | x,y,z     | 5.74           | 7.11           | 9.17           |
| СТАДИО            | x         | 4.24           | 1.50           | 1.19           |
|                   | y         | 1.65           | 5.64           | 4.91           |
|                   | z         | 1.33           | 0.88           | 6.69           |

Сравнение сейсмических перемещений и нагрузок, вычисленных по программным комплексам *АСТРА-АЭС'2009* и СТАДИО, выявило крайне незначительное расхождение – не более 0,7%. Сопоставление с результатами по программе CANPIPE позволяет судить о том, что сейсмические реакции по программе CANPIPE определяются не по процедуре “корень квадратный из суммы квадратов реакций, вычисленных при раздельном приложении воздействий по каждому из направлений”.

Также следует отметить полную идентичность всех полученных по *АСТРА-АЭС'2009* результатов таковым по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС 6.1.

## 16.6 Литература

1. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.



**Пример 17. Расчет трубопровода с учетом трения в опорах<sup>17</sup>**

|  |  |
|--|--|
| <b>Источник(и)</b>                     | 1. Зверьков Б.В., Костовецкий Д.Л. и др. Расчет и конструирование трубопроводов. Справочное пособие. Ленинград, Машиностроение. 1979.<br>2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995 |
| <b>Тип задачи</b>                      | Статический расчет НДС   |
| <b>Тип(ы) верифицируемых элементов</b> | Прямая труба, отвод (гиб, колено), опора трения двусторонняя, мертвая опора (заделка)  |
| <b>Входной файл</b>                    | <a href="#">TEST17.dat</a>   |

**17.1 Постановка задачи**

Рассматривается трубопровод, приведенный в [1, пример 11.1, п.11.8] и показанный на рис. 17.1.

Требуется определить перемещения и силы трения в опорах, вызванные переходом трубопровода из холодного состояния в рабочее, при различных интервалах температур.

Провести сравнение с результатами, приведенными в справочнике [1], а также полученными по ранее аттестованной версии программы АСТРА-АЭС 6.1[2].

**17.2 Исходные данные***Геометрические характеристики*

- номинальный наружный диаметр трубопровода  $D_n = 630$  мм;
- толщина стенки  $S = 22$  мм;
- утонение стенки  $c = 3.3$  мм;
- радиусгиба  $R = 1200$  мм.

*Физико-механические характеристики*

- модуль упругости  $E = 1.85 \cdot 10^5$  МПа;
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ ;
- коэффициент температурного расширения  $\alpha = 1.33 \cdot 10^{-5}$ ;
- коэффициент трения в опорах  $f = 0.3$ .

*Граничные условия (опоры)*

- заземление (заделка) концов трубопровода.

*Параметры нагрузки*

- температурные перепады:  $\Delta T_1 = 90^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_2 = 120^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_3 = 150^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_4 = 180^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_5 = 240^\circ\text{C}$ ;
- сосредоточенные вертикальные силы  $F_1 = 50$  кН,  $F_2 = 169$  кН,  $F_3 = 180$  кН,  $F_4 = 50$  кН.

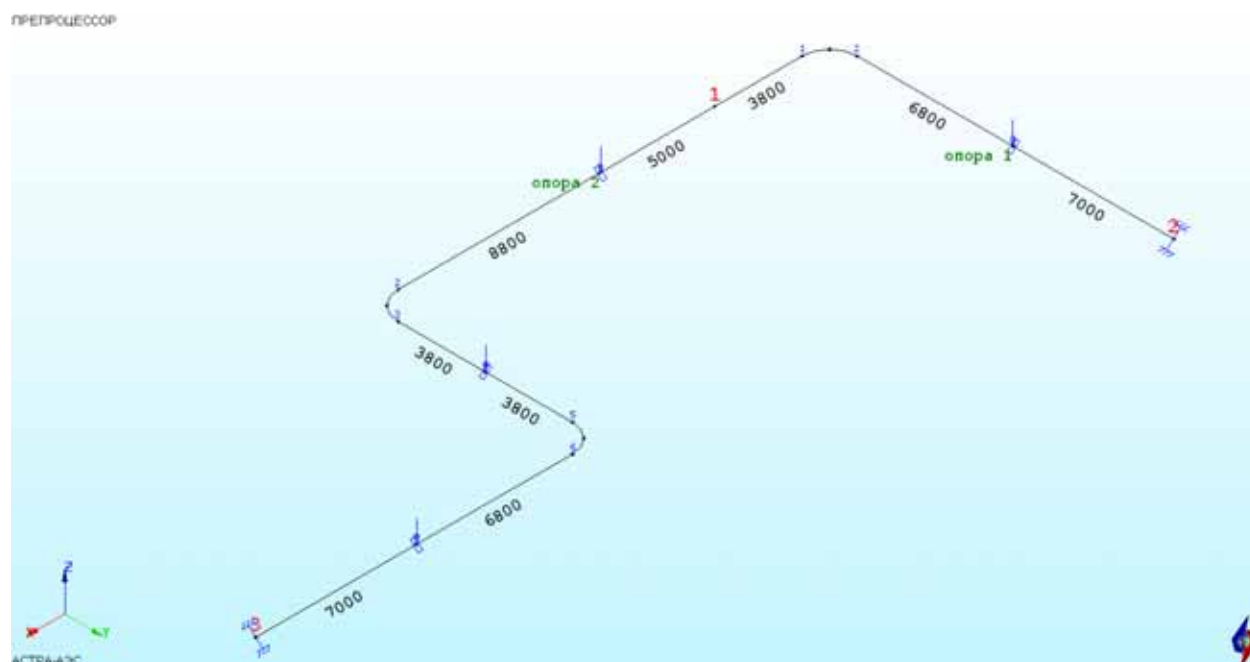
**17.3 Расчетная модель**

Расчетная модель рассматриваемого трубопровода, построенная средствами пре-процессора ПК АСТРА-АЭС'2009, показана на рис. 17.1. Данная суперэлементная модель включает в себя два участка (суперэлемента), четыре опоры скольжения и приложенные в

<sup>17</sup> Пример 3 в дополнении к верификационному отчету ПК АСТРА-АЭС 6.1, 1995 г.

точках опирания трубопровода вертикальные сосредоточенные силы. Общее количество элементов в расчетной модели: 12.

*Осевое (нечетное) представление*



*Объемное (твердотельное) представление*

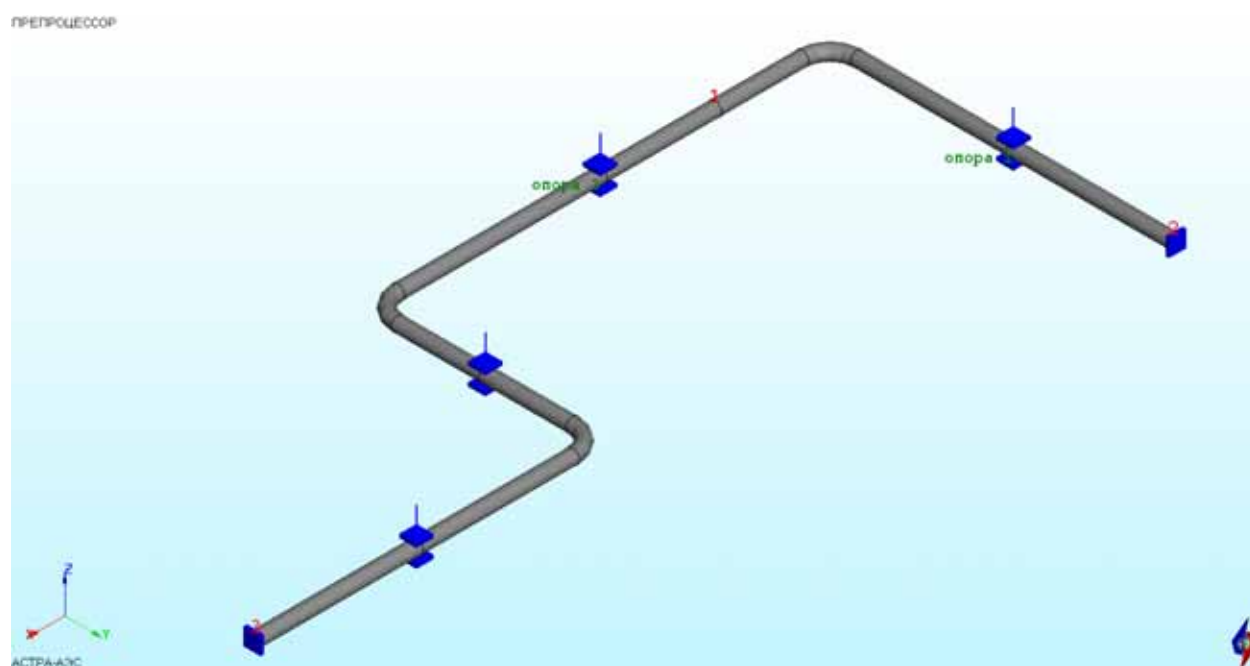


Рис. 17.1 Расчетная АСТРА-модель трубопровода (размеры – в мм)

## 17.4 Результаты

Результатами численного расчета по ПК *АСТРА-АЭС'2009* являлись перемещения и силы трения в двух опорах скольжения (помечены на рис. 17.1 маркерами) при пяти различных перепадах температур:  $\Delta T_1 = 90^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_2 = 120^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_3 = 150^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_4 = 180^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_5 = 240^\circ\text{C}$ . На рис. 17.2–17.3 показаны результаты для температурного перепада  $90^\circ\text{C}$ . В листинге (рис. 17.4) приведен значимый фрагмент протокола сходимости для расчета трения в опорах по методу Кулона (итерационный процесс).

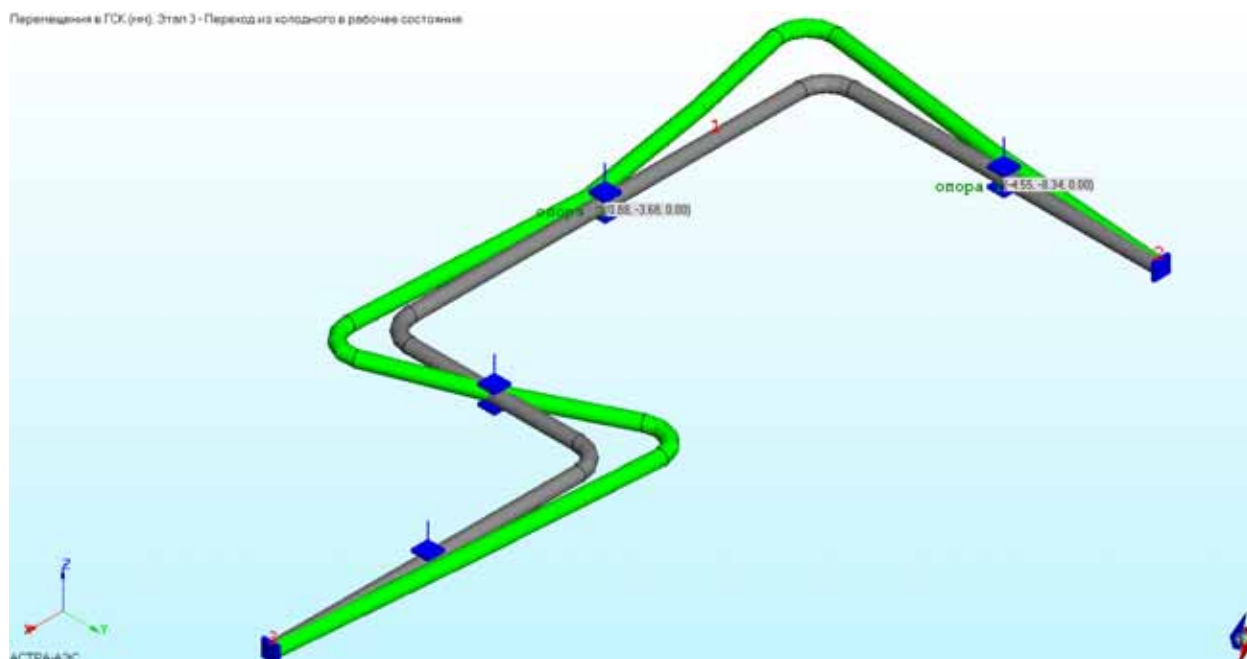


Рис. 17.2 Расчетные перемещения трубопровода в рассматриваемых опорах скольжения при  $\Delta T = 90^\circ\text{C}$ , мм

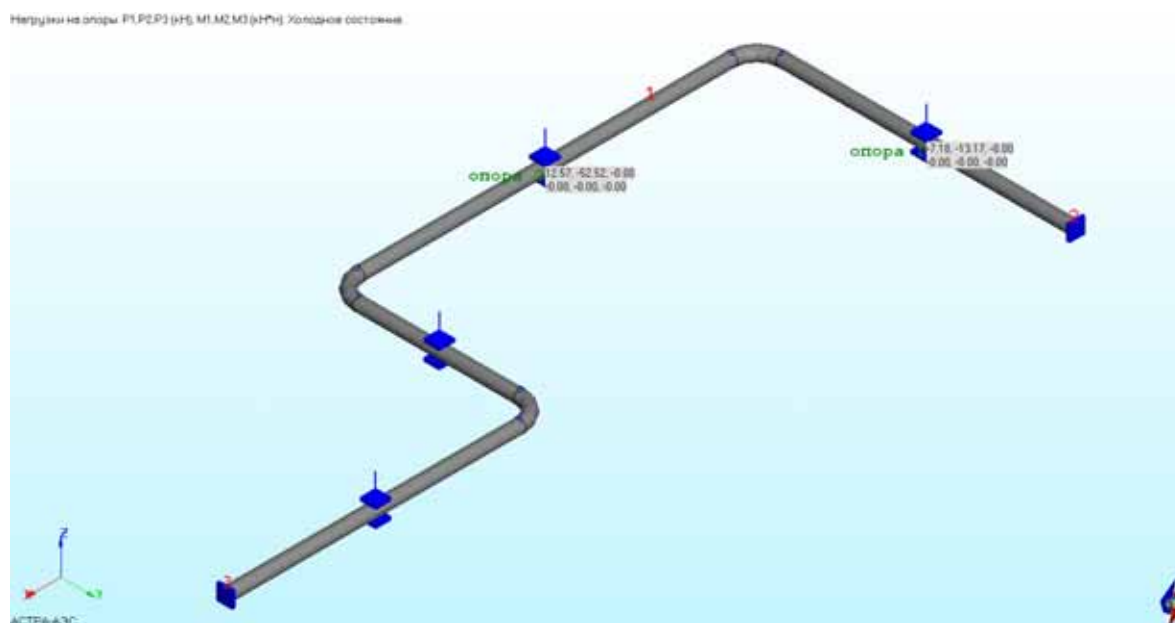


Рис. 17.3 Расчетные силы трения в рассматриваемых опорах скольжения при  $\Delta T = 90^\circ\text{C}$ , кН

*Итерация №1 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.0583906$*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.524586$*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 3.07692$*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.0891503$*

*Итерация №2 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.0276908$*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.322798$*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.435431$*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.038577$*

*Итерация №3 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.00870736$*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.143503$*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.274216$*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.0140407$*

*Итерация №4 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.00540967$*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.0587315$*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.148909$*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.00747852$*

*Итерация №5 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.00320124$*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.0239203$*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.0741498$*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.00358637$*

*Итерация №6 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.00170646$*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.00993648$*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.0354724$*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.0016736$*

*Итерация №7 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.000852189$*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.004228$*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.0166565$*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора,  $\epsilon_{rs} = 0.000772882$*

*Итерация №8 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000410721*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00183819*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.007746*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000355319*

*Итерация №9 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00019407*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000812874*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00358258*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000163103*

*Итерация №10 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 9.05253e-05*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000363839*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.00165168*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 7.47842e-05*

*Итерация №11 Этап 3*

*Опора 3, уч-к № 1 ( 1 - 2 ), Двусторонняя опора, eps = 4.19901e-05*

*Опора 1, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000164329*

*Опора 4, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 0.000759932*

*Опора 7, уч-к № 2 ( 1 - 3 ), Двусторонняя опора, eps = 3.43154e-05*

-

Рис.17.4 Фрагмент протокола сходимости (АСТРА-АЭС)

### 17.5 Сопоставление результатов

На рис. 17.5 приведены графики компонент перемещений  $U_x$  и  $U_y$  для различных интервалов температур, полученных по ПК АСТРА-АЭС'2009 и взятых из источника [1, рис. 11.8]. Как видно из сопоставляемых графиков, при близости качественной картины перемещений и количественной идентичности для опоры 1, наблюдается некоторое количественное расхождение для опоры 2 (5.4% для  $U_y$  при 240°C и разных знаках для незначимых значений  $U_x$ ). Отмеченное отличие следует объяснить большей точностью расчета по ПК АСТРА-АЭС'2009 по сравнению с [1]. Отметим, что результаты по АСТРА-АЭС'2009 практически идентичны таковым для ранее аттестованной версии АСТРА-АЭС 6.1[2].

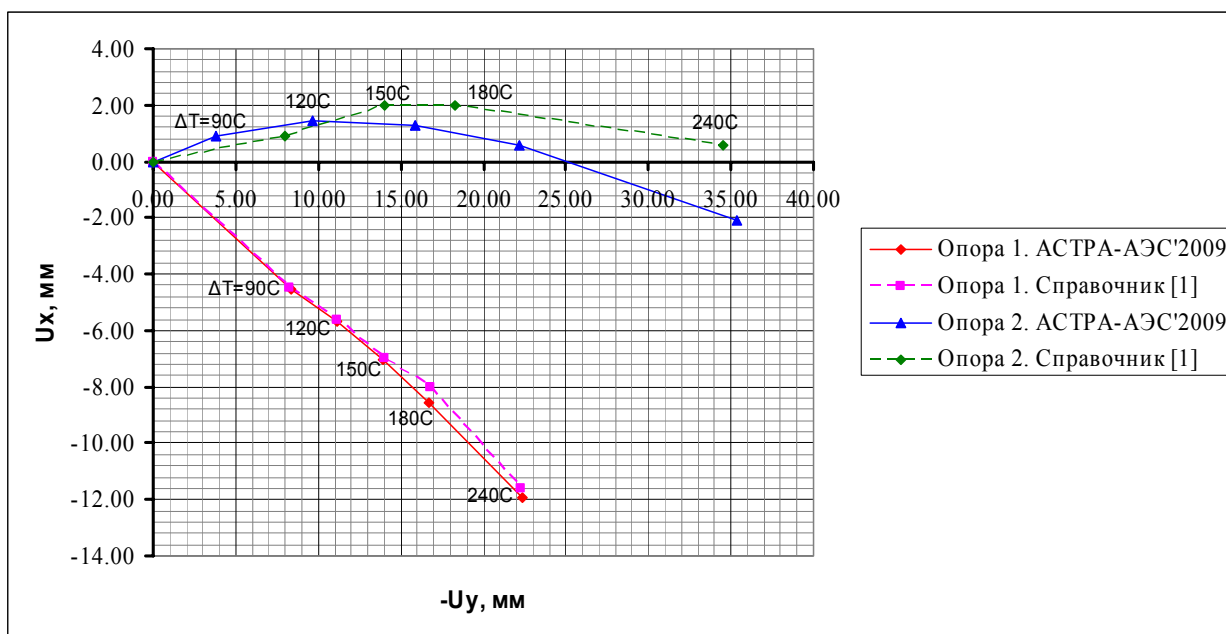


Рис. 17.5 Графики перемещений трубопровода в рассматриваемых опорах скольжения

В таблице 17.1 приведены сопоставительные значения реактивных сил трения в опорах 1 и 2 (сравнение с результатами из источника [1] проводится по значимым компонентам сил).

Таблица 17.1

Расчетные силы трения в опорах, кН

| № п/п | Интервал температур $\Delta T$ |                | Опора 1 |             | Опора 2 |             |
|-------|--------------------------------|----------------|---------|-------------|---------|-------------|
|       |                                |                | $R_x$   | $R_y$       | $R_x$   | $R_y$       |
| 1     | 90                             | Справочник     | 7.32    | 13.15       | -       | -           |
|       |                                | АСТРА-АЭС'2009 | 7.18    | 13.17       | -12.57  | 52.52       |
|       |                                | $\delta, \%$   |         | <b>0.15</b> |         |             |
|       |                                | АСТРА-АЭС 6.1  | 7.21    | 13.14       | -11.07  | 52.86       |
| 2     | 120                            | Справочник     | 6.82    | 13.89       | -7.05   | 54.09       |
|       |                                | АСТРА-АЭС'2009 | 6.83    | 13.36       | -7.97   | 53.41       |
|       |                                | $\delta, \%$   |         | <b>3.82</b> |         | <b>1.26</b> |
|       |                                | АСТРА-АЭС 6.1  | 6.83    | 13.34       | -7.84   | 53.44       |

| № п/п | Интервал температур $\Delta T$ |                       | Опора 1 |             | Опора 2 |             |
|-------|--------------------------------|-----------------------|---------|-------------|---------|-------------|
|       |                                |                       | $R_x$   | $R_y$       | $R_x$   | $R_y$       |
| 3     | 150                            | Справочник            | 6.55    | 13.55       | -7.62   | 54.03       |
|       |                                | <i>АСТРА-АЭС'2009</i> | 6.77    | 13.39       | -4.34   | 53.82       |
|       |                                | $\delta$ , %          |         | <b>1.18</b> |         | <b>0.39</b> |
|       |                                | АСТРА-АЭС 6.1         | 6.77    | 13.37       | -4.24   | 53.84       |
| 4     | 180                            | Справочник            | -       | -           | -4.91   | 53.66       |
|       |                                | <i>АСТРА-АЭС'2009</i> | 6.83    | 13.35       | -1.38   | 53.98       |
|       |                                | $\delta$ , %          |         |             |         | <b>0.60</b> |
|       |                                | АСТРА-АЭС 6.1         | 6.83    | 13.34       | -1.30   | 54,00       |
| 5     | 240                            | Справочник            | 6.69    | 13.45       | -0.25   | 54.06       |
|       |                                | <i>АСТРА-АЭС'2009</i> | 7.08    | 13.22       | 3.18    | 53.90       |
|       |                                | $\delta$ , %          |         | <b>1.71</b> |         | <b>0.30</b> |
|       |                                | АСТРА-АЭС 6.1         | 7.08    | 13.21       | 3.22    | 53.91       |

Максимальные отличия по значимым компонентам сил трения в рассмотренных опорах не превышают **3,82%**. Указанные расхождения вполне объяснимы большей точностью расчетов по **ПК АСТРА-АЭС'2009** (11 итераций до сходимости) по сравнению с ручными расчетами в справочнике [1].

Максимальные расхождения по значимым компонентам сил трения с ранее аттестованной версией АСТРА-АЭС 6.1 составили **0.64%**. Это практически приемлемое расхождение обусловлено большей заданной точностью сходимости итерационного процесса в *АСТРА-АЭС'2009* (0.001, см. рис.17.4) по сравнению с таковой для версии АСТРА-АЭС 6.1 (0.01).

### 17.6. Литература

1. Зверьков Б.В., Костовецкий Д.Л. и др. Расчет и конструирование трубопроводов. Справочное пособие. Ленинград, Машиностроение. 1979.
2. АСТРА-АЭС 6.1. Верификационный отчет. НИЦ СтаДиО, 1995.